



OULUN YLIOPISTO  
UNIVERSITY of OULU

HARMAALA ULLA

KASVATTAJA LAPSEN OPINPOLKUA TUKEMASSA: MATEMATIIKAN OP-  
PIMISVAIKEUDET JA VARHAISEN TUEN MERKITYS

Kasvatustieteen kandidaatintyö  
KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA  
Luokanopettajan koulutus  
2017



**Kasvatustieteiden tiedekunta**  
**Faculty of Education**

**Tiivistelmä opinnäytetyöstä**  
**Thesis abstract**

Luokanopettajankoulutus		Tekijä/Author Harmaala Ulla	
Työn nimi/Title of thesis Kasvattaja lapsen opinpolkua tukemassa: Matematiikan oppimisvaikeudet ja varhaisen tuen merkitys			
Pääaine/Major subject Kasvatustiede	Työn laji/Type of thesis Kandidaatintyö	Aika/Year Helmikuu 2017	Sivumäärä/No. of pages 27
Tiivistelmä/Abstract <p>Tämän kandidaatintyön tarkoituksena on selvittää, mitä matematiikan oppimisvaikeudet ovat ja miten lapsen matematiikan oppimista voidaan tukea. Matematiikan vaikeudet ovat yleisiä, mutta ne ovat olleet tutkimuksessa vähemmällä huomiolla kuin esimerkiksi lukivaikeus. On myös havaittu, että kasvattajat eivät välttämättä tunnista matematiikan oppimisvaikeuksia. Mitä aiemmin oppimisvaikeudet havaittaisiin, sitä paremmin oppimista voitaisiin tukea ja tulevia ongelmia ennaltaehkäistä. Matematiikan vaikeuksilla on kauaskantoisia vaikutuksia esimerkiksi jatko-opintoihin, ammatinvalintaan, arjen sujuvuuteen ja yleiseen elämänlaatuun. Henkilöt, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia, ovat suuremmassa riskissä syrjäytyä kuin ne, joilla on lukivaikeus. Aihe on siis yhteiskunnallisesti merkittävä.</p> <p>Kandidaatintyön tavoitteena on lisätä kasvattajien tietoisuutta matematiikan oppimisvaikeuksista ja esitellä myös käytännön keinoja matematiikan oppimisen tukemiseen. Oppimisen tukemiseen on olemassa monia keinoja, joita kokeilemalla löydetään jokaisen lapsen tieto-, taito- ja kehitystasolle sopivimmat. Kun matemaattiset perustaidot ovat hallussa, on myöhempi matematiikan oppiminen ja tietoyhteiskunnassa toimiminen helpompaa.</p> <p>Tutkielma on kirjallisuuskatsaus. Teoreettinen viitekehys perustuu aiempiin aiheesta tehtyihin tutkimuksiin. Työssä tarkastellaan matematiikan oppimisvaikeuksien erilaisia määritelmiä sekä vaikeuksien yleisyyttä, ilmenemismuotoja, taustatekijöitä ja seurauksia. Lisäksi käsitellään kolmiportaisen tuen mallia ja matematiikan oppimisen käytännön tukimuotoja.</p>			
Asiasanat/Keywords matematiikan oppimisvaikeudet, matematiikka, oppimisvaikeudet, varhainen tuki			

## Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Tutkimuksen tavoite ja tutkimuskysymykset</b> .....	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Teoreettinen viitekehys</b> .....	<b>4</b>
3.1	Matematiikan oppimisvaikeuksien määrittelyä .....	4
3.2	Matematiikan oppimisvaikeuksien yleisyys .....	6
3.3	Matematiikan oppimisvaikeuksien taustatekijöitä .....	7
3.4	Matematiikan oppimisvaikeuksien ilmeneminen .....	10
3.5	Matematiikan oppimisvaikeuksien seurauksia .....	12
<b>4</b>	<b>Oppimisen tuki käytännössä</b> .....	<b>15</b>
4.1	Kolmiportainen tuki .....	15
4.2	Matematiikan oppimisen tukimuotoja .....	16
<b>5</b>	<b>Johtopäätökset ja pohdinta</b> .....	<b>21</b>
	<b>Lähteet</b> .....	<b>24</b>



# 1 Johdanto

Tämän kandidaatintyön aihe on matematiikan oppimisvaikeudet ja varhaisen tuen merkitys. Käsitettä matematiikan oppimisvaikeudet on tässä työssä käytetty laajasti kuvaamaan hyvin monenlaisia matematiikan oppimisen haasteita. Käsitteen määrittelyä kuvataan tarkemmin luvussa 3.1. Varhainen tuki tarkoittaa mahdollisimman aikaisin peruskoulussa tai jo ennen peruskouluikää alkanutta oppimisen tukemista.

Matematiikan oppimisvaikeuksilla on vaikutuksia muun muassa jatko-opiskeluun, ammatinvalintaan, arjen sujuvuuteen ja yleiseen elämänlaatuun (ks. esim. Dräger, 2015, 12–13; Hakkarainen, 2016, 33; Parsons & Bynner, 2005, 5–7, 31–33). Henkilöt, joilla on haasteita matematiikassa, ovat suuremmassa riskissä syrjäytyä kuin esimerkiksi ne, joilla on lukivaikeus (Hakkarainen, 2016, 33). Matematiikan oppimisvaikeudet ovat siis yhteiskunnallisesti merkittävä asia. Matemaattiset aiheet tulisikin huomioida laajemmin jo varhaiskasvatuksessa, koska esimerkiksi neli- ja viisivuotisneuvolatarkastuksissa tehty laskutaitojen kehityksen arviointi on vahva oppimisvalmiuksia ennakoiva mittari (Räsänen, 2012, 1175–1176). Ihanteellisinta olisi, jos mahdolliset matematiikan oppimisvaikeudet huomattaisiin jo ennen perusopetuksen aloittamista, jolloin niitä voitaisiin tehokkaammin ennaltaehkäistä.

Äidinkielessä on jo pitkään ollut käytössä tarkkoja seulontoja, joiden avulla oppimisvaikeudet ja tuen tarve on voitu havaita varhaisessa vaiheessa. Lapset, joilla on lukivaikeus, ovat siis saaneet apua heti peruskoulun alusta lähtien. Lasten matematiikan taitotasoa ei ole kuitenkaan kartoitettu yhtä tarkasti kuin äidinkielen taitoja. (Dräger, 2015, 16.) Vaikka oppimisvaikeudet matematiikassa ovat suurin piirtein yhtä yleisiä kuin lukemisen vaikeudet, ovat ne olleet vähemmällä huomiolla tutkimuksessa. Lapset, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia, eivät myöskään saa samalla lailla tukea koulussa kuin ne, joilla on lukivaikeus. (Shalev, 2004, 765; Räsänen, 2012, 1169.) Tämä voi osaltaan johtua siitä, ettei matematiikan vaikeuksia tunnusteta ja ymmärretä vielä yhtä hyvin (Butterworth, 2005, 455).

Tälle tutkimukselle on monia perusteluja. Kuten yllä todetaan, matematiikan oppimisvaikeuksilla on merkittäviä vaikutuksia sekä yksilölle että yhteiskunnalle. Se on siis tärkeä aihe, jota tulee tutkia lisää. Lisäksi matematiikan vaikeudet ovat vähemmän tunnettuja, tutkittuja ja tuettuja kuin esimerkiksi lukivaikeus, mikä myös antaa lisäperusteluja tutkimukselle. Butterworthin (2005) mukaan matematiikan oppimisvaikeuksien tunnustamista hankaloittaa se,

että niiden ajatellaan yhä johtuvan laiskuudesta tai tyhmyydestä. Näin oli ennen myös lukivaikeuden kohdalla ennen kuin sitä alettiin tutkimuksen myötä ymmärtää paremmin. (Butterworth, 2005, 456, 465.) Tämän tutkimuksen tarkoituksena on omalta osaltaan poistaa matematiikan vaikeuksiin liitettyä tyhmyyden ja laiskuuden mielikuvaa.

Tutkimuksen aiheen valikoitumiseen vaikuttivat oma kiinnostus ja luokanopettajaopintojen aikana saadut kokemukset. Olen aina ollut hyvin kiinnostunut matematiikasta ja opiskelen sivuaineenani matematiikkaa. Koen myös, että matematiikan oppimisvaikeuksia ei ole tuotu riittävästi esiin luokanopettajaopintojen aikana. Omat kokemukseni matematiikan vaikeuksista pohjautuvat pitkälti kandidaattivaiheen opetusharjoittelun aikana seuraamaani matematiikan erityisopetukseen. Kyseisillä oppitunneilla mielenkiintoni aihetta kohtaan heräsi, ja päätin tutkia sitä kandidaatintyössäni.

Tämä kandidaatintyö on kirjallisuuskatsaus. Sen tavoitteena on kuvata matematiikan oppimisvaikeuksia ja oppimisen varhaista tukemista mahdollisimman kattavasti aiempaan tutkimuskirjallisuuteen pohjautuen. Luvussa 2 on esitelty tutkimuskysymykset. Luvussa 3 määritellään matematiikan oppimisvaikeudet -käsite ja esitellään ilmiön yleisyyttä, taustatekijöitä, ilmenemismuotoja ja seurauksia. Luku 4 käsittelee matematiikan oppimisen tukemista. Luvussa 5 tehdään johtopäätökset ja pohditaan jatkotutkimuksen tarvetta.

## 2 Tutkimuksen tavoite ja tutkimuskysymykset

Tutkimuksen tavoitteena on kuvata matematiikan oppimisvaikeuksia ja oppimisen varhaista tukemista mahdollisimman kattavasti aiempaan tutkimuskirjallisuuteen pohjautuen. Tutkimuskysymykset ovat:

- Mitä matematiikan oppimisvaikeudet ovat?
- Miten lapsen oppimista voidaan tukea, jos hänellä on vaikeuksia matematiikassa?

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen tarkoituksena on rajata matematiikan oppimisvaikeuksien käsitettä ja kartoittaa, mitä tutkimusta aiheesta on jo tehty. Aiheen jäsentämisen apuna käytetään seuraavia alakysymyksiä: Kuinka yleisiä matematiikan oppimisvaikeudet ovat? Millaisia taustatekijöitä tai syitä matematiikan oppimisvaikeuksien taustalla on? Miten matematiikan vaikeudet ilmenevät ja miten ne voitaisiin tunnistaa mahdollisimman varhain? Millaisia seurauksia kyseisillä oppimisvaikeuksilla on yksilölle ja yhteiskunnalle? Toisen tutkimuskysymyksen tarkoituksena on selvittää, miten lapsen matematiikan oppimista voidaan tukea ja millaisia asioita oppimisen tuen suunnittelussa tulisi huomioida. Toiseen tutkimuskysymykseen vastattaessa tarkastellaan kolmiportaisen tuen mallia sekä matematiikan oppimisen käytännön tukimuotoja. Etenkin keskitytään tarkastelemaan varhaista tukea ennen peruskoulun alkua sekä esi- ja alkuopetuksessa.

Kandidaatintyön rakenne ja otsikointi noudattavat tutkimuskysymysten järjestystä. Näin olen lukijan on helppo löytää etsimänsä tieto sisällysluettelon perusteella.

### 3 Teorettinen viitekehys

Tämän luvun alussa esitellään erilaisia matematiikan oppimisvaikeuksien määritelmiä ja matematiikan vaikeuksien yleisyyttä. Sen jälkeen paneudutaan kyseisten oppimisvaikeuksien taustatekijöihin, ilmenemismuotoihin ja tunnistamiseen. Lopuksi pohditaan matematiikan oppimisvaikeuksien yksilöllisiä ja yhteiskunnallisia seurauksia.

#### 3.1 Matematiikan oppimisvaikeuksien määrittelyä

Matematiikan vaikeuksista käytetään tutkimuskirjallisuudessa monia eri nimityksiä. Käsitteen määrittely vaihtelee riippuen etenkin siitä, onko kyseessä kasvatustieteellinen vai lääketieteellinen tutkimus. Kasvatustieteen ja kasvatopsykologian tutkimuksissa käytetyn tutkimuksen määritelmän mukaan matematiikan oppimisvaikeudet koskettavat vain erittäin heikosti matematiikassa suoriutuvia oppilaita, kun taas löyhin määritelmä kattaa heikoimman kolmanneksen kaikista oppilaista. Yleisin käsitteen käyttötapana on kuitenkin tapaus, jossa oppilas ei saamastaan lisäopetuksesta huolimatta suoriudu matematiikan opetuksesta ikätovereidensa mukana. (Räsänen, Närhi & Aunio, 2010, 168.)

Neuropsykologiassa ja lääketieteessä matematiikkavaikeudesta käytetään yleensä yksikkömuotoista termiä laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia, jolloin ajatuksena on, että häiriön taustalla on aivojen toimintaan liittyviä tekijöitä. (Räsänen, Närhi & Aunio, 2010, 168.) Terveystieteiden ja hyvinvoinnin laitoksen (THL) tautiluokituksessa ICD-10 (1999, F81.2) laskemiskyvyn häiriö on määritelty laskutaidon kehittymisen heikkoudeksi, ”joka ei selity yleisestä kehitysvammaisuudesta tai puutteellisesta kouluopetuksesta. Häiriö koskee enemmän peruslaskutaitoja, kuten yhteen- ja vähennys- sekä kerto- ja jakolaskutaitoa, kuin algebraan, trigonometriaan, geometriaan ja laskentaan liittyviä käsitteellisempiä matemaattisia taitoja.” American Psychiatric Associationin DSM-5 luokituksessa (2013, 32, 67) puolestaan käytetään termiä erityinen matematiikan oppimishäiriö (englanniksi *specific learning disorder with impairment in mathematics*). Sen mukaan kyseessä on pitkään jatkuva oppimishäiriö, joka merkittävästi vaikeuttaa yksilön oppimista ja ammatillista suoriutumista. Yksilön taidot ovat selvästi alle ikä- ja luokkatason tai kyseisen tason saavuttaminen vaatii erittäin suurta vaivannäköä ja ponnistelua.



Airi Hakkarainen (2016, 7–8) erottaa väitöskirjassaan käsitteet matematiikan oppimisvaikeus ja heikot matematiikan taidot. Matematiikan oppimisvaikeus -käsite liittyy kehitykselliseen vaikeuteen matematiikassa. Heikot matematiikan taidot -käsite puolestaan kattaa myös taidoiltaan keskimääräistä heikommalla oppilaalla, jotka selviytyvät matematiikasta keskitasoisesti, mutta joilla voi olla vaikeuksia tietyillä matematiikan osa-alueilla. Hakkarainen käyttää tutkimuksessaan yleiskäsitettä matematiikan vaikeudet viittaamaan molempiin edellä mainittuihin ja perustelee, että tutkimuksessa ei useinkaan ole mahdollista selvittää, onko heikkojen matematiikan taitojen taustalla kognitiivisia, motivaatioon liittyviä ja/tai pedagogisia tekijöitä.

Tässä kandidaatintyössä käytetään käsitteitä matematiikan oppimisvaikeudet ja matematiikan vaikeudet. Niillä viitataan laaja-alaisesti kaikkiin matematiikan oppimisvaikeuksiin, ja pääpaino on vaikeuksien varhaisessa tunnistamisessa ja tukemisessa. Tunnistamisen vaiheessa tärkeää on se, että oppimisen tuen prosessi saadaan alulle – ei vielä niinkään se, onko taustalla esimerkiksi neurologisia syitä. Tutkimuksissa, joissa ollaan kiinnostuneita esimerkiksi diagnosoidusta dyskalkuliasta, on termien tarkempi käyttö perusteltua. Koska tämän tutkimuksen keskiössä on lapsen jokapäiväinen arki ja se, miten opettajat ja muut kasvattajat voisivat herkemmin tunnistaa matematiikan oppimisvaikeudet, on käsitteen käyttö sen laajassa merkityksessä perusteltua. Selkeyden vuoksi termeillä matematiikan oppimisvaikeudet ja matematiikan vaikeudet viitataan siis jatkossa laajaan joukkoon erilaisia oppimisvaikeuksia. Jos jossain kohdassa viitataan erityisesti diagnosoituun dyskalkuliaan, mainitaan se erikseen.

Kuten aiemmin esitetyssä dyskalkulian määritelmässä todetaan, oppimisvaikeus koskee etenkin peruslaskutaitoja. Dyskalkuliassa on siis kyse peruskoulun neljän ensimmäisen vuoden keskeisten oppisisältöjen osaamattomuudesta. Muissa kouluaineissa dyskalkuliaoppilaat voivat selviytyä keskitasoisesti, hyvin tai erittäin hyvin. (Dräger, 2015, 12–13.) Sekä dyskalkuliassa että matematiikan oppimisvaikeuksissa yleensä, lapsella saattaa olla muitakin kuin matematiikan oppimiseen liittyviä haasteita. Matematiikan oppimisvaikeudet voivat ilmetä esimerkiksi yhdessä lukivaikeuden tai ADHD:n eli tarkkaavaisuus- ja ylivilkkaushäiriön kanssa. (Shalev & Gross-Tsur, 1993, 134.)

### 3.2 Matematiikan oppimisvaikeuksien yleisyys

Matematiikan oppimisvaikeuksien määritelmästä riippuen vaihtelee myös ilmiön yleisyys eri lähteiden mukaan. Mikäli matematiikan vaikeudet rajataan tarkoittamaan vain kaikista heikoimmin suoriutuvia oppilaita, on ilmiön yleisyys sekä kansainvälisissä että kansallisissa tutkimuksissa noin 5–7 %. Huomionarvoista on kuitenkin se, että myös tämän tiukimman määritelmän mukaan voidaan olettaa, että jokaisessa koululuokassa on ainakin yksi lapsi, jolla on matematiikan oppimisvaikeuksia. (Räsänen ym., 2010, 169, 182, 189, 196.) Myös Barbaresi, Katusic, Colligan, Weaver ja Jacobsen (2005, 286) totesivat tutkimuksessaan matematiikan vaikeuksien määritelmän vaikuttavan siihen, kuinka yleisinä kyseisiä oppimisvaikeuksia pidetään. Heidän Minnesotassa tehdyn tutkimuksensa tulokset osoittivat jonkin asteisia matematiikan vaikeuksia olevan 5,9–13,8 prosentilla nuorista. Suomalaisista aikuisista noin 13:lla prosentilla on vaikeuksia matematiikan perustaitojen hallinnassa (Malin, Sulkunen, & Laine, 2013, 23). Mikäli matematiikan vaikeudet määritellään laajemmin, osuus voi olla suurempikin, jopa 15 prosenttia. Matematiikan oppimisvaikeuksia ilmenee siis useammin kuin yleisesti ehkä oletetaan. (Dräger, 2015, 12–13.)

Jonkin asteisten matematiikan oppimisvaikeuksien yleisyydestä Suomessa voidaan tehdä johtopäätöksiä myös Tilastokeskuksen (2011) taulukon perusteella. Lukuvuonna 2009–2010 matemaattiset oppimisvaikeudet olivat osa-aikaisen erityisopetuksen ensisijaisena syynä 112:lla esiopetusikäisellä lapsella, mikä vastasi noin neljää prosenttia kaikista esiopetuksen osa-aikaisessa erityisopetuksessa olevista. Perusopetuksen vuosiluokkien 1–6 oppilaista 19 619 sai osa-aikaista erityisopetusta ensisijaisesti matematiikan oppimisvaikeuksiin. Tämä vastasi noin 21 prosenttia kaikista vuosiluokkien 1–6 osa-aikaista erityisopetusta saavista oppilaista. (Tilastokeskus, 2011.) Koska perusopetuksessa matematiikan oppimisvaikeuksiin kohdistuvaa erityisopetusta annettiin melko paljon, voidaan kyseisten vaikeuksien olettaa olevan yleisiä. Annetun erityisopetuksen määrissä on kuitenkin huomattava ero esi- ja perusopetuksen välillä. Tämä voi johtua siitä, ettei matematiikan oppimisvaikeuksia ole vielä tunnistettu esiopetuksen aikana.

Sen lisäksi, että vaikeudet matematiikassa ovat yleisiä, ovat ne usein pitkäkestoisia ja massiivisia (Dräger, 2015, 13). Matematiikan oppimisvaikeuksien on todistettu olevan melko pysyviä, sillä lähes puolella niistä oppilaista, joilla on todettu vaikeuksia matematiikassa viidennellä luokalla, kyseiset vaikeudet ovat diagnosoitavissa nuorena aikuisenakin (Shalev, Manor, & Gross-Tsur, 2005, 122).

### 3.3 Matematiikan oppimisvaikeuksien taustatekijöitä

Koska matematiikan vaikeudet määritellään tässä kandidaatintyössä laajaksi kirjoksi erilaisia ja eriasteisia matematiikan oppimisen vaikeuksia, on mahdotonta eritellä kaikkia niiden taustalla vaikuttavia syitä kattavasti. Tässä kappaleessa tarkastellaan joitakin tutkimuksin osoitettuja taustatekijöitä ja syitä matematiikan vaikeuksien kehittymiselle. Aluksi kerrotaan, mitkä tekijät aiheuttavat dyskalkuliaa eli neurologisista syistä johtuvaa laskemiskyvyn häiriötä. Sen jälkeen paneudutaan matemaattisen varhaiskehityksen aiheuttamiin eroihin matemaattisessa osaamisessa. Lopuksi käsitellään vielä matematiikan kasautuvaan luonteeseen sekä erilaisiin työskentelytapoihin liittyviä tekijöitä.

Dyskalkulian taustalla voi olla sikiökehityksen aikaisia häiriöitä aivojen kehityksessä tai synnytyskomplikaatioita. Tällaisissa tapauksissa yleensä ilmenee moninaisia kognitiivisia vaikeuksia pelkän matematiikkavaikeuden sijaan. On myös saatu näyttöä siitä, että perimällä on vaikutusta matemaattisiin taitoihin. Näitä prosesseja ei kuitenkaan tunneta vielä täysin, ja lisätutkimusta tarvitaan. (Räsänen, 2012, 1170–1171.) Johnson ja Breslau (2000, 490) havaitsivat tutkimuksessaan, että etenkin pienipainoisina syntyneillä pojilla on kohonnut dyskalkuliariski. Lisäksi Shalev (2004, 765–766) esittää tutkimuksessaan dyskalkuliaan vaikuttavina tekijöinä virikkeettömän ympäristön ja matematiikka-ahdistuksen. Hän mainitsee myös, että heikko opetus ja puutteet opetussuunnitelmassa voivat aiheuttaa vaikeuksia matematiikassa. Korostettakoon kuitenkin, että Shalevin käyttämä määritelmä dyskalkulialle ei täysin vastaa ICD–10-määritelmää (THL, 1999), jonka mukaan dyskalkulia ei selity puutteellisella kouluopetuksella. Heikko opetus ja puutteet opetussuunnitelmassa voivat siis aiheuttaa myöhemmin matematiikan oppimisvaikeuksia, vaikkei ICD–10-tautiluokituksen varsinainen dyskalkuliakriteeri täytyisikään.

Spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin (englanniksi *spontaneous focusing on numerosity*, myöhemmin SFON-ilmiö) tarkoittaa sitä, että lapsella on taipumus kiinnittää huomiota lukumääriin ilman ulkopuolista ohjausta ja käyttää lukujen luettelemisen taitojaan erilaisissa tilanteissa. Osa lapsista saattaa lukumäärän sijaan kiinnittää huomiota esimerkiksi esineiden väreihin tai muotoihin. Spontaanilla huomion kiinnittämisellä lukumääriin on selvä positiivinen yhteys varhaisiin matemaattisiin taitoihin. Taipumus kiinnittää huomiota lukumääriin on lisäksi suhteellisen pysyvä ominaisuus. (Hannula & Lehtinen, 2005, 239, 253.) Hannula, Räsänen ja Lehtinen (2007, 52) toteavat, että mitä useammin lapsi kiinnittää huomiota ympäristönsä määrällisiin ominaisuuksiin, sitä enemmän lukumääriä koskevaa

harjoitusta hän saa. Erot lasten spontaanissa huomion kiinnittämisessä lukumääriin näyttävät osittain olevan yhteydessä lasku- ja lukujonotaitojen kehityksen eroihin (Hannula ym., 2007, 55–56).

SFON-ilmion lisäksi toinen tärkeä, matemaattiseen varhaiskehitykseen liittyvä ilmiö on lukumääräisyyden taju (englanniksi *number sense*). Lukumääräisyyden taju on kykyä erottaa lukumääriä toisistaan ilman tarkkaa laskemista. Se näyttäisi tarkentuvan aina kouluiän alkuvuosiin asti. (Piazza ym., 2010, 33.) Butterworthin (2005, 459) mukaan lapset, joilla on vaikeuksia matematiikassa, eivät välttämättä kykene erottamaan lukumääriä toisistaan, vaan pyrkivät testitilanteissa laskemaan ne tarkasti. Esimerkkinä Butterworth mainitsee tehtävän, jossa lasten piti kertoa, montako pistettä kuvassa on. Lapset, joilla oli matematiikan oppimisvaikeuksia, laskivat tarkasti kolmeen, kun taas muut lapset hahmottivat nopeasti lukumäärän kolme ilman tarkkaa laskemistakin. Butterworthin mukaan tämä viittaisi siihen, että joillakin lapsilla lukumääräisyyden taju ei kehity samoin kuin toisilla.

Orastava lukumääräisyyden taju on ihmisillä jo syntyessään (Butterworth, 2005, 455). Kie-  
lenkehityksen myötä lukumääräisyyden tajun päälle alkaa kasvaa matemaattinen sanavarasto (Räsänen, 2012, 1173). Tähän sanavarastoon kuuluvat lukusanat ja suhdekäsitteet kuten lisää, enemmän ja vähemmän. Lapsen ensimmäisistä lukusanoista kuluu kuitenkin Räsänen mukaan kolmesta neljään vuotta niiden merkityksen ymmärtämiseen. Muutenkin matemaattiseen sanastoon liittyvät kielellis-kulttuuriset taidot kehittyvät hänen mukaansa hitaasti oppimisen ja kokemusten myötä.

Matemaattisen varhaiskehityksen erot aiheuttavat siis lasten välille osaamiseroja matematiikassa jo paljon ennen kouluikää. Tutkimusten mukaan nämä osaamiserot jatkavat kasvuaan esiopetuksessa ja peruskoulussa. Aunola, Leskinen ja Nurmi (2006, 33–34) havaitsivat tutkimuksessaan, että esikouluiässä ilmenevät erot matematiikan osaamisessa ennustivat matematiikan osaamista myös peruskoulun ensimmäisellä ja toisella vuosiluokalla. Esikoulussa hyvin matematiikassa pärjänneet lapset pärjäsivät siis hyvin myös peruskoulun ensimmäisillä luokilla. Räsänen (2012, 1173) puolestaan toteaa katsauksessaan, että ennen kouluikää syntyneet osaamiserot matematiikassa jatkavat kasvamistaan koulussa. Hänen mukaansa niin kutsuttu matteesvaikutus on koulumatematiikassa vahva. Matteesvaikutus tarkoittaa Räsänen mukaan sitä, että taitavammat oppilaat oppivat samasta opetuksesta enemmän kuin vähemmän taitavat oppilaat.

Matematiikan kasautuva eli kumulatiivinen luonne tarkoittaa sitä, että uudet opittavat asiat rakentuvat aina aiemmin opittujen asioiden varaan. Dräger (2015, 12) toteaa, että matematiikan hierarkkisesta ja kasautuvasta luonteesta johtuen on erittäin tärkeää, että koulumatematiikassa rakennetaan alusta asti vankka perusta myöhemmille matematiikan opinnoille. Jos tähän perusrunkoon jää aukkoja, ja lapsi ymmärtämisen sijaan pyrkii vain muistamaan asioita, ilmenee se usein myöhemmin matematiikan oppimisvaikeuksina. Etenkin neljä ensimmäistä kouluvuotta ovat Drägerin mukaan hyvin tärkeitä myöhemmälle matematiikan oppimiselle.

Nurmi, Aunola ja Onatsu-Arviolommi (2001, 71–72) esittelevät artikkelissaan tutkimustuloksia, joiden mukaan lasten käyttämät työskentelytavat vaikuttavat matematiikan taitojen kehitykseen. Lapset, jotka käyttivät tehtävää välttävää työskentelytapaa, kehittyivät hitaammin matematiikan taidoissa. Välttävä työskentelytapa tarkoitti tässä yhteydessä sitä, että lapset olivat ahdistuneita, vetäytyviä, vähemmän keskittyviä, osoittivat sitkeyden puutetta ja ”häselivät”. Vaikutus toimi myös toisin päin – vaikeudet matematiikassa vaikuttivat lasten käyttämiin työskentelytapoihin niin, että heikot valmiudet tai hidaskasvu matematiikassa johti välttävään työskentelytapaan ensimmäisen kouluvuoden aikana. Nurmi ym. tuovat artikkelissaan esille myös toisen tutkimustuloksensa. Vanhempien luottamus lastensa kykyyn menestyä koulussa lisäsi lasten keskittävää, aktiivista ja sitkeää matematiikan työskentelytapaa ensimmäisenä kouluvuonna, kun taas luottamuksen puute ja epävarmuus koulumenestyksen suhteen lisäsivät tehtävää välttävää työskentelytapaa ja sitä kautta oppimisvaikeuksia.

Matematiikan oppimisvaikeuksien taustalla on siis monenlaisia tekijöitä. Osa niistä on perinnöllisiä ja neurologisia, osa puolestaan ympäristöstä johtuvia. Matematiikan vaikeuksia paljon tutkinut Geary (2010, 130–132) käyttää hieman erilaista jaottelua jakaen oppimisvaikeuksien taustalla olevat syyt kognitiivisiin, neuropsykologisiin ja geneettisiin syihin. Koska erot matemaattisessa osaamisessa syntyvät varhain ja kasvavat nopeasti, on erittäin tärkeää, että matematiikan oppimisvaikeudet huomataan mahdollisimman aikaisin. Seuraavaksi tehdään katsaus kyseisten oppimisvaikeuksien ilmenemismuotoihin ja pohditaan, miten vaikeudet matematiikassa voitaisiin tunnistaa mahdollisimman varhain.

### 3.4 Matematiikan oppimisvaikeuksien ilmeneminen

Matematiikan oppimisvaikeuksien ilmenemismuodot vaihtelevat yksilöllisesti, mutta tyypillistä on, että tehtäviä ratkaistaan sormia apuna käyttäen tai lukuja mielessä luettelemalla. Joskus luetteleminen voi näkyä pään nyökyttelynä. Kun henkilö, jolla on vaikeuksia matematiikassa, huomaa, ettei sormin laskeminen ole suotavaa, voi hän pyrkiä piilottamaan käntensä. Tarve sormilla laskemiseen juontuu siitä, että henkilö ei ole omaksunut muita matematiikassa opetettuja strategioita. Yleensä oppimisvaikeudet ilmenevät heikkona menestyksenä koulumatematiikassa. Ne voivat näkyä myös vaikeuksina ymmärtää rahan arvoa, kellonaikoja ja pituuden mittausta. Peruskouluiän jo ohittaneilla matematiikan vaikeudet ilmenevät jatkuvina vaikeuksina työn ja arjen laskemista vaativissa tilanteissa ja jopa ammatillisen kouluttautumisen kariutumisenä. (Dräger, 2015, 13; Räsänen, 2012, 1170.)

Kuten luvussa 3.3 todetaan, matematiikan oppimisvaikeuksien taustalla on sekä geneettisiä, neuropsykologisia että kognitiivisia syitä (Geary, 2010, 130–132). Geary (2004; 2010) tarkentaa artikkeleissaan matematiikan vaikeuksien kognitiivista puolta jakamalla sen kolmeen alatyypin: proseduraalinen vaikeus, semanttisen muistin vaikeus ja visuospatiaalinen vaikeus. Jokainen alatyypin ilmenee käytännössä hieman eri tavalla. Proseduraalinen vaikeus ilmenee kypsymättöminä strategioina (kuten sormilla laskemisena) sekä suoritusvirheinä ja hankaluuksina monimutkaisten, vaiheittaisten proseduurien suorittamisessa. Lisäksi se ilmenee matemaattisten käsitteiden ymmärtämisen hankaluutena. Semanttisen muistin vaikeus puolestaan näkyy matemaattisten faktojen muistista ”hakemisen” haasteina sekä näiden faktojen virheellisyytenä. Visuospatiaalinen vaikeus näyttäytyy kyvyssä havaita, ilmaista ja tulkitella tilahavaintoa koskevaa tai kolmiulotteista tietoa. (Geary, 2004, 9–12; 2010, 130–131.) Dräger (2015, 15) toteaa, että matematiikan oppimisvaikeudet ilmenevät usein visuaalisen hahmottamisen, oman kehon hahmottamisen ja tasapainon hallinnan vaikeuksina. On myös havaintoja siitä, että lapset, joilla on haasteita matematiikassa, eivät olleet ennen kouluikää mielellään rakennelleet palikoilla tai tehneet palapelejä. Dräger kuitenkin täsmentää, ettei tästä voi tehdä johtopäätöstä, että lapsille, jotka eivät pidä palapeleistä tai rakentelusta, kehittyisi myöhemmin matematiikan oppimisvaikeuksia. Gearyn (2004, 9–12; 2010, 130–131) mukaan matematiikan vaikeuksiin liittyy tyypillisesti heikko lukumääräisyyden taju ja työmuisti sekä numeerisen tiedon hidas prosessointi.

Oppimisvaikeuksien varhaiseen tunnistamiseen liittyen Aunola, Barman, Isosaari, Tuomi ja Nurmi (2001) ovat tutkineet neuvolan viisivuotistarkastusta kouluvaikeuksien ennustajana.

Heidän tutkimuksessaan viisivuotistarkastuksessa arvioitiin lapsen psyykkisen kehityksen neljää osa-aluetta: motorista kehitystä, havaintotoimintoja, kielellisiä taitoja ja sosioemotionaalista kehitystä. Kävi ilmi, että nämä arvioinnit ennustivat ensimmäisen luokan alun koulutaitoja pojilla selvemmin kuin tytöillä. Mitä enemmän virheitä pojilla oli havaintotoimintojen tai kielellisen kehityksen tehtävissä viisivuotiaana, sitä heikommalla laskutaitovalmiudet heillä oli ensimmäisellä luokalla. Havaintotoimintojen tehtäviin kuului muun muassa erilaisien muotojen piirtämistä, asioiden luokittelua ja kokosuhteiden hahmottamista. Kielellisen kehityksen tehtävissä arvioitiin kertovaa puhetta, ohjeiden noudattamista ja äänteiden ja sanojen erottelua. Tytöillä, joilla oli vaikeuksia motoristen toimintojen osion hienomotoriikkaa vaativissa tehtävissä tai havaintotoimintoja mittaavissa tehtävissä, oli ensimmäisellä luokalla heikommalla laskutaitovalmiudet kuin muilla. Oppimiseen liittyvien vaikeuksien varhaiset ennusmerkit olivat pitkälti samoja sekä luku-, kirjoitus- että laskutaidon osalta, joskin painopisteeltään erilaisia tytöillä ja pojilla. Aunola ym. toteavat, että osa viisivuotistarkastuksen tehtävistä näyttäisi olevan liian helppoja etenkin tytöille. Tämä voi vaikuttaa myös tehtävien toimivuuteen oppimisvaikeuksien ennustajina. (Aunola ym., 2001, 419–422, 425–426.) Jopa nelivuotiaiden lasten taidoista voidaan melko luotettavasti ennustaa laskutaitojen oppimisen sujuvuutta ja oppimisvaikeuksia ensimmäisten kouluvuosien aikana (Mazzocco & Thompson, 2005, 151). Voidaankin pohtia, kyettäisiinkö neuvolan viisivuotistarkastusta kehittämällä tunnistamaan aiemmin matematiikan oppimisvaikeudet.

Matematiikan vaikeuksien varhaista tunnistamista päiväkotikäisillä lapsilla ovat tutkineet Gersten, Jordan ja Flojo (2005, 293). Heidän mukaansa parhaiten matematiikkavaikeutta ennustavia taitoja ovat lukumäärien ja lukujen vertailu, laskustrategiat, luku- ja numerosymbolien tunteminen sekä työmuisti. Esiopetusikäisillä puolestaan lukujonotaidot, eli taito luetella lukuja annetun säännön mukaan eteen- ja taaksepäin, ennustavat todella hyvin laskutaitojen kehitystä peruskoulun ensimmäisinä vuosina (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004, 703, 708–709).

Kouluikäisille on olemassa monenlaisia peruslaskutaitojen arviointiin soveltuvia testejä ja kartoituksia (esimerkiksi Lukukäsitetesti, Lukilasse, BANUCA, Matte, RMAT, KTLT, MAVALKA ja Kymppi-kartoitus) matematiikan oppimisvaikeuksien tunnistamisen avuksi. Testien ja kartoitusten lisäksi voidaan joskus tarvita joko psykologin tai neuropsykologin tutkimus muiden vaikuttavien tekijöiden selvittämistä varten. On tärkeää selvittää, johtuvatko ongelmat ainoastaan matematiikan vaikeuksista vai esimerkiksi kielen kehityksen tai tark-

kaavuuden häiriöistä, psykososiaalisista tekijöistä tai runsaista koulupoissaoloista. Jos alakoululaisen matematiikan taitotaso on noin kolmea vuotta heikompi kuin ikätasolla, on syytä tehdä diagnostinen arviointi ja suunnitella yksilöllistä tukea. Tätä vanhemmilla voidaan kriteerinä pitää kolmas-neljäluokkalaisten taitotasolle tai sen alle jäämistä. (Räsänen, 2012, 1170; Dräger, 2015, 17.)

Matematiikan oppimisvaikeuksien tunnistaminen ei aina ole helppoa. Sen lisäksi, että ne ilmenevät eri yksilöillä hyvin eri tavoin, ei syy-seuraussuhteiden löytäminen ole aina itses- tään selvää. Heikolle suoriutumislle matematiikassa on monia syitä, kuten esimerkiksi puutteellinen opetus, käyttäytymisongelmat, ahdistuneisuus ja runsaat poissaolot. On siis haastavaa selvittää, mistä ongelmat johtuvat. Lisäksi matematiikan vaikeuksien tunnistam- ista hankaloittaa se, että monet opettajat, vanhemmat ja lapset uskovat yhä, että ongelmat matematiikan oppimisessa johtuvat laiskuudesta tai tyhmyydestä. Näin oli ennen myös luki- vaikeuden kohdalla ennen kuin sitä alettiin tutkimuksen myötä ymmärtää paremmin. (But- terworth, 2005, 456, 465.)

### **3.5 Matematiikan oppimisvaikeuksien seurauksia**

Matematiikan oppimisvaikeudet hankaloittavat elämää monin tavoin, koska arjen toimin- noissa tarvitaan peruslaskutaitoja. Jos oppilas ei saa tarvitsemaansa tukea, voivat matemati- kan vaikeudet heikentää hänen itsetuntoaan ja hankaloittaa suoriutumista myös muissa op- piaineissa. (Dräger, 2015, 12.) Jatkuvat epäonnistumiset aiheuttavat negatiivisia asenteita matematiikkaa kohtaan, itsetunto-ongelmia, ahdistuneisuutta ja pelkoja oppimis- ja koeti- lanteissa (Räsänen, 2012, 1170). Hakkarainen (2016, 11) viittaa Bearin, Minken ja Mannin- gin (2002) tutkimukseen, jonka mukaan matematiikan oppimisvaikeudet voivat aiheuttaa mielikuvan omasta huonommuudesta suhteessa muihin, ja matematiikkaan liittyvä akatee- minen minäkäsitys voi olla huonompi kuin muilla oppilailta.

Suomessa matematiikan ja lukemisen vaikeuksien yhteyttä toisen asteen koulutuspolkuun ja jatko-opintoihin tai työelämään sijoittumiseen on tutkinut Airi Hakkarainen. Hakkaraisen väitöstutkimuksen (2016, 33) mukaan kyseiset vaikeudet ovat merkittävästi yhteydessä nuorten koulutuspolkuun. Molemmilla oppimisvaikeuksilla on vaikutusta toisen asteen kou- lutuspaikan valintaan, toisen asteen koulutuksessa menestymiseen sekä toisen asteen tutkin- non suorittamiseen, sen jälkeiseen jatkokoulutukseen ja työelämään sijoittumiseen. Mate- matiikan oppimisvaikeudet vaikuttavat olevan lukivaikeutta vahvemmin yhteydessä nuoren



koulutuksellisen syrjäytymisriskin kehittymiseen. Hakkaraisen mukaan lukivaikeus näyttää lähinnä viivästyttävän toisen asteen tutkinnon suorittamista, mutta se ei aiheuta nuorelle merkittävää koulutuksellista syrjäytymisriskiä. Nykyään sellaiset työt ja koulutukset, joissa peruslaskutaitoja ei tarvittaisi, ovat hyvin harvassa (Räsänen, 2012, 1168). Vuoden 2015 PISA-tulosten mukaan noin 14 prosentilla suomalaisista 15-vuotiaista nuorista matematiikan taidot eivät yllä tasolle, joka vaaditaan tietoyhteiskunnassa toimimiseen ja kouluttautumiseen (Vettenranta ym., 2016, 30).

Parsons ja Bynner (2005, 5–6) tutkivat laajassa pitkittäistutkimuksessaan isobritannialaisia miehiä ja naisia. He selvittivät matematiikan ja lukemisen vaikeuksien seurauksia yhdessä ja erikseen. 30 vuoden iässä:

- miehet ja naiset, joilla oli sekä lukemisen että matematiikan vaikeuksia, olivat kaikista tutkituista epätodennäköisimmin kokoaikaisessa työssä.
- miehet ja naiset, joilla oli matematiikan vaikeuksia, olivat yli kaksi kertaa todennäköisemmin työttöminä kuin ne miehet ja naiset, joilla ei ollut vaikeuksia matematiikassa.
- 70 % miehistä, joilla oli lukemisen ja/tai matematiikan vaikeuksia, oli suorittavan tason töissä. Miehistä, joilla ei ollut ongelmia lukemisessa tai matematiikassa, 50 % oli suorittavan tason töissä. Naisista, joilla oli lukemisen ja/tai matematiikan vaikeuksia, 40 % teki suorittavaa työtä, mikä oli huomattavasti suurempi osuus kuin tämän ikäisillä naisilla keskimäärin.
- miehet, joilla oli sekä lukemisen että matematiikan vaikeuksia, olivat todennäköisemmin vähemmän taitoja vaativissa työtehtävissä, heillä oli vähemmän työhön liittyviä koulutuksia, pienemmät viikkoansiot ja heikommat ylenemismahdollisuudet. Naisilla, joilla oli sekä lukemisen että matematiikan vaikeuksia, oli vähemmän työhön liittyviä koulutuksia ja ylennyksiä, ja heillä oli vähemmän todennäköisesti omistusasunto.
- miehillä, joilla oli matematiikan vaikeuksia, oli matalin tuntipalkka.
- naisilla, joilla oli matematiikan vaikeuksia, oli epätodennäköisemmin kokoaikainen työ, he olivat vähemmän taitoja vaativissa työtehtävissä tai kotiäiteinä.

Edellä esiteltyjen Hakkaraisen (2016, 33) tulosten kanssa yhteneväisiä tuloksia raportoivat myös Parsons ja Bynner (2005, 7, 31–33): molempien tutkimusten mukaan matematiikan

vaikeudet vaikuttavat enemmän kouluttautumiseen ja työllistymiseen kuin lukivaikeus. Parsons ja Bynner (2005) toteavat, että etenkin naisten osalta työn luonteen muuttuminen on osa ongelmaa. Modernit työt, jotka vetoavat nuoriin naisiin, vaativat matemaattisia taitoja. Lisäksi sekä miesten että naisten matemaattiset taidot heikentyvät, ellei niitä käytetä ja harjoiteta työssä. Syntyy noidankehä, jossa heikot matemaattiset taidot johtavat rajoitteisiin työssä, joka taas johtaa heikkeneviin matemaattisiin taitoihin. Tämä vaikeuttaa työnsaantia ja työpaikan säilyttämistä. Tutkijat ehdottavatkin, että poliittisilla toimilla tulisi torjua etenkin matematiikan vaikeuksien naisille aiheuttamia haittoja. Näin vähennettäisiin naisten syrjäytymisriskiä. (Parsons & Bynner, 2005, 7, 31–33.) Siihen, mitä nämä poliittiset toimet voisivat olla, ei kuitenkaan anneta vastausta.

Tutkimuksessaan Parsons ja Bynner (2005) havaitsivat matematiikan vaikeuksilla olevan yhteyksiä myös fyysiseen ja psyykkiseen terveyteen, poliittiseen kiinnostukseen, itsetuntoon ja elämänhallintaan. Miehillä ja naisilla, joilla oli vaikeuksia matematiikassa, oli suurempi riski masentua. Naisilla matematiikan vaikeudet olivat yhteydessä myös heikompaan fyysiseen terveydentilaan. Sekä miehillä että naisilla matematiikan vaikeudet liittyivät myös vähäisempään kiinnostukseen politiikkaa kohtaan, ja naisilla myös äänestämistä kohtaan. Miehet, joilla oli vaikeuksia matematiikassa, olivat todennäköisemmin keskeyttäneet koulun ja joutuneet tekemisiin poliisin kanssa. Naisilla, joilla oli haasteita matematiikassa, oli heikompi itsetunto ja elämänhallinta. Lisäksi matematiikan vaikeudet olivat enemmän yhteydessä matalaan tulotasoon kuin lukivaikeus. Huomionarvoista on myös se, että lukivaikeus ilman matematiikan vaikeuksia ei tutkimuksessa vaikuttanut merkittävästi elämäntilanteeseen miehillä eikä naisilla. (Parsons & Bynner, 2005, 6–7.)

Matematiikan vaikeuksilla on siis yhteyksiä muun muassa kouluttautumiseen, työllistymiseen, itsetuntoon, mielenterveyteen sekä arjen- ja elämänhallintaan. Näin ollen niillä on merkittäviä seurauksia sekä yhteiskunnalle että yksilölle. Onkin aiheellista pohtia, voitaisiinko matematiikan oppimisvaikeuksien oikeanlaisella ja oikea-aikaisella tukemisella pienentää koulutuksellista syrjäytymisriskiä.

## 4 Oppimisen tuki käytännössä

Tässä luvussa käsitellään matematiikan oppimisen tukemista. Ensin esitellään vuodesta 2011 lähtien perusopetuksessa käytössä ollutta kolmiportaisen tuen mallia. Sen jälkeen tehdään katsaus matematiikan oppimisen käytännön tukimuotoihin. Näkökulmana on mahdollisimman varhainen oppimisen tukeminen.

### 4.1 Kolmiportainen tuki

Perusopetuslakiin ja *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin* on kirjattu oppilaan oikeus saada tukea oppimiseen ja koulunkäyntiin. Kolmiportaisen tuen muodot ovat yleinen tuki, tehostettu tuki ja erityinen tuki (Opetushallitus, 2014b, 61). Yleisen tuen piirissä oleva oppilas voi saada tilapäistä tukiopetusta tai osa-aikaista erityisopetusta, jos hän on jäänyt jälkeen opinnoissaan tai tarvitsee lyhytaikaista tukea (Perusopetuslaki, 16 §). Oppilaalle, joka tarvitsee oppimisessaan tai koulunkäynnissään säännöllistä tukea tai samanaikaisesti useita tukimuotoja, on annettava tehostettua tukea hänelle tehdyn oppimissuunnitelman mukaisesti (Perusopetuslaki, 16 a §). Erityinen tuki muodostuu erityisopetuksesta ja muusta annettavasta tuesta ja se järjestetään muun opetuksen yhteydessä tai osittain tai kokonaan erityisluokalla tai muussa soveltuvassa paikassa (Perusopetuslaki, 17 §). Perusopetuslain (30 §) mukaan opetukseen osallistuvalla on oikeus saada riittävää oppimisen ja koulunkäynnin tukea heti tuen tarpeen ilmetessä.

Oppimisen tuen tulee olla joustavaa, suunniteltua ja tarpeen mukaan muuttuvaa. Sitä tulee tarjota niin kauan, kun se on oppilaalle tarpeellista. Lisäksi tukea tulee antaa oikean tasoisena ja muotoisena. Lähtökohtana ovat kunkin oppilaan ja ryhmän vahvuudet sekä oppimis- ja kehitystarpeet. Etenkin huomiota tulee kiinnittää oppimisvaikeuksien ennaltaehkäisyyn, varhaiseen tunnistamiseen sekä ongelmien monimuotoistumisen ja syvenemisen ehkäisemiseen. Myös ongelmien pitkäaikaisvaikutusten ehkäiseminen on tärkeää. Oppilaan tulee saada onnistumisen kokemuksia ja hänen myönteistä käsitystään itsestään ja koulutyöstä tulee tukea. Opettajien ja muiden ammattilaisten tekemä yhteistyö on tarpeellista, jotta tuen tarve voidaan havaita mahdollisimman varhain. Myös tuen tarpeen arvioinnissa, tuen suunnittelussa ja sen toteuttamisessa tarvitaan monialaista yhteistyötä. Huomioon otettavia seikkoja ovat koulun toimintatavat, opetusjärjestelyt sekä oppimisympäristöt ja niiden soveltuvuus oppilaalle. (Opetushallitus, 2014b, 61.)

Matematiikan osalta *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin* on vielä erikseen kirjattu tukeen liittyviä asioita. Vuosiluokilla 1–2 selvitetään, mitä oppilaat jo osaavat ja millaisia eroja osaamisessa on. Matematiikan kumulatiivisen eli kasautuvan luonteen vuoksi perusasioiden hallinta on välttämätöntä uusien sisältöjen oppimiselle. Vuosiluokilla 3–6 oppilaalla on mahdollisuus saada opetusta myös aiempien luokkien keskeisistä sisällöistä, jos niiden hallitsemisessa on puutteita. Ennakoivaa tukea annetaan uusien sisältöjen oppimiseksi. Lisäksi kaikilla vuosiluokilla 1–6 tukea tarjotaan systemaattisesti sekä puutteellisten tietojen ja taitojen täydentämiseen, että uusien asioiden oppimiseen. Oppimiselle varataan riittävästi aikaa ja osaamista seurataan jatkuvasti. Tarjottava tuki antaa mahdollisuuden oppimisen ilon säilymiselle. Oppilaille tarjotaan sopivia välineitä ja mahdollisuus riittävään harjoitteluun. (Opetushallitus, 2014b, 130, 237.)

On syytä huomata, että myös esiopetus on Perusopetuslain alaista toimintaa, joten kolmiporainen tuki on käytössä esiopetuksessakin. Räsänen ja Koponen (2010, 49) korostavat, että koulun aloitus ei ole biologinen vaan institutionaalinen, opetusjärjestelmän historiaan liittyvä raja. Ei siis voida olettaa, että tuen tarve alkaa vasta peruskoulun ensimmäisellä luokalla. *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa* (Opetushallitus, 2014a) käytetään oppimisen ja koulunkäynnin tuen sijasta termiä kasvun ja oppimisen tuki. Muilta osin tukeen liittyvät asiat on *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin* kirjattu lähes samoin kuin *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteisiin*. Kuten perusopetuksessakin, myös esiopetuksessa tuen tulee olla joustavaa, suunniteltua ja tarpeen mukaan muuttuvaa, lapsen vahvuuksiin keskittyvää sekä onnistumisen kokemuksia tarjoavaa. Moniammatillista yhteistyötä tulee hyödyntää tarpeen mukaan. (Opetushallitus, 2014a, 44–45.)

## 4.2 Matematiikan oppimisen tukimuotoja

Kuten luvussa 4.1 todettiin, matematiikan oppimisen tukemisessa huomiota tulee kiinnittää ongelmien ennaltaehkäisyyn, varhaiseen tunnistamiseen sekä monimuotoistumisen ja syvenemisen ehkäisemiseen. Mitä aiemmin matematiikan oppimisvaikeudet tunnistetaan, sitä paremmin lasta voidaan auttaa, eivätkä osaamiserot ikätovereihin verrattuna ehdi kasvaa liian suuriksi. Matematiikan vaikeudet eivät katoa itsestään, vaan ne vaativat asianmukaista oppimisen tukea (Dräger, 2012, 12). Tässä kappaleessa esitellään erilaisia käytännön tukimuotoja.

Jo ennen kouluikää on Drägerin (2015, 13–16) mukaan tärkeää, että lapsi saa kokemuksia esimatemaattisista harjoituksista kuten luokittelusta, sarjoittamisesta, vertailusta, visuaalisesta hahmottamisesta, oman kehon hahmottamisesta ja tasapainon hallinnasta. Kaikki lapset eivät kiinnitä luontaisesti huomiota lukumääriin (SFON-ilmiö, ks. luku 3.3), minkä vuoksi olisi Drägerin mukaan tärkeää auttaa heitä huomaamaan lukumääriä ympäristössään. Tämä voi tapahtua kotona, esikoulussa tai koulussa. Jos lapsi alkaa kiinnittää huomiota lukumääriin vasta koulussa, on hänen kokemuksensa niistä huomattavasti vähäisempi kuin ikätovereilla. Räsänen (2012, 1173–1174) korostaa, että oppimisvaikeuksia ennaltaehkäisevän viriketoiminnan olisi etenkin riskilapsilla alettava paljon ennen kouluikää, koska erot matematiikan taidoissa ehtivät kasvaa suuriksi jo ennen esikoulua. Pienillä lapsilla matemaattisia aiheita voidaan tuoda esiin erilaisten pelien ja leikkien avulla ja näin kannustaa lapsia kiinnittämään huomiota lukumääriin jokapäiväisessä arjessa (Räsänen & Koponen, 2010, 49).

Luvussa 3.2 todettiin, että lukuvuonna 2009–2010 noin 21 prosenttia kaikista vuosiluokkien 1–6 osa-aikaisessa erityisopetuksessa olevista oppilaista sai erityisopetusta ensisijaisesti matematiikan oppimisvaikeuksien vuoksi. Esiopetuksessa vastaava osuus oli vain neljä prosenttia. (Tilastokeskus, 2011.) Huomionarvoista on se, kuinka paljon vähemmän matematiikan erityisopetusta annettiin esiopetuksen puolella. Kyseisenä lukuvuonna kolmiportainen tuki ei vielä ollut tullut käyttöön, ja esiopetus ei vielä kuulunut oppivelvollisuuden piiriin. Tutkimustietoa siitä, ovatko nämä kaksi muutosta vaikuttaneet esiopetuksessa annettavan matematiikan erityisopetuksen määrään, ei ole ainakaan toistaiseksi.

Aunola, Leskinen, Lerkkanen ja Nurmi (2004) tutkivat pitkittäistutkimuksessaan matematiikan osaamisen kehittymistä esikoulusta peruskoulun toiselle vuosiluokalle asti. He esittävät tutkimustulostensa pohjalta neljä huomionarvoista asiaa matematiikan oppimisen varhaiseen tukemiseen. Ensimmäiseksi Aunola ym. toteavat, että jo esikouluiässä tulisi kiinnittää enemmän huomiota matemaattisten taitojen oppimiseen. Lisäksi taidoiltaan eritasoiset lapset voisivat hyötyä erilaisista opetussuunnitelmista ja -tavoista, koska tiettyjen matemaattisten taitojen automatisoituminen voi heikommilta oppilailta viedä huomattavasti taitavampia enemmän aikaa. Kolmanneksi tutkijat korostavat laskutaidon oppimisen tärkeyttä. Heidän mukaansa jo esikoulussa tulisi kiinnittää enemmän huomiota laskemiseen. Neljäs huomioitava asia Aunolan ym. mukaan on se, että metakognitiiviset, kuullun ymmärtämisen ja visuaalisen huomionkiinnittämisen taidot näyttävät olevan yhteydessä matematiikan osaamisen tasoon ja sen kehittymiseen. Matematiikan oppimisen tukemisessa on siis syytä keskittyä

myös yleisempien taitojen opettelemiseen. (Aunola ym., 2004, 710.) Samaa painottaa Shalev (2004, 768) – opetuksen tulee keskittyä sekä yleisten opiskelutaitojen että matemaattisten sisältöjen opetteluun.

Räsänen ja Koponen (2010, 48) kirjoittavat, ettei tutkimuksin ole onnistuttu löytämään yhtä toimivaa matematiikan oppimisen tukikeinoa. Oikeiden, kullekin oppilaalle sopivien menetelmien löytäminen voi olla haasteellista. Erityyppiset keinot näyttävät toimivan eri-ikäisillä. Räsänen ja Koposen mukaan esimerkiksi esikoululaisilla lukukäsitteen harjoittelussa tehokkaaksi on havaittu tutkivan oppimisen työtavat, kun taas alakoululaisilla aritmetiikan harjoittelussa palauteskeinen toisto ja suora strategiaopetus näyttäisivät olevan toimivia lähestymistapoja. Tutkijat toteavat myös, että tietämyksen lisääntyminen erilaisista menetelmistä ja niiden tehokkuudesta on haaste opettajankoulutuslaitoksille. Gersten ym. (2009, 1202, 1227) tekivät meta-analyysin 42:sta matematiikan oppimisvaikeuksia koskevasta interventiotutkimuksesta ja havaitsivat erityisen tehokkaiksi keinoiksi ongelmanratkaisun opettamisen ratkaisustrategioita ”ääneen ajattelemalla” ja tarkkojen ohjeiden antamisen. Wilson ja Räsänen (2009, 6) tiivistävät, että optimaalisen tukimuodon valintaan vaikuttavat sekä opetettava sisältö että se, kuinka vakava oppimisvaikeustapaus on kyseessä.

Myös Shalev (2004) mainitsee tutkimuksessaan muutamia tehokkaita tukikeinoja. Kymmenjärjestelmän vahvistaminen on tärkeää, jotta esimerkiksi luku 60 349 tarkoittaisi oppilaalle muutakin kuin numeroista koostuvaa jonoa. Analogioiden vahvistaminen lukusuoralla on myös hyödyllistä. Tämä tarkoittaa sitä, että oppilas havahtuu huomaamaan, mitä yhteistä on laskuilla  $4+10$ ,  $14+10$ ,  $24+10$  ja niin edelleen. Shalev korostaa aritmeettisten käsitteiden, prosessien ja operaatioiden sanallistamista eli niin sanotusti matematiikan kielen suomentamista oppilaalle. Lisäksi hän kannustaa lukumääräisyyden tajua ja ymmärtämistä kehittäviin harjoitteisiin ulkoa muistamisen sijaan. Myös teknologian hyödyntäminen oppimisen apuna on syytä huomioida lapsilla, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia. Toistoharjoituksiin perustuvat opetusohjelmat auttavat matemaattisten sisältöjen automatisoitumisessa. Sähköiset kalenterit, ajanhallintasovellukset ja kellot voivat puolestaan tulla kysymykseen arkea helpottavina apuvälineinä. (Shalev, 2004, 768–769.) Räsänen (2012, 1170, 1175) luettelee artikkelissaan muutamia Suomessa viime vuosina kehitettyjä ja käännettyjä matematiikan oppimisvaikeuksien tukimenetelmiä (Nallematikka, Minäkin lasken!, Ekapeli-matikka, Numerorata ja Selkis – Yhteenlaskua ymmärtämään). Kyseisten menetelmien vaikuttavuudesta on julkaistu myös tutkimuksellista tietoa, mutta Räsänen mukaan on hyvin vaikeaa tehdä päätelmiä niiden soveltuvuudesta yksittäisen lapsen tukemiseen.

Teknologisten sovellusten ja opetusohjelmien lisäksi erilaiset matematiikan opetusta havainnollistavat konkreettiset välineet ovat tärkeitä oppilaalle, jolla on matematiikan vaikeuksia. Räsänen (2012, 1175) toteaa, että kaikkein keskeisimmät matematiikan tuki- ja erityisopetuksen keinot ovat nimenomaan sisältöjen konkretisointiin ja havainnollistamiseen liittyviä. Samoilla linjoilla on Dräger (2015, 18), joka mainitsee välineiden käytön tärkeäksi syyksi sen, että lapsille rakentuu merkityksiä matematiikasta oman kokemuksen kautta.

Matematiikan oppimisvaikeuksia koskevissa tutkimuksissa käydään keskustelua siitä, mikä on optimaalisin tapa tarjota opetusta oppilaille, joilla on haasteita matematiikassa – onko se opetus isossa ryhmässä, vertaisoppiminen muiden oppilaiden parissa vai yksilöopetus. Wilsonin ja Räsänen (2009) tutkimuksen mukaan yksilöllisesti annettu tuki vaikuttaisi olevan tehokkain tukimuoto matematiikan oppimisvaikeuksien kuntoutuksessa, etenkin silloin, kun matematiikan taidoissa on vakavia puutteita. Tällöin voidaan Wilsonin ja Räsänen mukaan parhaiten keskittyä juuri kyseisen oppilaan oppimisen haasteisiin. Kyseiset tutkijat toteavat, että vertaisoppiminenkin voi olla tehokasta, erityisesti peruskoulussa. Opetus isossa ryhmässä sen sijaan näyttäisi johtavan hyviin tuloksiin lähinnä oppimisvaikeuksia ennaltaehkäisevässä toiminnassa ennen peruskoulun aloittamista. (Wilson & Räsänen, 2009, 6.) Myös Dräger (2015) puhuu yksilöllisesti annetun tuen puolesta ja toteaa, ettei edes pienessä ryhmässä annettavasta tukiopetuksesta ole välttämättä hyötyä lapselle, jolla on matematiikan oppimisvaikeuksia. Tätä hän perustelee sillä, että oppimisen tuen tulee aina rakentua lapsen hetkisen henkilökohtaisen kehityksen, tieto- ja taitotason pohjalle. (Dräger, 2015, 19–20.)

Neuropsykologian erikoispsykologi Räsänen (2012, 1168) nostaa katsauksessaan esiin, että dyskalkulia tapauksissa intensiivisen erityisopetuksen lisäksi oppimisvaikeutta voidaan helpottaa neuropsykologisen kuntoutuksen avulla. Myös dyskalkuliaa lievemmissä oppimisvaikeustapauksissa on tärkeää hyödyntää moniammatillista yhteistyötä. Tähän velvoittavat myös *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet* ja *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet* (Opetushallitus, 2014a, 44–45; 2014b, 61). Kasvattajien välinen yhteistyö on tärkeää etenkin koulutuksen nivelvaiheissa, kuten esiopetuksesta perusopetukseen siirryttäessä (Opetushallitus, 2014a, 54; 2014b, 36). Yhteistyötä tehdään esimerkiksi varhaiskasvattajien, luokanopettajien ja erityisopettajien kesken. Erityisesti on mainittava vielä vanhempien kanssa tehtävän yhteistyön tärkeys. Nurmi ym. (2001, 72–73) korostavat artikkelissaan vanhempien uskomusten merkitystä sekä myönteisissä että kielteisissä oppimisen kehityksu- luissa. Tämä antaa perusteita sille, että lasten matematiikan oppimisvaikeuksien kuntoutuk-

sessä ja oppimisen tuen suunnittelussa vanhempien mukaan ottaminen on tärkeää. Vanhemmilta saatu tuki ja myönteiset odotukset voivat auttaa oppimisvalmiuksien tukemisessa (Nurmi ym., 2001, 72–73).

Kuten luvussa 4.1 todettiin, oppimisen tuen tulee opetussuunnitelmien mukaan keskittyä lapsen vahvuuksiin ja antaa onnistumisen kokemuksia. Usein matematiikan oppimisvaikeudet aiheuttavat negatiivisia ja ahdistavia tunteita matematiikkaa kohtaan (ks. luku 3.5), minkä vuoksi on erityisen tärkeää, että opetus on mahdollisimman mukavaa ja mielekästä. Hakkarainen (2016, 41) korostaa kiireettömän ilmapiirin tärkeyttä. Oppimisen tukemiselle tulee järjestää puitteet, jotka mahdollistavat aktiivisen keskustelun ja pohdinnan. Tällainen toiminta vie aikaa, mutta on Hakkaraisen mukaan arvokasta myöhempää oppimista ajatellen. Nurmen ym. (2001, 72) tutkimustulokset osoittavat lisäksi, että lapsen minäkäsityksen, myönteisten ja kielteisten tunteiden sekä hallintakokemusten huomioon ottaminen ovat tärkeitä oppimisen tukemisessa huomioitavia seikkoja. Pelkät koulunkäynnin perustaitoihin keskittyvät toimenpiteet voivat olla riittämättömiä, jos minäkuvan, tunteiden ja hallintakokemusten merkitystä ei huomioida.

Matematiikan oppimisen tukemisessa merkittävä rooli on myös kasvattajien valmiuksilla tukea lapsia, joille matematiikka on haastavaa. Räsänen ym. (2010, 195) tutkimuksessa 73 % opettajista oli sitä mieltä, että lapsi, jolla on matematiikan oppimisvaikeuksia, saa heidän koulussaan oppimiselle tarvitsemansa tuen. Kuitenkin vain puolet opettajista piti omia valmiuksiaan opettaa kyseisiä oppilaita hyvänä, ja jopa 21 % piti omia valmiuksiaan riittämättöminä. Samassa tutkimuksessa selvisi, että 24 % opettajista piti matematiikan opetussuunnitelmaa liian vaativana osalle oppilaista. Lisäksi 53 % oli sitä mieltä, että oppilaiden, joilla on matematiikan vaikeuksia, oppimäärä pitäisi yksilöllistää jo varhain. Onkin aiheellista pohtia, olisiko opettajien tietämyksen lisääminen matematiikan oppimisvaikeuksista ja heidän opetusvalmiuksiensa parantaminen esimerkiksi täydennyskoulutuksen avulla avain tehokkaampaan tukeen.

Edellä on esitelty erilaisia matematiikan oppimisen tukimuotoja. Koska jokainen lapsi on yksilö, on myös jokaisen lapsen oppimisen tukeminen yksilöllinen prosessi. Hakkarainen (2016, 41) korostaa lisäksi, että erilaisten keinojen yhtäaikainen, monipuolinen käyttö on tehokas tapa tukea matematiikan oppimista.



## 5 Johtopäätökset ja pohdinta

Tässä kandidaatintyössä paneuduttiin matematiikan oppimisvaikeuksiin ja oppimisen varhaiseen tukemiseen. Tutkimuksen tavoitteena oli kuvata matematiikan vaikeuksia ja matematiikan oppimisen varhaista tukemista mahdollisimman kattavasti tekemällä kirjallisuuskatsaus. Tutkimuskysymykset olivat:

- Mitä matematiikan oppimisvaikeudet ovat?
- Miten lapsen oppimista voidaan tukea, jos hänellä on vaikeuksia matematiikassa?

Ensimmäistä tutkimuskysymystä käsiteltiin luvussa 3 ja toista kysymystä luvussa 4. Matematiikan vaikeudet ovat lapsesta itsestään riippumattomia ja yleisiä oppimisvaikeuksia. Ne ovat vähemmän tunnettuja, tutkittuja ja tuettuja oppimisvaikeuksia kuin vaikkapa lukivaikeus, vaikka molemmat ovat hyvin yleisiä ilmiöitä. Lisäksi matematiikan vaikeuksien seuraukset ulottuvat paljon matematiikan oppitunteja kauemmas: jatkokoulutukseen, työllistymiseen, yleiseen elämänhallintaan sekä fyysiseen ja psyykkiseen terveyteen.

Jokainen opettaja tulee varmasti urallaan kohtamaan lapsia, joilla on haasteita matematiikassa. Tämän kandidaatintyön tavoite on poistaa matematiikan oppimisvaikeuksiin liitettyä tyhmyyden ja laiskuuden mielikuvaa lisäämällä ymmärrystä kyseisistä oppimisvaikeuksista. Tavoite on asetettu käytännön opetus- ja kasvatustyötä silmällä pitäen. Tutkimuksen tuloksilla on siis parhaassa tapauksessa runsaasti soveltamismahdollisuuksia käytäntöön. Tärkeää olisi saada mahdollisimman moni kasvattaja tietoiseksi matematiikan oppimisvaikeuksista, jotta ne tunnistettaisiin nykyistä herkemmin ja aiemmin. Tietoisuuden lisääminen ei kuitenkaan yksistään riitä. Pohdinnan arvoista on, riittävätkö opettajien ja muiden kasvattajien resurssit oppimisvaikeuksien tunnistamiseen suurissa ryhmissä.

Matematiikan oppimisen tukemiseen on olemassa erilaisia keinoja, joita kokeilemalla löydetään varmasti jokaisen lapsen sen hetkiselletieto-, taito- ja kehitystasolle sopivimmat. Parhaimmassa tapauksessa matematiikan hierarkkiseen rakenteeseen syntyneet aukot saadaan opetuksen avulla paikattua, ja oppilas pääsee rakentamaan uutta tälle kantavalle pohjalle. Kun perustaidot ovat hallussa, on myöhempi matematiikan oppiminen helpompaa. Lisäksi tietoyhteiskunnassa toimiminen edellyttää matemaattisia taitoja. Onkin huolestuttavaa, että uusimpien PISA-tulosten (Vettenranta ym., 2016, 30) mukaan 14 % suomalaisnuorista ei yllä matematiikan taidoissaan tietoyhteiskunnassa vaadittavalle tasolle. Nykyään puhutaan paljon etenkin nuorten syrjäytymisestä ja siitä, miten sitä voitaisiin ehkäistä. Voidaankin

kysyä, pienentäisikö matematiikan oppimisen nykyistä parempi tukeminen syrjäytymisriskiä.

Tuomi ja Sarajärvi (2002) mainitsevat hyvän tutkimuksen kriteeriksi sisäisen johdonmukaisuuden, joka konkretisoituu siinä, miten ja millaisia lähteitä käytetään. Tutkimuksen uskottavuus perustuu siihen, että tutkija noudattaa hyvää tieteellistä käytäntöä muun muassa oikeanlaisin lähdeviittauksin, huolellisesti raportoimalla ja muutoinkin yleistä tarkkuutta noudattaen. (Tuomi & Sarajärvi, 2002, 124, 129–130.) Tässä kandidaatintyössä on käytetty kattavasti laadukkaita ja tuoreita lähteitä. Tuore tutkimustieto lisää tutkimuksen ajantasaisuutta. Lähteiden joukossa on sekä suomalaisia että kansainvälisiä tutkimuksia, ja lähteitä on riittävä määrä kandidaatintyöhön. Pudas-Tähkä ja Axelin (2007, 53) ohjeistavat käyttämään muitakin kuin englanninkielisiä lähteitä mahdollisen kieliharhan välttämiseksi. Tässä tutkimuksessa kyseistä ohjetta on noudatettu, mikä lisää tutkimuksen luotettavuutta. Lisäksi englanninkielistä tekstiä suomennettaessa on pyritty erityiseen tarkkuuteen, jotta mahdolliset käänkövirheet eivät vääristäisi tutkimustuloksia. Lähteiden käytön osalta on kuitenkin syytä muistaa, että tutkija tulkitsee niitä aina subjektiivisesti omista lähtökohdistaan käsin ja tekee valintoja sen suhteen, mitä asioita tutkimukseen valikoituu ja mitä jää pois. Tämä on väistämätöntä, koska tutkija on tutkimusasetelman luoja (Tuomi & Sarajärvi, 2002, 133).

Metodikirjallisuudessa keskustellaan paljon siitä, voidaanko laadullisen tutkimuksen kohdalla käyttää käsitteitä reliabiliteetti ja valideetti. Mikäli kyseisten käsitteiden käyttö oikeutetaan, on tämä kandidaatintyö validi, sillä se tutki sitä, mitä oli tarkoituskin tutkia. Lisäksi tutkimusta voidaan pitää reliaabelina, eli se on toistettavissa samoin tuloksin. (Tuomi & Sarajärvi, 2002, 133.) Toistettavuuden mahdollistavat huolellisesti laaditut tekstin sisäiset lähdeviittaukset ja lähdeluettelo. Tutkimuksen luotettavuuskeskustelussa yksi huomioitava seikka on tutkimusprosessin julkisuus (Tuomi & Sarajärvi, 2002, 139). Tutkimusprosessi on ollut julkinen, koska tutkija on kesken prosessin pyytänyt kommentteja ja arvioita työn laadusta sekä opinnäytetyön ohjaajalta, että kanssaopiskelijoilta. Tutkimustyön edistymistä on lisäksi kuvattu kandidaattiseminaarissa. Saatujen kommenttien avulla tätä kandidaatintyötä on pyritty kehittämään yhä laadukkaammaksi. Sen lisäksi, että prosessi on ollut julkinen, on prosessin etenemistä aina tiedonhausta raportointiin asti ohjannut tutkimussuunnitelma. Tutkimussuunnitelmaa on täsmennetty ja täydennetty tarpeen mukaan tutkimusprosessin edetessä. Myös tämä lisää tutkimuksen luotettavuutta ja uskottavuutta.

Matematiikan oppimisvaikeuksista tiedetään jo jonkin verran, mutta lisätutkimukselle on yhä tarvetta. Mahdollisia jatkokysymyksiä aiheeseen liittyen ovat esimerkiksi: Millaisia kokemuksia luokan- ja erityisopettajilla on matematiikan vaikeuksista ja matematiikan oppimisen tukemisesta alakoulussa? Millaisia kokemuksia matematiikan oppimisvaikeuksien vuoksi tukea saavilla oppilailla on kuntouttavasta opetuksesta? Myös vanhempien osuutta lapsensa matematiikan oppimisen tukemisessa olisi syytä tutkia. Pro gradu -tutkielmassani aionkin tutkia kodin ja koulun välistä yhteistyötä matematiikan oppimisvaikeuksien yhteydessä.

## Lähteet

- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (5. painos.). Arlington, VA: American Psychiatric Publishing.
- Aunola, K., Barman, S., Isosaari, T., Tuomi, E. & Nurmi, J.-E. (2001). Neuvolan 5-vuotis-tarkastus kouluvaikeuksien ennustajana: Nykytila ja kehitystarve. *Psykologia*, 36, 419–428.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96, 699–713. <http://dx.doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Aunola, K., Leskinen, E. & Nurmi, J.-E. (2006). Developmental dynamics between mathematical performance, task-motivation, and teachers' goals during the transition to primary school. *British Journal of Educational Psychology*, 76, 21–40. <http://dx.doi.org/10.1348/000709905X51608>
- Barbarese, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L. & Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976–82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics*, 5(5), 281–289. doi: 10.1367/A04-209R.1
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. Teoksessa Campbell, J. I. D. (toim.), *Handbook of Mathematical Cognition* (455–467). Psychology Press. Haettu 28.12.2016 osoitteesta: <http://www.mathematicalbrain.com/pdf/HMC26.PDF>
- Dräger, M. (2015). *Matikkaluotsi. Matematiikkavaikeuden tunnistaminen ja kuntouttava opetus*. Early Learning Oy.
- FINLEX. (1998). *Perusopetuslaki*. Haettu 9.10.2016 osoitteesta: <http://www.finlex.fi/fi/laki/ajantasa/1998/19980628>
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15.
- Geary, D. C. (2010). Mathematical disabilities: Reflections on cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 130–133. doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.008

- Gersten, R., Chard, D. J., Jayanthi, M., Baker, S. K., Morphy, P. & Flojo, J. (2009). Mathematics instruction for students with learning disabilities: A meta-analysis of instructional components. *Review of Educational Research*, 79(3), 1202–1242.
- Gersten, R., Jordan, N. C. & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293–304.
- Hakkarainen, A. (2016). *Matematiikan ja lukemisen vaikeuksien yhteys toisen asteen koulutuspolkuun ja jatko-opintoihin tai työelämään sijoittumiseen*. University of Eastern Finland: Publications of the University of Eastern Finland Dissertations in Education, Humanities, and Theology. Haettu 9.10.2016 osoitteesta: [http://epublications.uef.fi/pub/urn\\_isbn\\_978-952-61-2035-5/urn\\_isbn\\_978-952-61-2035-5.pdf](http://epublications.uef.fi/pub/urn_isbn_978-952-61-2035-5/urn_isbn_978-952-61-2035-5.pdf)
- Hannula, M. M. & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15, 237–256. doi: 10.1016/j.learninstruc.2005.04.005
- Hannula, M. M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(1), 51–57. <http://dx.doi.org/10.1080/10986060709336605>
- Johnson, E. O. & Breslau, N. (2000). Increased risk of learning disabilities in low birth weight boys at age 11 years. *Biological Psychiatry*, 47, 490–500. doi: 10.1016/S0006-3223(99)00223-1
- Malin, A., Sulkunen, S. & Laine, K. (2013). *PIAAC 2012. Kansainvälisen aikuistutkimuksen ensituloksia*. (Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisu No. 19). Opetus- ja Kulttuuriministeriö. Haettu 15.11.2016 osoitteesta: <http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2013/liitteet/okm19.pdf?lang=fi>
- Mazzocco, M. M. M. & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice*, 20, 142–155. doi: 10.1111/j.1540-5826.2005.00129.x.
- Nurmi, J.-E., Aunola, K. & Onatsu-Arviolommi, T. (2001). Työskentelytavat oppimisvaikeuksien selittäjinä. *Psykologia*, 36, 68–73.

- Opetushallitus. (2014a). *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet*. Haettu 15.1.2017 osoitteesta: [http://www.oph.fi/download/163781\\_esiopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](http://www.oph.fi/download/163781_esiopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf)
- Opetushallitus. (2014b). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet*. Haettu 30.9.2016 osoitteesta: [http://www.oph.fi/download/163777\\_perusopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf)
- Parsons, S. & Bynner, J. (2005). *Does numeracy matter more?* National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy. London: Institute of Education, University of London. Haettu 30.9.2016 osoitteesta: <http://eprints.ioe.ac.uk/4758/1/parsons2006does.pdf>
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N. ym. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116, 33–41. doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Pudas-Tähkä, S.-M. & Axelin, A. (2007). Systemaattisen kirjallisuuskatsauksen aiheen raja-  
aus, hakutermit ja abstraktien arviointi. Teoksessa Johansson, K., Axelin, A., Stolt, M. & Ääri, R.-L. (toim.), *Systemaattinen kirjallisuuskatsaus ja sen tekeminen* (46–57). University of Turku: Department of Nursing Science.
- Räsänen, P. (2012). Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. *Duodecim*, 168, 1168–1177. Haettu 15.9.2016 osoitteesta: <http://terveysportti.fi/xmedia/duo/duo10309.pdf>
- Räsänen, P. & Koponen, T. (2010). Matemaattisten oppimisvaikeuksien neuropsykologisesta tutkimuksesta. *NMI-bulletin*, 20(3), 39–53. Haettu 30.9.2016 osoitteesta: <http://bulletin.nmi.fi/wp-content/uploads/2015/02/rasanen.pdf>
- Räsänen, P., Närhi, V. & Aunio, P. (2010). Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa Niemi, E. K. & Metsämuuronen, J. (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008* (165–203). Helsinki: Opetushallitus.
- Shalev, R. S. (2004). Developmental dyscalculia. *Journal of Child Neurology*, 19(10), 765–771.

- Shalev, R. S. & Gross-Tsur, V. (1993). Developmental dyscalculia and medical assessment. *Journal of Learning Disabilities*, 26, 134–137. doi: 10.1177/002221949302600206
- Shalev, R. S., Manor, O. & Gross-Tsur, V. (2005). Developmental dyscalculia: A prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 47(2), 121–125.
- Terveyden- ja hyvinvoinninlaitos (THL). (1999). *Tautiluokitus ICD–10*. Haettu 19.11.2016 osoitteesta: <http://koodistopalvelu.kanta.fi/codeserver/pages/classification-view-page.xhtml?classificationKey=23&versionKey=58>
- Tilastokeskus. (2011). [Taulukko, 9.6.2011]. *Osa-aikaista erityisopetusta lukuvuonna 2009–2010 saaneet peruskoulun oppilaat erityisopetuksen ensisijaisen syyn mukaan*. Haettu 15.1.2017 osoitteesta: [http://tilastokeskus.fi/til/erop/2010/erop\\_2010\\_2011-06-09\\_tau\\_005\\_fi.html](http://tilastokeskus.fi/til/erop/2010/erop_2010_2011-06-09_tau_005_fi.html)
- Tuomi, J. & Sarajärvi, A. (2002). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Helsinki: kustannusosakeyhtiö Tammi.
- Vettenranta, J., Välijärvi, J., Ahonen, A., Hautamäki, J., Hiltunen, J., Leino, K., ... Vainikainen, P. (2016). *PISA 15 Ensituloksia. Huipulla pudotuksesta huolimatta*. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2016:41. Opetus- ja kulttuuriministeriö. Haettu 15.1.2017 osoitteesta: <http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2016/liitteet/okm41.pdf>
- Wilson, A. & Räsänen, P. (2009). *Effective interventions for numeracy difficulties/disorders*. Encyclopedia of language and literacy research network. The Canadian Language and Literacy Research Network. Haettu 15.1.2017 osoitteesta: [https://www.researchgate.net/publication/242730772\\_Effective\\_Interventions\\_for\\_Numeracy\\_DifficultiesDisorder](https://www.researchgate.net/publication/242730772_Effective_Interventions_for_Numeracy_DifficultiesDisorder)