

Sateenkaari

Nea Tauriainen
LuK-tutkielma
Fysiikan tutkinto-ohjelma
Luonnontieteellinen tiedekunta
Oulun yliopisto
Kesäkuu 2025

Sisällys

1	Johdanto	2
2	Aaltoliike	3
3	Sähkömagneettinen aalto	6
3.1	Valon polarisaatio	8
3.2	Valon sironta	8
4	Geometrinen optiikka	9
4.1	Heijastuminen ja taittuminen	9
4.2	Dispersio	11
5	Fysikaalinen optiikka	12
5.1	Interferenssi ja diffraktio	12
6	Sateenkaari luonnonilmiönä	15
6.1	Ilmakehän vesipisarat	15
6.2	Pääsateenkaari	16
6.3	Sivusateenkaari ja Aleksanterin tumma vyöhyke	18
7	Erikoisempia sateenkaaria	20
8	Yhteenveto	23
9	Lähdeluettelo	24

1 Johdanto

Kesäisen sateen jälkeen taivalle saattaa ilmestyä lumoavan värikäs sateenkaari. Koska luonnonilmiönä sateenkaari on vaikuttava näky, liittyy siihen paljon erilaisia uskomuksia ja se ennen aikaan liitettiin usein jumaliin. Kreikan mytologiassa sateenkaaren jumalatar Iris yhdistää kaarenlailla ihmiset ja jumalat [1]. Raamatussa merkitys on hyvin samankaltainen, sateenkaari luotiin yhdistämään taivaan- ja maanpäällinen elämä [2]. Suomen mytologiassa sateenkaarta pidettiin taas Ukko Ylijumalan jousena [3]. Paljon on myös kuultu puhuttavan sateenkaaren päästä löytävästä aarteesta.

Nykyään tiedämme, että sateenkaari syntyy Auringon valon ja ilmassa leijuvien vesipisaroiden vuorovaikutuksesta. Auringon säteilemä valkoinen valo on sähkömagneettista aaltoliikettä, joka sisältää näkyvän valon värikkään spektrin. Valonsäteet heijastuvat ja taittuvat kahden aineen rajapinnassa. Valkoinen valo hajoo väreiksi heijastuessaan ja taittuessaan pyöreästä vesipisarasta.

Jo antiikin Kreikassa huomattiin sateenkaarta muistuttava värispektri, kun ikkunasta tullut valo kulki pallomaisen läpinäkyvän vesiastian lävitse. Tällöin filosofit ajattelivat, että Auringosta tuleva valo on sen puhtaimmassa muodossa. Valon ei siis oletettu jo ennestään sisältävän värejä. Ajateltiin, että värit syntyvät, kun valoon lisätään tietyn verran pimeyttä. [4]

Sateenkaari on optiikan ilmiö, jonka selittäminen lähtee liikkelle aaltojen käyttäytymisen ymmärtämisestä. Optiikka, eli valon etenemisen teoria, antaa käsityksen sateenkaaren muodostumisen lisäksi siitä, miksi taivas on sininen tai miksi näemme värejä. Se sisältää teorian aaltojen etenemisestä sekä sen käyttäytymisestä eri aineiden rajapinnassa, dispersiosta ja interferenssistä. Näitä teorioita tarvitsemme, jotta ymmärrämme sateenkaarien syntymisen. [5]

Tutkielmassa käsitellään sateenkaarta luonnonilmiönä. Aluksi perehdymme klassiseen sekä sähkömagneettiseen aaltoliikkeeseen, jonka jälkeen tutkimme aaltojen käyttäytymistä kahden aineen rajapinnassa geometrisen sekä fysikaalisen optiikan lakien avulla. Lopussa esitellään sateenkaaren muodostumisen teoria sekä käsitellään muutamia erikoisempia sateenkaaria.

2 Aaltoliike

Klassinen etenevä mekaaninen aalto on itseään ylläpitävä väliaineen häiriö, joka edessään kuljettaa energiaa sekä liikemäärää [4]. Mekaaninen aalto tarvitsee siis edetäkseen kimmoisan väliaineen. Väliaineen hiukkaset käyvät läpi siirtymän ja muuttavat hetkellisesti paikkaansa, kun aalto kulkee väliaineen lävitse. Itse väliaine ei etene aallon mukana. Aallon ominaisuudet vaikuttavat väliaineen hiukkasten tasapainoaseman poikkeamiin ja aallon tyyppi vaikuttaa poikkeaman suuntaan. Jos väliaineen poikkeama on kohtisuorassa aallon etenemissuuntaan nähden, on aalto poikittaista aaltoliikettä. Jos väliaineen poikkeama on taas aallon suuntainen, on se pitkittäistä aaltoliikettä. Esimerkki poikittaisesta aaltoliikkeestä on sähkömagneettinen aalto, kuten valo, ja pitkittäisestä aaltoliikkeestä ilmassa kulkeva ääniaalto. Veden pinnalla muodostuvat aallot ovat sekä pitkittäistä että poikittaista aaltotyyppiä. [5]

Jaksolliset aallot noudattavat aaltoliikkeen perusyhtälöä

$$\nu = \frac{\lambda}{T} = \lambda f, \quad (1)$$

missä ν on aallon etenemisnopeus, λ aallonpituus eli kahden vierekkäisen aallonharjan välinen etäisyys, T aika, jonka kuluessa aalto etenee yhden aallonpituuden verran, ja f taajuus eli jaksonajan T käänteisarvo. Aallon tarkempaa matemaattista esitystä kuvataan aaltofunktiolla

$$y = f(x,t), \quad (2)$$

joka kertoo väliaineen poikkeaman y tasapainoasemastaan millä tahansa ajan hetkellä t missä tahansa paikassa x . [5]

Harmoniseksi aaltoliikkeeksi kutsutaan yleensä sini- tai kosinimuotoista jatkuvaa aaltoliikettä, joka etenee muotonsa säilyttäen vakionopeudella. Harmonista positiivisen x-akselin suuntaan kulkeavaa aaltoa kuvataan matemaattisesti funktiolla

$$y(x,t) = A \cos(kx - \omega t), \quad (3)$$

jossa A on aallon amplitudi, k aallon etenemisvakio eli aaltoluku ja ω kulmataajuus. Kulmataajuus on jaksollisille aalloille $\omega = 2\pi f = \nu k$, missä aaltoluku $k = 2\pi / \lambda$. Harmonisen aaltofunktion osaa $(kx - \omega t)$ kutsutaan aallon vaiheeksi. Yhtälö (3) kuvaa positiivisen x-akselin suuntaan kulkevaa aaltoa. Harmonisen aallon funktion (3) ajan t ja paikan x termit määrittävät sinimuotoisen aallon vaiheen tietyssä paikassa

tietyllä ajanhetkellä t . Aallon huipussa kosinifunktio saa arvon 1, jolloin vaihe saa arvoja $0, 2\pi, 4\pi, \dots$ ja aallon pohjalla kosinifunktio saa arvon -1, jolloin vaihe on $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$. [5]

Aallon nopeus saadaan määritettyä seuraamalla aallon huipun paikkaa ajan funktiona. Positiivisen x-akselin suuntaan kulkevan aallon vaihe huippupisteessä on $(kx - \omega t)$ on vakio. Kun aaltofunktio saa arvon +1, kosinifunktio saa arvon 1, jolloin vaihe on $(kx - \omega t) = 0$, mistä voidaan ratkaista aallon paikaksi $x = \omega t/k$. Kun aallon paikkaa derivoidaan ajan suhteen, saadaan aallon nopeudeksi

$$\nu = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}. \quad (4)$$

Väliaineen hiukkasten poikittaista nopeutta ja kiihtyvyyttä sekä aallon kaareutumista tutkitaan ajan t ja paikan x osittaisderivaattojen avulla. Kun derivoidaan aaltofunktiota (3) ajan suhteen pitäen paikan arvo vakiona, saadaan väliaineen hiukkasille poikittainen, eli y-akselin suuntainen, nopeus

$$\nu_y(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \omega A \sin(kx - \omega t). \quad (5)$$

Hiukkasten kiihtyvyys saadaan nopeuden aikaderivaatalla eli

$$a_y(x,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos(kx - \omega t) = -\omega^2 y(x,t). \quad (6)$$

Kun aaltofunktiota osittaisderivoidaan yhden kerran paikan suhteen pitäen aika vakiona, saadaan yhtälö aallon kaltevuudelle tietyssä paikassa x tietyllä ajanhetkellä t . Aallon kaarevuus saadaan paikan toisesta derivaatasta

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = -k^2 A \cos(kx - \omega t) = -k^2 y(x,t). \quad (7)$$

Yhtälöistä (4), (6) ja (7) seuraa

$$\frac{\partial^2 y(x,t)/\partial t^2}{\partial^2 y(x,t)/\partial x^2} = \frac{\omega^2}{k^2} = \nu^2 \quad (8)$$

ja

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}. \quad (9)$$

Saatua yhtälöä (9) kutsutaan aaltoyhtälöksi, joka on yksi fysiikan tärkeimmistä yhtälöistä. [5]

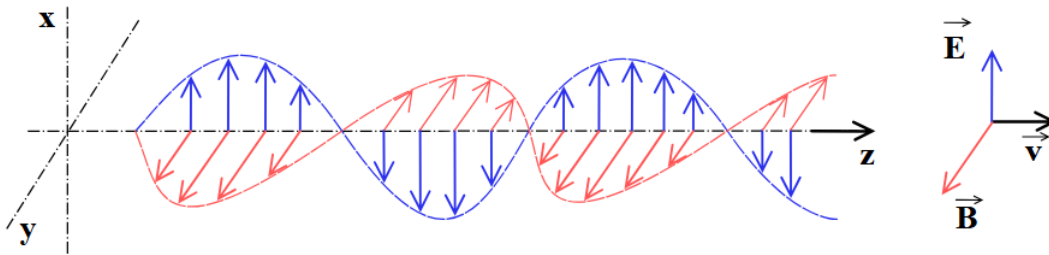
Aaltojen etenemistä kuvataan aaltojen etenemissuunnilla eli säteillä tai pistemäisten aaltolähteiden aiheuttamilla aaltorintamilla. Aaltorintamat noudattavat Huygensin periaatetta, jonka mukaan jokainen aaltorintaman piste toimii uuden aallon lähteenä. Aallot lähtevät leviämään pisteestä kaikkiin suuntiin samalla etenemisnopeudella. [5]

Ympäristössämme kulkee useita eri aaltoja useista eri lähteistä. Eri aaltolähteillä on eri taajuuksia sekä niiden lähettämien aaltojen aallonpituudet ja amplitudit vaihtelevat. Monokromaattisten aaltojen lähde lähettää sellaisia aaltoja, joiden aallonpituudet ovat samat. Koherenteilla aalloilla kutsutaan kahden monokromaattisen lähteen aaltoa, jotka etenevät samassa vaiheessa. [5]

3 Sähkömagneettinen aalto

Sähkömagneettinen aalto on jatkuvaa poikittaista sinimuotoista aaltoliikettä, jossa sähkö- ja magneettikentät vuorottelevat kohtisuorasti toisiinsa nähden. Nämä kentät ovat vektorisuureita. James Clerk Maxwell havaitsi, että ajallisesti vaihteleva magneettikenttä \vec{B} virittää sähkökentän ja ajallisesti vaihteleva sähkökenttä \vec{E} virittää magneettikentän. Nämä vaihtelevat kentät ylläpitävät toisiaan. Sähkömagneettista aaltoa kuvataan aaltofunktiolla (3), joka usein esitetään vektorimuotoisena

$$\begin{aligned}\vec{E}(x,t) &= \hat{\mathbf{i}}E_{max} \cos(kx - \omega t) \\ \vec{B}(x,t) &= \hat{\mathbf{j}}B_{max} \cos(kx - \omega t).\end{aligned}\tag{10}$$



Kuva 1: z-akselin suuntaisesti etenevä sähkömagneettinen aalto, jossa sinisellä merkitty sähkökenttä \vec{E} värähtelee x-akselin suuntaisesti ja punaisella merkitty magneettikenttä \vec{B} värähtelee y-akselin suuntaisesti.

Tekijä: SuperManu - Self, Own work based on: Onde electromagnetique.png, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2107870>

Kuvassa (1) on kolmiulotteisessa xyz-koordinaatistossa z-akselin suuntaan kulkeva sähkömagneettinen aalto, jonka magneettikenttä värähtelee positiivisen y-akselin suuntaan ja sähkökenttä positiivisen x-akselin suuntaan. Luonnollisessa valossa nämä värähtelyt tapahtuvat etenemissuuntaan nähden satunnaisiin suuntiin, mutta pysyvät aina toisiinsa nähden kohtisuorassa. Sähkömagneettinen aalto pystyy etenemään ilman väliainetta ja tästä esimerkkinä valon lisäksi ovat radioaallot sekä röntgensäteet. [5]

Sähkömagneettisen aallon aaltofunktio on yleisessä muodossa, kun oletetaan aallon etenevän tyhjiössä, jolloin sen nopeutta merkitään tunnuksella c . Sähkömagneettinen aalto pystyy etenemään myös väliaineessa, mutta väliaineen ominaisuudet vaikuttavat sen nopeuteen. Tavalliset optiset väliaineet kuten ilma, vesi ja lasi ovat

eristeitä, jotka hidastavat aallon etenemistä. Tällöin aallon nopeudesta käytetään merkintätapaa ν . Aallon nopeuteen vaikuttaa väliaineelle ominainen taitekerroin n . Nopeus muuttuu kaavan (11) mukaisesti

$$\nu = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}, \quad (11)$$

jossa $c = \nu_0$ on valonnopeuden tyhjiöarvo, k aaltoluku ja ω sinimuotoisen aaltofunktion kulmataajuus. [5] Tyhjiössä valo etenee aina samalla nopeudella

$$c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Aallon kohdatessa väliaineen ja aallon nopeuden muuttuessa, aallonpituus lyhenee ja aaltoluku kasvaa. Taajuus ja kulmataajuus pysyvät muuttumattomina. Materiaalissa valonsäde etenee hitaammin kuin tyhjiössä. Taitekertoimen n arvo tyhjiössä on yksi, joten materiaalissa taitekerroin on aina yhtä suurempi. [5]

Sähkömagneettisen säteilyn spektri on laaja ja se kattaa kaikki sähkömagneettisten aaltojen aallonpituudet, joiden taajuudet ovat välillä $10^{20} - 10^3$ Hz. Teoreettista ylärajaa taajuuksille ei ole. Pienimpien sähkömagneettisten aaltojen aallonpituudet ovat pikometrin suuruusluokkaa. Tämä aallonpituusalue kuuluu gammasäteille. Muut spektrin alueet gammasäteilystä suurempiin aallonpituuksiin ovat röntgensäteet, ultraviolettisäteet, näkyvä valo, infrapunasäteet, mikroaallot sekä viimeisenä radioaallot. [5]

Sähkömagneettisen spektrin näkyvän valon alue on ainoa, jonka pystyy havaitsemaan paljaalla silmällä. Näkyvän valon aallonpituudet ovat noin 380 nm:stä noin 750 nm:iin ja ne jakaantuvat aallonpituuksien mukaan eri väreiksi violetista valosta punaiseen valoon taulukon (1) mukaisesti. Valkoinen valo sisältää siis jokaisen näkemämme värin. [5]

Taulukko 1: Näkyvän valon aallonpituudet väreittäin

Väri	aallonpituus (nm)
Violetti	380 – 450
Sininen	450 – 495
Vihreä	495 – 570
Keltainen	570 – 590
Oranssi	590 – 620
Punainen	620 – 750

3.1 Valon polarisaatio

Sähkömagneettisen aallon vuorottelevat sähkö- ja magneettikentät värähtelevät kohtisuorasti aallon etenemissuuntaa vastaan, joten kenttien välinen ristitulo osoittaa aallon etenemissuuntaan. Jos tarkastellaan sähkökenttää, joka värähtelee x-akselin suuntaisesti, värähtelee se luonnollisessa valossa satunnaisesti suuntiin koko x-akselin ympärillä. Kun sähkökentän värähtely tapahtuu kaikissa suunnissa, on valo polarisoimatonta. Kun yhden tai useamman sähkökentän värähtelyn suunta estetään, on valo polarisoitunut. Kun sähkökentän värähtely sallitaan vain yhteen suuntaan, on valo lineaarisesti polarisoitunut. Kuvassa (1) on lineaarisesti polarisoitunut sähkömagneettinen aalto. [5]

Valo polarisoituu osuessaan ilmakehään ja ilmakehässä oleviin hiukkasiin. Luonnollinen valo on satunnaisesti polarisoitunutta. Ilmakehän valon polarisaation voi havaita polarisoiduilla aurinkolaseilla. Polarisoivan linssin läpi taivas näyttää sinisemmältä kuin paljaalla silmällä katsottuna. Aurinkolasien linssien läpi ei päästetä vaakasuoraa sähkökenttää läpi, jolloin linssit suodattavat maan pinnalta heijastuvaa valoa. [5]

3.2 Valon sironta

Käsitlemme valoa ennemmin klassisena sähkömagneettisena aaltona, kun tarkastelemme sateenkaaren muodostumista, mutta sironta antaa selityksen taivaankannen ilmiöille. Valolla on myös hiukkasluonne, jolloin se muodostuu energiakvanteista eli fotoneista. Tätä kaksijakoista luonnetta kutsutaan aalto-hiukkasdualismiksi. Hiukkasluonnetta käytetään kuvaamaan valon ja aineen vuorovaikutusta atomaarisella tasolla. [5]

Ilmakehässä valo siroaa eli absorboituu ja emittoituu, kun se osuu ilmakehän hiukkasiin. Emittoituminen tapahtuu satunnaisesti suuntiin yhä uudelleen. Tällaisessa elastisessa sironnassa valon aallonpituus ei muutu, mutta lyhyemmät aallonpituudet siroavat voimakkaammin kuin pidemmät aallonpituudet. Syy sille, miksi näemme värejä ja materiaaleja ylipäänsä, selittyy sironnalla. Valon kohdatessa aineen tai kappaleen rajapinnan, osa aallonpituuksista absorboituu aineeseen ja osa aallonpituuksista heijastuu. Heijastuneen aallonpituuden väri antaa aineelle värin. Koska lyhyemmät, eli siniset, aallonpituudet siroavat ilmakehässä tehokkaammin, taivas näyttää siniseltä. Pilvien pilvipisarot ja jääkiteet sirottavat tehokkaasti kaikkia aallonpituuksia, jolloin ne näyttävät valkoisilta. Puiden lehdet ovat vihreitä, koska lehden pinta heijastaa ainoastaan vihreää aallonpituutta. [5]

4 Geometrinen optiikka

Optiikka on valon etenemisen tiede. Optisella alueella tarkoitetaan sähkömagneettisten aaltojen aluetta, johon kuuluvat infrapun, näkyvän valon sekä ultravioletti-valon taajuudet. Geometrisessa optiikassa valon aallonpituus jätetään huomiotta ja valoa käsitellään tämän etenemissuunnilla eli säteillä. Geometrisen optiikan avulla kuvataan valonsäteen sekä muiden aaltojen käyttäytymistä kahden aineen rajapinnassa. Koska aallot etenevät eri väliaineissa eri nopeuksilla yhtälön (11) mukaisesti, aineiden rajapinnassa niiden nopeudet sekä suunnat muuttuvat. Kun valonsäde kohtaa väliaineen se joko heijastuu tai taittuu sekä yleisimmissä tapauksissa molempia.

Tärkeä osa geometrista optiikkaa on optiselle aineelle ominainen taitekerroin n , joka määräytyy valonnopeuden tyhjiöarvon sekä väliaineessa etenevän säteen nopeuden suhteena yhtälön (11) mukaisesti. [5]

4.1 Heijastuminen ja taittuminen

Valonsäteen etenemiseen vaikuttaa väliaineiden optiset ominaisuudet, esimerkiksi ilma on optisesti harvaa ainetta ja vesi optisesti tiheää. Säde kulkee suoraviivaisesti väliaineessa, jossa optiset ominaisuudet ovat kaikkialla samat. Säteen kulkua ohjaavat geometrisen optiikan lait. Kun säde kohtaa tasaisen pinnan, yleisimmissä tapauksissa se osittain heijastuu takaisin tulosuuntaan sekä osittain taittuu toiseen aineeseen. Kahden aineen rajapinnalle voidaan kuvitella normaaliviiva, joka on kohtisuorassa rajapinnan kanssa. Kuvassa (2) pinnan normaali on esitettyä katkoviivalla. [5]

Säteen heijastuminen tasaisen aineen rajapinnassa tapahtuu samassa tasossa pintojen normaalin kanssa ja säteen tulokulma θ_a on yhtä suuri kuin heijastuskulma θ_r . Tätä kutsutaan heijastuslaiksi, joka on sama kaikille aallonpituuksille sekä väliaineille

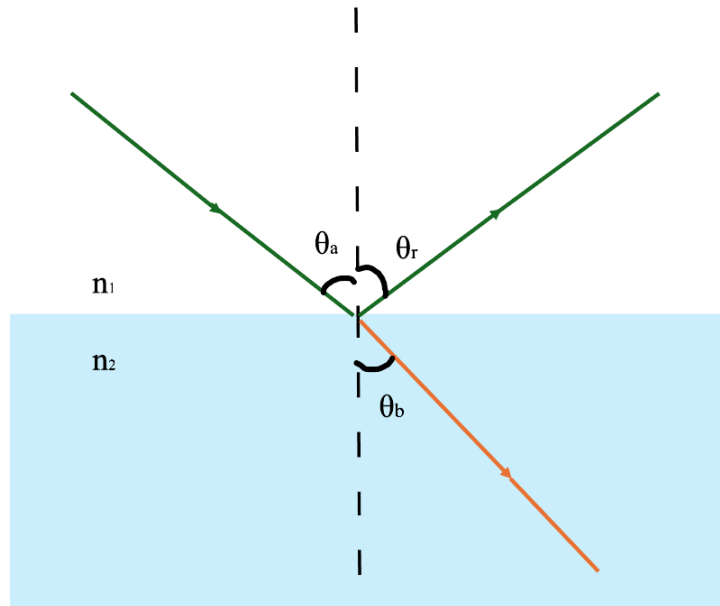
$$\theta_a = \theta_r. \quad (12)$$

Aallon taittuessa se etenee väliaineesta toiseen, jolloin sen suunta muuttuu Snellin lain eli taittumislain mukaisesti

$$n_1 \sin \theta_a = n_2 \sin \theta_b = \text{vakio}, \quad (13)$$

jossa θ_a on tulokulma, θ_b taitekulma ja n_1 sekä n_2 aineiden taitekertoimet. Kun säde etenee optisesti harvemmassa aineesta optisesti tiheämpään aineeseen, säde tait-

tuu kohti normaalia, eli taitekulma pienenee. Taantumislaki antaa selityksen muun muassa sille, miksi vesilasissa oleva lusikka tai pilli näyttää katkeavan. Kuvassa (2) on esitetty säteen heijastuminen sekä taittuminen optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään aineeseen. [5]



Kuva 2: Säde osuu optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään aineeseen, kun taitekulma θ_b taittuu kohti pinnan normaalia. Tulokulma θ_a ja heijastuskulma θ_r ovat yhtä suuret.

Tekijä: Nea Tauriainen

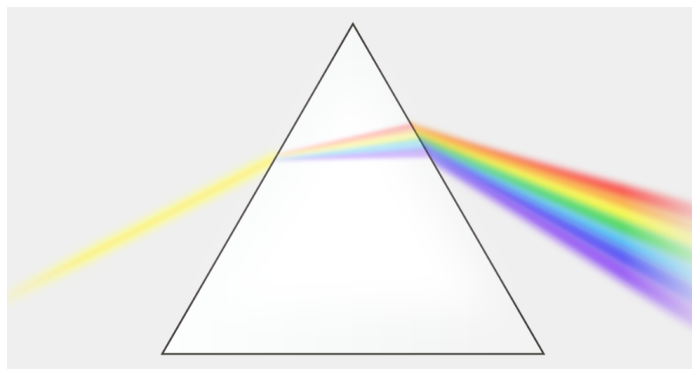
4.2 Dispersio

Dispersioksi kutsutaan ilmiötä, jossa väliaineen taitekerroin on riippuvainen valon aallonpituudesta

$$n = n(\lambda). \quad (14)$$

Dispersiota voidaan havainnollistaa hyvin lasisen prisman avulla. Valonsäteen suunta muuttuu prismassa, mitä kutsutaan deviaatioksi. Alkuperäisen säteen ja suuntaa muuttaneen säteen välistä kulmaa kutsutaan deviaatiokulmaksi. Yleensä materiaalin taitekerroin on pienempi suurille aallonpituuksille ja sama pätee päinvastoin, eli taitekerroin on suurempi pienille aallonpituuksille. [5]

Koska valkoinen valo sisältää kaikki taulukon (1) mukaiset eri värien eri aallonpituudet, on eri värisillä aallonpituuksilla poikkeavat deviaatiokulmat. Prisma siis hajottaa valkoisen valon väreiksi, mikä on havainnollistettu kuvassa (3). Violetti valonsäde on aallonpituudeltaan lyhintä, joten se taittuu voimakkaammin. Punainen aallonpituus taittuu vähinten, jolloin värit ovat aina samassa järjestyksessä. [5]



Kuva 3: Prisma saa aikaan dispersion eli valkoisen valon hajoamisen väreiksi.

Tekijä: Suidroot - Own work, CC BY-SA 4.0,

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3728535>

5 Fysikaalinen optiikka

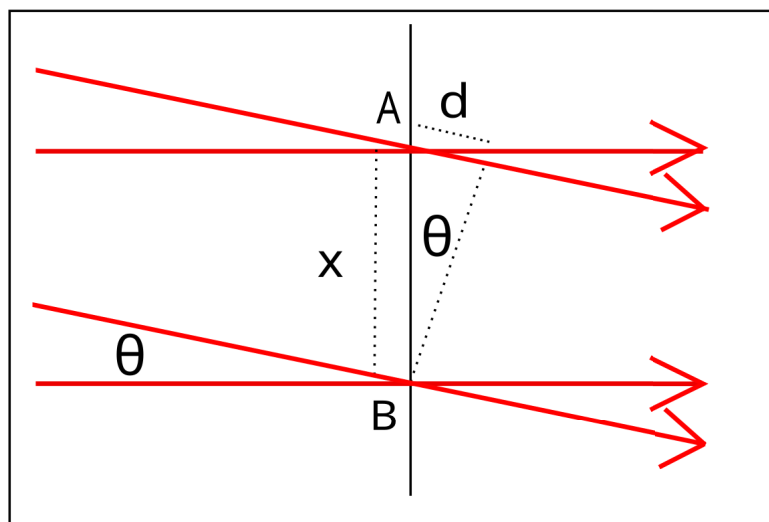
Geometrisessa optiikassa valon etenemistä kuvataan sädemallin avulla jättäen valon aaltoluonne huomiotta. Fysikaalisessa optiikassa valon aaltoluonne otetaan huomioon. Fysikaalisen optiikan avulla pystytään selittämään ilmiöitä aaltojen yhteisvaikutuksesta eli interferenssistä sekä valon taipumisesta esteestä eli diffraktiosta. Myös aiemmin käsitelty polarisaatio kuuluu fysikaalisen optiikan piiriin.

Luonnossa aallot etenevät harvoin - tuskin koskaan - samalla taaajuudella ja samassa vaiheessa. Tästä syystä fysikaalisen optiikan tärkein periaate on superpositioperiaate [5]. Aaltoliikkeen superpositioperiaatteen mukaan etenevien aaltojen yhteisvaikutus missä tahansa väliaineen pisteessä on yksittäisten aaltojen summa. Erillisistä lähteistä tulevien sähkömagneettisten aaltojen sähkökenttien $\vec{E}_1, \vec{E}_2 \dots$ voimakkuus tietyssä avaruuden pisteessä on $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$. Superpositioperiaate pätee kaikille aalloille, kunhan aallon amplitudi pysyy tarpeeksi pienenä, ettei tämä riko väliaineen rakennetta. [4]

5.1 Interferenssi ja diffraktio

Aallon kohdatessa läpipääsemättömän esteen, sen suunta muuttuu taipumalla. Tästä arkinen esimerkki on ääniaaltojen taipuminen, äänet kantautuvat kulman taakse ja esimerkiksi toisiin huoneisiin. Aiemmin ajateltiin, että valon suunta muuttuu vain silloin, kun se taittuu tai heijastuu. Huygensin periaatteen mukaan jokainen aaltorintaman piste on uuden aallon lähde. Huygensin periaate pätee myös valolle, joten valo taipuu läpipääsemättömien esteiden ohi kuten muutkin aallot. [5]

Interferenssiksi kutsutaan aaltojen yhteisvaikutusta. Kun kaksi aaltoa kohtaa, ne joko voimistavat toisiaan tai sammuttavat toisensa. Aaltojen interferenssiä ja diffraktiota voidaan tutkia lähettämällä aaltorintama monokromaattista koherenttia aaltoa kohti kaksoisrakoa, joiden leveydet ovat aallonpituuden suuruusluokkaa. Aaltorintama taipuu kaksoisraosta ja uudet Huygensin periaatteen mukaiset aallot jatkavat etenemistä samalla nopeudella ja samalla aallonpituudella. Koska raot toimivat uusien aaltorintamien lähteenä, aalloille syntyy matkaero. Aalloille syntyy myös vaihe-ero, joka on aaltojen samassa vaiheessa olevien pisteiden matkaero. Kuvassa (4) on raot A ja B, joiden etäisyys toisistaan on x . Aallot taipuvat kulman θ verran raoista, jolloin niille syntyy matkaero $d = x \sin \theta$. [5]



Kuva 4: Aaltojen kulkiessa kaksoisraosta, ne taipuvat kulman θ verran ja uusille aalloille syntyy matkaero $d = x \sin \theta$.

Tekijä: Epzcaw - Own work, CC0,

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15496833>

Jos rakojen taakse asetetaan varjostin, syntyy varjostimelle raidallinen interferenssikuvio. Aaltojen matkaerosta johtuva aaltojen vaihe-ero määrää, syntyykö varjostimelle intensiteettimaksimi vai -minimi. Kirkas intensiteettimaksimi muodostuu, kun aallot ovat samassa vaiheessa ja niiden matkaero on yhtä suuri kuin aallonpituus tai tämän moninkerta. Interferenssikuvio himmenee mitä pidemmälle matkaron moninkertoja edetään. Aaltojen matkaeron moninkertoja ovat aaltojen vaiheiden moninkerrat eli $\theta = \pi, 2\pi, \dots$. Vahvistava interferenssi noudattaa interferenssiyhtälöä

$$x \sin \theta = m\lambda, \quad (15)$$

jossa x tarkoittaa rakojen välistä etäisyyttä, θ taipumiskulmaa, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ intensiteettimaksimien kertalukua sekä λ aallonpituutta. [5]

Interferenssikuvion tummempi intensiteettiminimi muodostuu, kun aallot ovat vastakkaisissa vaiheissa ja niiden matkaero on $d = \frac{\lambda}{2}$ tai sen pariton moninkerta. Intensiteettiminimien kohdalla aallot interferoivat heikentäen toisiaan ja amplitudien

ollessa yhtä suuret, aallot sammuttavat toisensa. Heikentävä interferenssi noudattaa yhtälöä

$$x \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad (16)$$

jossa x on rakojen välinen etäisyys, θ taipumiskulma, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ intensiteettimaksimien kertaluku sekä λ aallonpituus. Interferenssi-ilmiö tapahtuu aina, kun kaksi tai useampi aalto on samassa vaiheessa samassa paikassa yhtä aikaa, jolloin myös ilmakehässä heijastuneet ja taittuneet aallot interferoivat. [5]

6 Sateenkaari luonnonilmiönä

Sateenkaaria havaitaan useimmiten kesällä vesisateen jälkeen. Sadepilvien väistyessä Aurinko pääsee lämmittämään maahan jäänyttä kosteutta ja nostattaa ilmaan vesipisaroita. Auringon valon osuessa pisaroihin, se taittuu pisaran sisälle. Osa säteistä heijastuu takaisin pisaran takaosasta ja taittuvat uudelleen pisarasta poistuessaan. Jo ensimmäisen taittumisen kohdalla valo hajoaa väreiksi, jotka sittemmin heijastuvat pisarassa eri kulmissa. Pisarasta poistuessa valon kaikki aallonpituudet muodostavat värikkään sateenkaaren.

Sateenkaarien syntyminen on selitettävissä geometrisella optiikalla. Sateenkaaren optisina aineina toimii ilmakehän kaasujen seos ilma sekä vesi. Näistä optisesti harvempaa ainetta on ilma. Sateenkaaren näkeminen riippuu havaitsijan ja Auringon paikasta. Auringon valon on tultava havaitsijan takaa kohti kosteaa ilmassa. Jokainen havaitsija näkee siis oman sateenkaarensa, joka liikkuu havaitsijan mukana. Sateenkaari on muodoltaan ympyrä, mikä johtuu valon taittumisen ominaisuuksista. Tämän kokonaisen ympyrän keskipiste on Auringon ja havaitsijan kautta kulkevalla suoralla, jolloin sateenkaari on havaitsijan näkökulmasta nimensä mukaisesti kaari. Täydellisen ympyränmuotoisen sateenkaaren pystyy näkemään esimerkiksi lentokoneesta, kun auringon valo tulee suoraan yläpuolelta alla oleviin kosteisiin pilviin. [6]

6.1 Ilmakehän vesipisarat

Kun vesisateen jälkeinen auringonpaiste lämmittää ilmaa ja maassa olevaa kosteutta nopeasti, kosteus ilmassa lisääntyy. Kun ilmakehän suhteellinen kosteus on 100% se saavuttaa kyllästys- eli saturaatiopisteen. Ilma on tällöin veden suhteen saturoitunutta, jolloin vesipisarasta haihtuu yhtä paljon vettä kuin siihen tiivistyy. [7]

Ilmakehän kosteus voi lisääntyä muullakin kuin edellä mainitulla tavalla. Ilmakehässä on jatkuvasti vesi- ja pilvipisaroita, jotka joko haihtuvat vesistöistä tai tiivistyvät ilmakehän pienhiukkasista. Pienhiukkasia syntyy ilmakehään tuulen nostattamina hiukkasina tai ilmansaasteiden mukana. Myös nopeasti laskeva lämpötila maanpinnalla saa aikaan maan kosteuden tiivistymisen, jolloin syntyy sumupilvi. [8]

Ilmassa leijuvat vesipisarat ovat pintajännityksestä johtuen pallomaisia. Kyyneleen mallinen pisara syntyy esimerkiksi valuvaa pintaa pitkin tai kun pisara on juuri tippumaisillaan [7]. Sadepisara on läpimitaltaan 0,3–5 mm ja näistä maahan putoavat pisarat ovat kooltaan useiden millimetrien luokkaa [6]. Pisaroiden koko vaikuttaa sateenkaaren kirkkauteen. Mitä isompia pisarat ovat, sitä paremmin valo pääsee sen

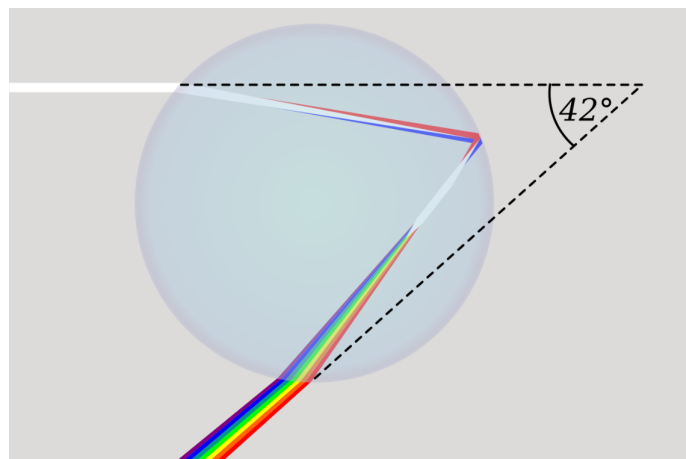
sisässä kulkemaan ja heijastumaan. Isommat pisarat muodostavat kirkkaan kaaren ja pienemmät pisarat enemmän pastellisävyisen kaaren. Kuitenkin, jos vesipisara on liian suuri, pintajännitys ei pysty pitämään pisaran muotoa pallomaisena vaan se litistyy ovaalimaiseksi. [7]

6.2 Pääsateenkaari

Sateenkaari eli pääsateenkaari on kaikista sateenkaarista tunnetuin. Sen värit menevät ylhäältä alas punaisesta violettiin sekä sen voi havaita yksikseen ilman muita kaaria. Pääsateenkaari muodostuu, kun valonsäteet osuvat pisaran ylempään puolikaaseen. Tällöin valo heijastuu pisaran sisällä vain kerran. Valonsäde voi tunkeutua pisaraan millä tahansa etäisyydellä x pisaran halkaisijan ja yläosan välillä. Etäisyyden x ja pisaran säteen R suhdetta kutsutaan vaikutusparametriksi, joka vaikuttaa sateenkaaren keskipisteen ja havaitsijan väliseen havaintokulmaan

$$\Psi = \arccos\left(\frac{x}{R}\right). \quad (17)$$

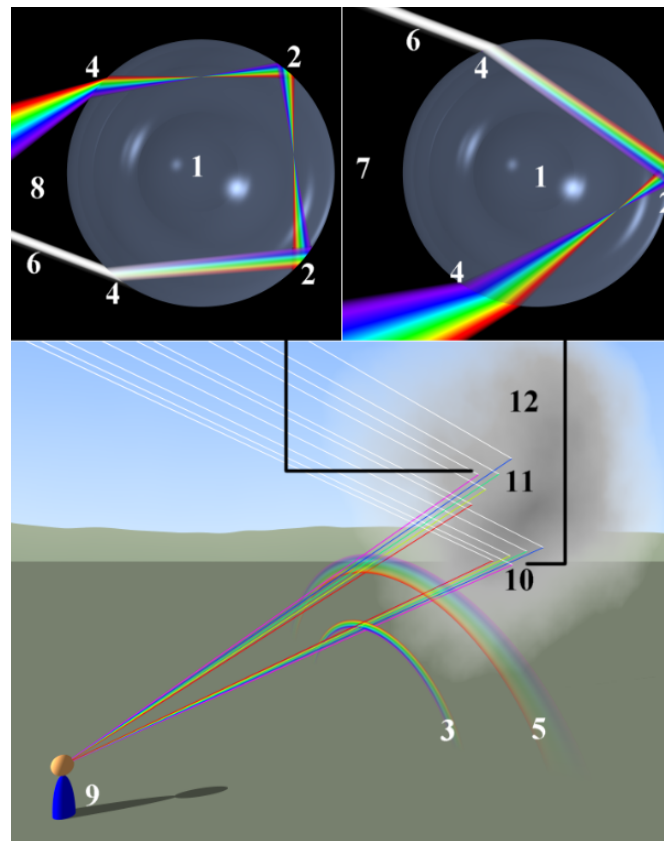
Vaikutusparametrin kasvaessa, heijastuvien säteiden määrä kasvaa. Pääsateenkaaren tilanteessa havaintokulma Ψ on noin 42° , joka on merkitty kuvaan (5). Kulmaa kutsutaan usein pääkaaren säteeksi. [8]



Kuva 5: Pääsateenkaari syntyy, kun valo osuu pisaran yläosaan ja heijastuu pisaran sisällä vain kerran. Dispersiokuvio syntyy heti ensimmäisessä taitumisessa. Pääsateenkaaren säde on noin 42 astetta.

Tekijä: KES47 - Own work, Public Domain,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10636870>

Koska valonsäteillä on taulukon (1) mukaiset eri aallonpituudet, eri värien havaintokulmat vaihtelevat välillä $40,8^\circ - 42,5^\circ$, joista suurempi kulma kuuluu pidemmälle punaisen värin aallonpituudelle ja pienempi kulma lyhyemmälle violetin värin aallonpituudelle. Jokainen eri väri taittuu omassa kulmassaan, koska eri värien aallonpituudet taipuvat eri kulmissa. Sateenkaaren leveys on siis vain pari astetta. Koska sateenkaaren havaintokulma on 42° , saadaan alkuperäisen ja heijastuneen säteen minimikulmaksi, eli minimideviaatiokulmaksi $\delta = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$. [5] Kuvasta (6) hyvin nähdään, miten eri kulmissa pisaroihin osuvat valkoisen valon säteet hajoavat valospektrin eri väreiksi. Kuvassa vasemmalla ylhäällä on esitetty sivusateenkaaren muodostuminen sekä oikealla ylhäällä pääkaaren muodostuminen.



Kuva 6: Kuvassa on esitetty pääsateenkaaren sekä sivusateenkaaren muodostuminen havaitsijalle. Kuvan numeroinnit 1. Vesipisara 2. Sisäinen heijastus 3. Pääsateenkaari 4. Taittuminen 5. Sivusateenkaari 6. Valonsäde 7. Pääsateenkaaren taittuneet valonsäteet 8. Sivusateenkaaren taittuneet valonsäteet 9. Havaitsija 10. Pääkaaren muodostavien vesipisaroiden alue 11. Sivukaaren muodostavien vesipisaroiden alue 12. Kosteaa vesimassa

Tekijä: Av Peo - See below / Mirar abajo / Ver abaixo, CC BY-SA 3.0

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=102326>

Sateenkaaren näkeminen riippuu havaitsijan paikasta ja Auringon korkeudesta. Havaitsijan paikkaa on havainnollistettu kuvassa (6), jossa auringon säteet osuvat vesipisaroiden muodostamaan harmaaseen alueeseen havaitsijan takaa. Sateenkaarta ei havaita, kun Auringon korkeus on suurempi kuin pääkaaren säde. Kun Auringon korkeus lähenee sädettä, näkyy sateenkaari lähempänä horisonttia. Kun taas Aurinko on matalalla, synnyttää se korkeita sateenkaaria. Tämän takia sateenkaaria tuskin näkee kesäisin keskellä päivää, kun Aurinko on korkeimmillaan. Myös litistyneet, lähempänä maanpintaa olevat pisarat muodostavat voimakkaan sateenkaaren. Tämän takia sateenkaari on kirkkain sen tyvestä ja se himmenee lakea kohti. [7]

6.3 Sivusateenkaari ja Aleksanterin tumma vyöhyke

"Double rainbow! What does it mean? Well, a double rainbow is a phenomenon of optics that displays a spectrum of light due the sun shining on droplets of moisture in the atmosphere. Does that explain it?" -Lux, League of Legends [9]

Sivusateenkaari muodostuu, kun valo heijastuu pisaran sisällä kahdesti. Valo heijastuu pisaran takaosan lisäksi siitä kohdasta, josta pääsateenkaaren muodostavat valonsäteet taittuivat. Tämä aiheuttaa sen, että sivukaari muodostuu pääkaaren yläpuolelle. Sivukaaren värit ovat päinvastaisessa järjestyksessä kuin pääkaaren, koska toiseen kertaan heijastuessa violetti aallonpituus taittuu voimakkaammin kuin punainen. [7] Sivukaaren säde on noin 51 astetta. Violetin säde on $53,2^\circ$ ja punaisen $50,1^\circ$ [5]. Sivukaari on pääkaarta 58% himmeämpi, koska valon intensiteetti pienee pisaran sisällä joka kerta kun se heijastuu ja taittuu. Sivukaaren heijastuminen on nähtävissä kuvassa (6). [8]

Sivukaari muodostuu pääsateenkaaren yläpuolelle jättäen kaarten väliin tummemman vyöhykkeen, jota kutsutaan Aleksanterin tummaksi vyöhykkeeksi tai vyöksi. Vyöhyke on saanut nimensä kreikkalaisen filosofin Aleksanteri Afrodiasiaslaisen mukaan. Hän kiinnitti huomionsa vyöhykkeeseen jo 200-luvulla. Vyöhykkeen syntymekanismi ei vielä tuolloin ratkennut, mutta 1600-luvulla René Descartes julkaisi geometriseen optiikkaan perustuvan selitysmallin. Vyöhyke on muuta taivasta tummempi, koska pääsateenkaaresta heijastunut valo heijastuu kaaren sisäpuolelle ja sivukaaren heijastunut valo kaaren ulkopuolelle. Kuvassa (7) esiintyy kirkas pääsateenkaari, jonka yläpuolella on sivusateenkaari. Näiden kaarien väliin jää Aleksanterin tumma vyö. [7]



Kuva 7: Kirkas pääsateenkaari, jonka värit ylhäältä alas menevät punaisesta violettiin ja himmeämpi pääkaaren yläpuolella oleva sivusateenkaari, jonka värit ovat vastakkaiset pääkaareen nähden. Kaarien välissä näkyy Aleksanterin tumma vyö.

*Tekijä: Alexis Dworsky - Own work, CC BY 2.0 de,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=15646431>*

7 Erikoisempia sateenkaaria

Pää- ja sivusateenkaarien lisäksi on olemassa useampia harvinaisempia sateenkaaria, joiden havaitseminen vaatii ihanteelliset olosuhteet Auringon korkeudelle, taivaan tummuudelle ja pienhiukkasten vähäisyydelle sekä pisaroiden koolle. Käsitellään nyt muutamia erikoisempia ja harvinaisempia sateenkaaria.

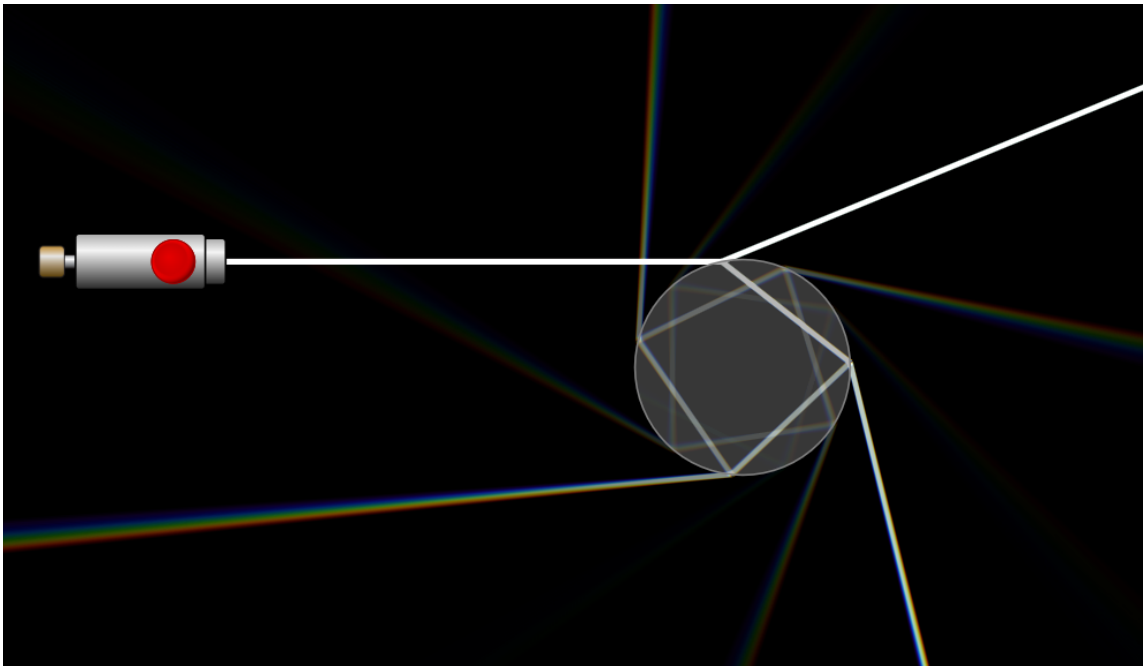
Pääsateenkaaren sisäpuolelle voi muodostua interferenssikaaria. Valonsäteet eivät aina ole samassa vaiheessa, koska valonsäteet voivat kulkea pisarassa eripituisia matkoja. Jotta interferenssikaaret olisivat selkeitä, pitäisi pisaroiden olla lähes täydellisen pyöreitä sekä kooltaan noin 0,1 – 0,2 mm. Tällöin eri vaiheissa olevat säteet interferoivat keskenään. Tämä näkyy pääkaaren sisäpuolella värien moninkertoina. Kuvassa (8) näkyy voimakkaat pääkaaren interferenssikaaret. Sivukaaren kanssa havaittavat interferenssikaaret ovat hyvin harvinaisia, koska niiden muodostumiseen vaikuttavat Auringon korkeus sekä pisaroiden litistyminen. Pääkaaren interferenssi on voimakkainta sinisävyisillä aalloilla ja sivukaaren punasävyisillä. Interferenssikaarten valo on polarisoitunutta, joten polarisoivien linssien läpi kaaret näkyvät kirkkaampina. [7]



Kuva 8: Joskus valonsäteet ovat heijastuessaan eri vaiheissa, jolloin muodostuu pääkaaren sisäpuolelle interferenssikaaria.

*Tekijä: Johannes Bahrdt - Own work, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=89780007>*

Mikään ei estä valoa heijastumasta pisaran sisällä useammin kuin kahdesti. On olemassa korkeamman kertaluvun sateenkaaria, joista on pystytty havaitsemaan kolmannen sekä neljännen kertaluvun kaaret. Kuvassa (9) on PhET-simulaatiolla [10] muodostettu kuva, jossa vasemmalta tuleva valonsäde heijastuu ja taittuu pyöreän kappaleen sisällä useampaan kertaan. Pääsaateenkaari muodostuu vastakkaiseen suuntaan valonlähteestä, eli kuvassa vasemmalle, ja sivukaari muodostuu kuvassa ylöspäin. Kolmannen kertaluvun kaari muodostuu samaan suuntaan kuin valonlähde, eli kuvassa oikealla, ja neljännen kertaluvun kaari muodostuu kuvassa alaspäin. Korkeamman kertaluvun kaaret ovat erityisen himmeitä ja leveämpiä kuin pää- ja sivukaari, jolloin ne näkyvät kameran kuvassa vasta voimakkaan korostuksen ansiosta. Kolmannen kertaluvun kaari näkyy Auringon ympärillä, Auringon puolella taivasta, mikä tekee sen havaitsemisesta erittäin vaikeaa. Kolmannen ja neljännen kertaluvun kaarien värit ovat luonnollisesti vastakkaiset toisiinsa nähden. [7]



Kuva 9: PhET-simulaation kuva valon heijastumisesta ja taitumisesta pyöreästä kappaleesta. Vasemmalta tuleva valo heijastuu ja taittuu pisarassa useamman kerran. Pääsaateenkaari muodostuu kuvassa vasemmalle, sivukaari ylös, kolmannen kertaluvun kaari oikealla sekä neljännen alas.

Tekijä: Nea Tauriainen, PhET Interactive Simulations,
<https://phet.colorado.edu/fi/>

Teoreettisesti nämä kaaret jatkuvat niin pitkään, kuin valoa pisaran sisällä riittää heijastuakseen ja taittuakseen. Viidennen kertaluvun kaari asettuu Auringon vastapuolelle Aleksanterin tumman vyöhykkeen alueelle. Tämän ansiosta viidennen kertaluvun kaari on mahdollista havaita korostetussa kuvassa. Kuvassa (9) ympyrän sisällä pystytään näkemään valon taittuminen seitsemänteen kertalukuun asti. Valon intensiteetti pienenee niin paljon, ettei se pysty enää muodostamaan kunnollista heijastuskuviota. [7]

Heijastuskaari vaatii tietyn sijainnin sateenkaarelta. Jos sateenkaari muodostuu vedenpinnan yläpuolelle, saattaa sateenkaaren tyvestä nousta erillinen jyrkempi kaari pääkaaren yläpuolelle. Heijastuskaari nimensä mukaisesti syntyy, kun valo heijastuu veden pinnasta muodostaen oman kaarensa. Auringon tulisi olla suhteellisen matalalla heijastuskaaren havaitsemiseen. Jos Aurinko on korkealla, suurin osa valonsäteistä taittuu vedenpinnan alle. Heijastuskaarta ei pidä sekoittaa poikkeavaan kahdentuneeseen kaareen, joka syntyy, kun ilmassa on kahdenlaisia pisaroista, pyöreitä ja litistyneitä. Kahdentunut kaari näkyy yleensä kaaren yläosassa. Pienemmät pisarat pysyvät pyöreinä, mutta isompien pisaroiden pintajännitys rikkoutuu ja muotoutuu elliptiseksi. Pyöreät ja litteät pisarat muodostavat hieman erimuotoisen kaaren. [7]

Erikoisia yksivärisiä kaaria pystyy näkemään juuri Auringon noustessa tai laskeutessa. Nousevan ja laskevan Auringon säteistä sinisävyiset väri siroavat pois, ennen niiden osumista ilmakehään ja muutoin tavanomainen sateenkaari saa punaiset sävyt. Kun ilmassa on sumua, vesipisarat ovat halkaisijaltaan noin 0,1 mm tai pienempiä. Näin pienet pisarat eivät muodosta tavanomaista värikästä sateenkaarta, vaan valkoisen sumukaaren. Kaaren valkoinen väri johtuu siitä, että taittuneet värit menevät voimakkaasti toistensa päälle ja sekoittuvat. Hyvin terävissä sumukaarissa on mahdollista nähdä punertava ulkoreuna ja sinertävä alareuna, koska reuna-alueilla värit eivät sekoitu yhtä voimakkaasti. Sumukaari on leveydeltään noin seitsemän astetta eli yli kolme kertaa leveämpi kuin tavanomainen sateenkaari. Sumukaaria havaitaan parhaiten kostean kesäyön jälkeen. [7]

Vaikka suora auringon valo synnyttää suurimman osan luonnossa esiintyvistä sateenkaarista, voi sateenkaaria muodostua myös epäsuorasta auringon valosta. Öinen kuun heijastama valo voi muodostaa himmeän kuunkaaren. Kuunkaari on kuitenkin yleensä niin himmeä, ettei sitä välttämättä erota paljaalla silmällä. [7]

8 Yhteenveto

Sateenkaari on taivaankannen luonnonilmiö, joka syntyy auringon valon heijastuessa vesisateen jälkeen ilmaan leijumaan jääneistä vesipisaroista. Auringosta tuleva valo on sähkömagneettista aaltoliikettä, joka sisältää näkyvän valon spektrin eli kaikki värit, jotka näemme. Sähkökentän ja magneettikentän vaihtelujen muodostama sähkömagneettinen aalto noudattaa geometrisen ja fysikaalisen optiikan lakeja, jolloin se taittuu ja heijastuu kahden aineen rajapinnassa. Kohdatessaan kahden aineen rajapinnan aalto heijastuu samassa kulmassa kuin missä se on pintaan osunut. Taittuminen tapahtuu taittumislain eli Snellin lain mukaisesti ja siihen vaikuttaa aineelle ominainen taitekerroin. Kun sähkömagneettinen aalto taittuu, se hajoaa värispektriä, koska taitekerroin riippuu aallonpituudesta. Spektrissä värit ovat aallonpituuksien mukaisessa järjestyksessä suurimmasta pienimpään punainen, oranssi, keltainen, vihreä, sininen ja violetti.

Etenkin vesisateen jälkeen ilmaan jää leijumaan kosteutta ja vesipisaroita. Sateenkaaren näkemisen tärkeässä roolissa on itse havaitsija. Sateenkaari havaitaan silloin, kun valonlähde on havaitsijan takana ja valo taittuu vesipisaran sisälle ja heijastuu takaisin tämän takaosasta. Tällä matkalla valo hajoaa väreiksi ja taittuessaan ulos pisarasta muodostuu havaitsijalle sateenkaari, joka taittuu noin 42 asteen kulmassa valon tulosuuntaan nähden. Jokaisella aallonpituudella on oma taitekulmansa.

Sateenkaaren kirkkauteen ja värikkyyteen vaikuttavat vesipisaroiden koko. Pisaran on oltava halkaisijaltaan suurempi kuin 0,1 mm, jotta muodostuu värikäs sateenkaari. Tätä pienemmät pisarat muodostavat erikoisemmän valkoisen sumukaaren. Valon noudattamat optiikan lait saavat aikaan myös muita erikoisempia sateenkaaria, kuten interferenssikaaria tai useamman kertaluvun kaaria. Kuutamolla otollisissa olosuhteissa on mahdollista nähdä sumukaaren kaltainen kuunkaari.

Jokainen havaitsija näkee oman sateenkaarensa, joka liikkuu havaitsijan mukana. Koska sateenkaari on valon aikaansaama ilmiö, ei se ole fyysinen kappale, eikä sen päästä valitettavasti löydy aarretta.

9 Lähdeluettelo

Viitteet

- [1] Paavo Castrén, Leena Pietilä-Castrén. 2000. Antiikin käsikirja. Helsinki, Suomi: Otava. ISBN 951-1-12387-4
- [2] Uno Harvan perikunta ja SKS. 2018. Suomalaisten muinaisusko. Helsinki, WSOY. Riika, Latvia: Livonia Print. 531 s. ISBN 978-952-222-934-2
- [3] Raamattu.fi. 1. Mooseksen kirja 9. Liitto Nooan kanssa. Kirkon keskusrahasto (Ev. Lutheran Church of Finland). 1992, 2007. <https://www.raamattu.fi/raamattu/KR92/GEN.9>
- [4] Eugene Hecht. 2002. Optics. Pearson Education. San Francisco, USA: Addison-Wesley. 698 s. ISBN 0-321-18878-0
- [5] Hugh D. Young, Roger A Freedman. 2012. Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics. 13th edition. Pearson Education. San Francisco, USA: Addison-Wesley. 1521 s. ISBN 978-0-321-76219-4
- [6] Ursan julkaisu 62. Hannu Karttunen, Jarmo Koistinen, Elena Saltikoff, Olli Manner. 2002. Ilmakehä ja sää. Vaasa, Suomi: Ykkös-Offset Oy. 368 s. ISBN 952-5329-17-8
- [7] Ursan julkaisu 148. Jari Luomanen. 2016. Ilmakehän ilmiöt - synty, havainnointi ja valokuvaaminen. Keuruu, Suomi: Otava. 227 s. ISBN 978-952-5985-37-5
- [8] Roland Stull. 2017. Practical Meteorology: An Algebra-based Survey of Atmospheric Science. University of British Columbia, Vancouver, Canada. 940 s. ISBN 978-0-88865-283-6
- [9] League of Legends, video game. 2009. Riot Games, Inc. <https://www.leagueoflegends.com/en-gb/>
- [10] Amy Rouinfar, Sam Reid, Noah Podolefsky, Trish Loeblein, Ariel Paul, Kathy Perkins. 2025. PhET Interactive Simulations. University of Colorado Boulder. <https://phet.colorado.edu/fi/>