



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

Teräspalkin kiepahduksen mitoittamiseen soveltuvien menetelmien vertailu

Niko Hekkala

Rakennus- ja yhdyskuntatekniikka

Diplomityö

Tammikuu 2025

TIIVISTELMÄ

Teräspalkin kiepahduksen mitoittamiseen soveltuvien menetelmien vertailu

Niko Hekkala

Oulun yliopisto, Rakennus- ja yhdyskuntatekniikan maisteriohjelma

Diplomityö 2025, 84 s.

Työn ohjaaja yliopistolla: Yliopisto-opettaja TkL Matti Kangaspuoskari

Diplomityön tavoitteena on tutkia teräspalkin kiepahduksen mitoittamiseen käytettyjen menetelmien toimintaa sekä vertailla niitä ja niiden antamia tuloksia keskenään. Näin pyritään saamaan selkeyttä jokaisen menetelmän sovellettavuudesta, vähintäänkin tämän työn kaltaisille rakenteille. Työssä mitoitukset suoritettiin samalle rakenteelle kaikilla menetelmillä, jotta työn tuloksista saadaan vertailukelpoisia. Työhön valittujen menetelmien mukainen mitoittaminen toteutettiin käsinlaskien sekä elementtimenetelmää käyttäen, hyödyntäen MATHCAD- ja Abaqus-ohjelmistoja.

Työn teoriaosassa keskitytään tarkastelemaan teräspalkin kiepahdusilmiötä sekä valittujen mitoitusmenetelmien teoriaa sekä toimintaa, jotta kiepahdus ja sen huomioiminen ymmärretään mahdollisimman kokonaisvaltaisesti. Mitoitusmenetelmät työhön on tunnistettu ja valittu asiaankuuluvasta kirjallisuudesta, kuten Eurokoodista, teräsrakenteiden käsikirjoista sekä aikaisemmista tutkimustöistä. Vertailevat mitoitukset suoritettiin Eurokoodin esittämien ohjeiden mukaisesti ja elementtimenetelmällä tehdyssä mitoituksessa huomioitiin rakenteessa olevat alkuepätkätkäudet.

Työn tulokset osoittavat, että kiepahduksen mitoitusmenetelmän valinnalla on merkityksensä rakenteen kiepahduskestävyyden ja sen varmuuden näkökulmasta. Työn tuloksista myös havaittiin, että osa menetelmistä antavat hyvinkin tarkan arvion rakenteen todellisesta kiepahduskestävyydestä. Työn tulokset ovat esitetty taulukoituna, järjestettynä menetelmän antaman käyttöasteen mukaisesti.

Asiasanat: teräspalkki, kiepahdus, Eurokoodi 3, elementtimenetelmä, FEM

ABSTRACT

Comparison of methods for analysing lateral torsional buckling on steel beams

Niko Hekkala

University of Oulu, Master's Programme in Civil Engineering

Master's thesis 2025, 84 pp.

Supervisor at the university: Lic. Sc. (Tech.) Matti Kangaspuoskari

The aim of this master's thesis is to research the functionality of methods for analysing lateral torsional buckling on steel beams and to compare them and their results against each other. This way we aim to find clarity on the applicability for each of the methods, at least for the kind of structures used in this thesis. The designs in this thesis were done for the same structure with all the methods, so that the results will be comparable. The designs for the methods of this thesis were executed by manual calculations and by using finite element method, making use of the softwares MATHCAD and Abaqus.

The thesis' theory section focuses on lateral torsional buckling on steel beams and on the theory of each of the methods chosen for the thesis, so that lateral torsional buckling and the designing of it can be understood as comprehensively as possible. The designing methods for this thesis were identified and chosen from relevant literature, such as the Eurocode, steel structure handbooks and from previous studies on the topic. The comparative designs were executed according to the guidelines given by Eurocode and the finite element method design was done considering geometric imperfections.

The results of this thesis indicate that the selection of the design method has its significance in the lateral torsional buckling resistance and its security. From the results we can also observe that some of the methods provide a highly accurate estimation of the actual lateral torsional buckling resistance for the structure. The results of the methods have been provided in a table, arranged according to their rate of utilization.

Keywords: steel beam, lateral torsional buckling, Eurocode 3, finite element method, FEM

ALKUSANAT

Tämä diplomityö on osa rakennus- ja yhdyskuntatekniikan maisteritutkintoani Oulun yliopistossa. Työn tarkoituksena oli perehtyä teräspalkin kiepahdusmitoitamiseen sekä keskittyä vertailemaan valittujen menetelmien soveltuvuutta työhön valitussa mitoitustilanteessa. Työn ohjaajana yliopistolla toimi yliopisto-opettaja Matti Kangaspuoskari.

Haluan esittää suuret kiitokset Matti Kangaspuoskarille työn ohjaajana toimimisesta, korvaamattoman avun antamisesta sekä työn tarkastamisesta, jota kaikkea ilman työ ei olisi ollut mahdollinen. Lisäksi haluan esittää kiitokset Hannu Koivurovalle työn elementtimenetelmä osiossa auttamisesta, sen ohjaamisesta sekä tarkastamisesta.

Työssä ei ole käytetty tekoälyä.

Oulu, 13.1.2025

Niko Hekkala

Niko Hekkala

SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ	
ABSTRACT	
ALKUSANAT	
SISÄLLYSLUETTELO	
MERKINNÄT JA LYHENTEET	
1 JOHDANTO	10
2 TERÄSPALKKI RAKENNE	11
2.1 Yleistä	11
2.2 Tarkasteltava ilmiö	13
3 KIEPAHDUS JA SEN MITOITUSMENETELMÄT	16
3.1 Kiepahdus ilmiönä	16
3.2 Mitoitusmenetelmät ja niiden valinta	18
3.2.1 Yleinen tapaus	20
3.2.2 Yksinkertaistettu menetelmä	25
3.2.3 Erityinen tapaus	29
3.2.4 Toisen kertaluvun menetelmä	32
4 KIEPAHDUSMITOITUS	36
4.1 Rakennemalli	36
4.2 Yksinkertaistettu menetelmä	38
4.3 Yleinen tapaus	43
4.4 Erityinen tapaus	47
4.5 Toisen kertaluvun menetelmä	51
5 TULOKSET	71
5.1 Tuloksien tarkastelu	71
5.2 Tuloksien vertailu	72
6 YHTEENVETO	79
LÄHDELUETTELO	

MERKINNÄT JA LYHENTEET

Isot kirjaimet

A_f	Puristetun laipan pinta-ala
A_{wc}	Puristetun uuman pinta-ala
C_1	Vakio, joka huomioi taivutusmomenttikuvion vaikutuksen
C_2	Vakio, joka huomioi kuormituksen sijainnin leikkauskeskiöön nähden
E	Kimmokerroin
FEM	Finite element method
G	Liukkerroin
I_f	Puristetun laipan jäyhyysmomentti
I_t	Vääntövakio
I_y	Jäyhyysmomentti y-akselin suhteen
I_z	Jäyhyysmomentti z-akselin suhteen
I_ω	Käyritysmisvakio
L	Palkin jäykisteiden välinen pituus tai palkin pituus
L_c	Sivuttaistukien väli
LPF	Kuormituskerroin Abaquksessa
LPF_{max}	Kuormituskertoimen LPF arvo, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi
$M_{b,Rd}$	Kiepahduskestävyyden mitoitusarvo
$M_{c,Rd}$	Poikkileikkauksen taivutuskestävyys
M_{cr}	Kriittinen kiepahdusmomentti
$M_{cr,FEM}$	Kriittinen kiepahdusmomentti toisen kertaluvun menetelmällä

M_{Ed}	Taivutusmomentin mitoitusarvo
$M_{y,Ed}$	Suurin taivutusmomentti
$W_{eff,y}$	Rakenteen tehollinen taivutusvastus
$W_{el,y}$	Rakenteen taivutusvastus kimmoteorian mukaisesti
$W_{pl,y}$	Rakenteen taivutusvastus plastisuusteorian mukaisesti
W_y	Rakenteen taivutusvastus
<i>Pienet kirjaimet</i>	
b	Poikkileikkauksen leveys
b_f	Poikkileikkauksen laipan leveys
e_1	Rakenteen ensimmäisen nurjahdusmuodon nurjahdusvarmuus
f	Tukien välisen momenttipinnan huomioiva kerroin
f_y	Teräksen myötöraja
h	Poikkileikkauksen korkeus
h_w	Poikkileikkauksen uuman korkeus
$i_{f,z}$	Ekvivalentin puristetun laipan jäyhyys säde z-akselin suhteen
k_c	Korjaustekijä momenttipinnan muodolle
k_{ff}	Kiepahduskestävyyden muunnostekijä
n	Pistekuormitusten määrä FEM-mallissa
q_k	Hyötykuorman ominaisarvo
q_{kok}	Murtorajatilan mukainen kokonaiskuormitus pituusakselilla

Q_{\max}	Murtorajatilan kuormitusyhdistelmän mukainen mitoittava kuormitus
$Q_{\text{nonlinear}}$	Lineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma
Q_{piste}	Pistekuormituksen suuruus lineaarisessa analyysissä
Q_{Rd}	Epälineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma
t_f	Poikkileikkauksen laipan paksuus
t_w	Poikkileikkauksen uuman paksuus
z_g	Kuormituksen sijainnin ja vääntökeskiön välinen etäisyys

Kreikkalaiset kirjaimet

α_f	Kiepahduksen epätarkkuustekijä yksinkertaistetussa menetelmässä
α_{LT}	Kiepahduksen epätarkkuustekijä
β	Parametri erityisessä tapauksessa
γ_{M1}	Kestävyyden osavarmuusluku
λ_{c0}	Muunnetun hoikkuuden raja-arvo
λ_f	Ekvivalentti puristetun laipan hoikkuus
λ_{LT}	Rakenteen muunnettu hoikkuus
$\lambda_{\text{LT,0}}$	Rakenteen muunnetun hoikkuuden rajoitus erityisessä tapauksessa
λ_1	Rajahoikkuuden arvo
χ_f	Kiepahduskestävyyden pienennystekijä yksinkertaistetussa menetelmässä
χ_{LT}	Kiepahduskestävyyden pienennystekijä

$\chi_{LT,mod}$

Kiepahduskestävyyden modifioitu
pienennystekijä

Φ_f

Pienennystekijään χ_{LT} liittyvä muuttuja
yksinkertaistetussa menetelmässä

Φ_{LT}

Pienennystekijään χ_{LT} liittyvä muuttuja

1 JOHDANTO

Kiepahdus on yksi teräspalkkirakenteeseen liittyvistä ilmiöistä, joka voi johtaa rakenteen stabiiliteetin menettämiseen, kun rakenteen poikkileikkaus pyrkii kiertymään kiepahduskeskiönsä ympäri taivutuksesta johtuen. Kiepahduksen ollessa yksi palkkirakenteen mitoittavista ilmiöistä, on erityisen tärkeää, että kiepahdusmitoitus antaa mahdollisimman tarkan arvion kyseessä olevan rakenteen kiepahduskestävyydestä. Teräspalkkien tilanteessa kiepahdus voidaan asiaankuuluvan kirjallisuuden mukaan tarkistaa useammalla eri menetelmällä, mikä voi johtaa kysymykseen, mitä menetelmää missäkin tilanteessa olisi soveltuvain käyttää.

Tässä työssä pyritään perehtymään kiepahdukseen teräspalkissa sekä tähän liittyviin mitoitusmenetelmiin ja suorittamaan vertaileva mitoitus työhön valituilla menetelmillä. Työn tarkoituksena on näin ollen pyrkiä saamaan selkeyttä siihen, minkälaisia tuloksia valitut mitoitusmenetelmät antavat toisiinsa verrattuna sekä mistä tuloksien mahdollinen eroavaisuus voi johtua ja näin ollen pyrkiä tekemään johtopäätöksiä siitä, mikä menetelmästä on mahdollisesti mitoittamisen kannalta soveltuvampi tähän työhön valitun rakenteen kaltaisille rakenteille.

Tässä työssä edellä mainittuja kysymyksiä kiepahduksen mitoittamiseen liittyen pyritään selvittämään suorittamalla työssä valitulle teräspalkkirakenteelle esimerkki mitoitus kaikilla työhön valituilla kiepahduksen mitoitusmenetelmillä ja vertaamalla saatuja tuloksia suhteessa toisiinsa. Mitoitusmenetelmät työhön valitaan asiaankuuluvasta kirjallisuudesta, kuten Eurokoodista sekä aikaisemmin tehdystä tutkimuksesta. Mitoitukset valituilla menetelmillä suoritetaan käsin laskien sekä elementtimenetelmää (FEM-ohjelma) hyödyntäen. Näin työllä pyritään tekemään johtopäätöksiä valittujen menetelmien ja niiden tuloksien eroavaisuuksista sekä niiden käytettävyydestä valitussa mitoitustilanteessa.

Työssä pyritään keskittymään puhtaasti teräspalkin kiepahdukseen, valittuihin kiepahduksen mitoitusmenetelmiin ja niiden soveltamiseen sekä vertailevan mitoituksen suorittamiseen ja niiden antamien tuloksien vertailuun. Näin ollen työssä käydään kiepahduksen ja mitoitusmenetelmien teoriaa läpi vain niin laajasti ja tarkasti, kuin työn kannalta on tarvittavaa.

2 TERÄSPALKKI RAKENNE

2.1 Yleistä

Palkki on yksi rakennuksen ja rakennekokonaisuuksien olennaisista osista, jonka tarkoituksena on vastaanottaa sen yläpuolelta tulevat kuormat ja siirtää ne edelleen palkkia tukeville rakenteille. Näin ollen palkin ollessa merkittävässä asemassa rakennuksen kuormankantokyvyn sekä stabiliteetin näkökulmasta, on merkittävään tärkeää, että palkin kaikki stabiiliudenmenetyksiöitä kyetään tunnistamaan sekä tarkistamaan mahdollisimman tarkasti. Tässä työssä keskitytään tarkastelemaan teräspalkin kiepahdusta ja suorittamaan valitulle teräspalkkirakenteelle kiepahdusmitoitus kappaleessa 3 valittujen kiepahduksen mitoitusmenetelmien avulla.

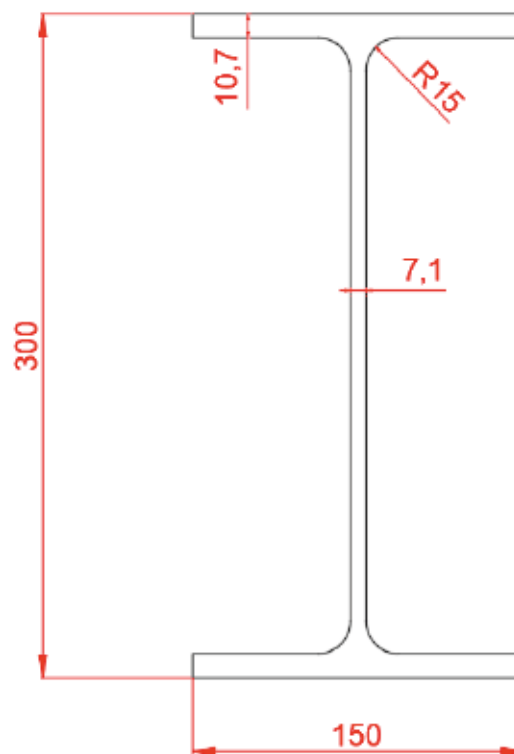
Jotta tästä työstä sekä suoritettua menetelmien vertailusta saataisiin mahdollisimman informatiivinen, pyritään tarkasteltavaksi teräspalkkirakenteeksi valitsemaan mahdollisimman paljon käytetty sekä suosittu palkkityyppi. Näitä ovat yleisesti ottaen I- sekä H-profiilit, sillä ne omaavat muunmuassa hyvän taivutus-, vääntö sekä nurjahduskestävyyden, minkä johdosta ne soveltuvat esimerkiksi palkkirakenteiksi huomattavan hyvin (BE Group 2022, s 10-11 ; Balashov 2024, s. 11). I- ja H-profiilien suosiota selittää lisäksi se, että niitä voidaan soveltaa monenlaisissa käyttötarkoituksissa palkkien lisäksi, kuten esimerkiksi pilareina, ristikkoina, runkoina ja tukirakenteina.

H-profiilien laipat ovat merkittävästi leveämpiä kuin I-profiilin laipat, mistä syystä H-profiilit ovat jäykempiä ja kykenevät yleisesti kantamaan suurempia kuormia. Vaikka H-profiili onkin jäykempi, profiilin suuremmat dimensiot voivat kasvattaa rakenteen omapainoa huomattavasti, minkä seurauksena I-profiilin valinta voi olla useimmissa tilanteissa järkevämpi vaihtoehto, jos H-profiilin tuomaa suurempaa jäykkyyttä ja kuormankantokykyä ei tarvita.

I-profiilin ollessa yksi tyypillisimmistä ja käytetyimmistä teräspalkin profiileista, on sen valinta tarkasteltavaksi profiiliksi tämän työn kannalta soveltuvin vaihtoehto mitoitustarkastelun näkökulmasta. Näin ollen, tässä työssä käytettäväksi palkiksi valitaan euroopassa standardisoitu I-palkki, jotta työssä kyetään seuraamaan CEN:n (*European*

Committee for Standardization) asettamia määräyksiä tuotteille sekä rakenteiden suunnittelulle. Näin työn tuloksista saadaan standardien mukaisia sekä laajasti vertailukelpoisia, jotta niitä voidaan hyödyntää mahdollisesti tulevaisuudessa.

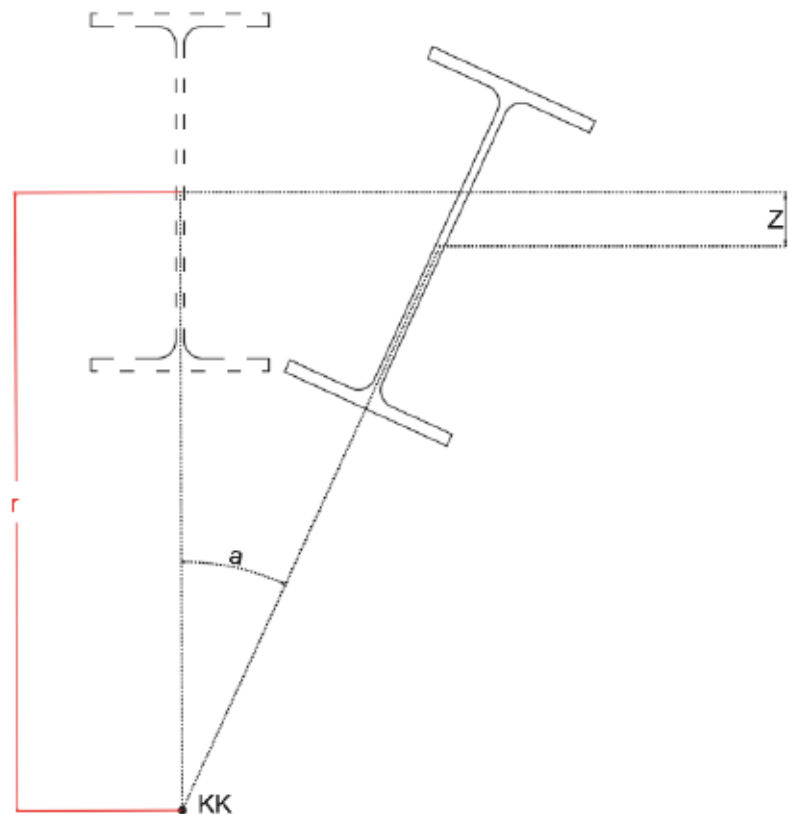
Palkiksi, jolle työssä tehtävä kiepahdusmitoitus suoritetaan, valitaan S355J2 lujuusluokan IPE 300 palkki, joka on CE-merkitty sekä standardisoitu standardeilla *EN 10204 3.1*, *EN 10034* ja *EN 10025* (BE Group 2024). Mitoittamista varten palkin standardin mukainen poikkileikkaus ja sen dimensiot ovat esitetty kuvassa 1.



Kuva 1. Mitoitettavan palkin poikkileikkaus ja dimensiot (SFS-EN 10365 2017, s. 8 ; EurocodeApplied 2024).

2.2 Tarkasteltava ilmiö

Kiepahdus on nurjahdusta muistuttava ilmiö, ja näin ollen yksi palkin murtorajatiloista, jossa palkki menetettyään stabiliteettinsa kokee taipumista sekä kiertymistä samanaikaisesti. Palkin kiepahtaminen on mahdollista tapahtua, kun palkin puristettu laippa nurjahtaa sivuun pääakselin suuntaisen taivutuksen johdosta, minkä seurauksena poikkileikkaus kykenee kiertymään kiepahduskeskiönä ympäri, niin kuin kuvassa 2 on havainnoitu. I-poikkileikkauksilla on merkittävästi suurempi lujuus pääakselinsa suunnassa, minkä seurauksena sivusuunnassa tukemattomien I-palkkien kohdalla kiepahtaminen voi muodostaa todellisen vaaran rakenteen stabiliteetille. (Kabir & Bhowmick 2016, s. 1.)



Kuva 2. Palkin kiepahdus, jossa KK on kiepahduskeskiö, r on kiepahdussäde, a on kiepahduskulma ja Z on kiepahduksesta johtuva poikkileikkauksen painopisteen pystysuuntainen siirtymä.

Oulun yliopistossa on käsitelty teräspalkin kiepahdusta useissa eri tutkimuksissa ja useilla eri menetelmillä ennen tämän työn aloittamista. Tämän takia tässä työssä käytettäväksi mitoitusten menetelmiksi pyritään valitsemaan sellaiset menetelmät, joista on jo vertailukelpoista informaatiota saatavilla. Näin tällä työllä pyritään viemään teräspalkin kiepahdusilmiön tutkimusta eteenpäin, ottaen huomioon jo olemassa olevat tutkimukset sekä analyysit, ja työstä saadaan mahdollisimman johdonmukainen, vähintäänkin Oulun yliopiston sisällä. Ainakin seuraavissa Oulun yliopiston tutkimuksissa on tarkasteltu ja analysoitu kiepahdusta teräspalkissa:

- Vuoden 2024 diplomityössään *Teräspalkin jäykistelevyjen tarpeellisuus* Balashov A tarkasteli ja mitoitti kiepahduksen jatkuvalle I-palkilleen soveltamalla Eurokoodi 3:n esittämää *yleistä tapausta*. Yleisessä tapauksessa kiepahduskestävyys arvioidaan pitkän kaavan kautta, määrittämällä rakenteelle kriittinen kiepahdusmomentti kolmen vakion kaavalla, minkä jälkeen kiepahduskestävyys kyetään arvioimaan kiepahduskäyriä soveltaen. Kiepahdusmitoitus suoritettiin palkille käsinlaskien sekä elementtimenetelmää käyttäen. (Balashov 2024.)
- Kummala H tarkasteli kiepahdusta I-palkissa vuoden 2018 diplomityössään *Teräsrakenteisen kevyen liikenteen sillan päällysrakenteiden tyyppisuunnitelman kehittäminen* vuorostaan Eurokoodi 3:n esittämää *yksinkertaistettua menetelmää* soveltaen. Yksinkertaistettu menetelmä on toinen yleisesti käytetyistä menetelmistä kiepahduskestävyyden arvioimiseen yleisen tapauksen lisäksi. Yksinkertaistettu menetelmä seuraa yleisen tapauksen mitoituskaskelia, mutta menetelmän suosio piilee siinä, että menetelmää sovellettaessa kriittistä kiepahdusmomenttia ei ole tarpeellista määrittää, mikä voi nopeuttaa laskemista huomattavasti. Kiepahdusmitoitus työssä suoritettiin hyödyntämällä käsinlaskentakaavoja sekä EXCEL-ohjelmistoa. (Kummala 2018.)
- Vuoden 2022 *Steel beam supported on flexible foundation at elevated temperatures* diplomityössään Säilynoja A tarkasteli teräspalkin kestävyyttä kiepahduksen suhteen murtorajatilassa suorittamalla rakenteelle *toisen kertaluvun analyysin* ANSYS FEM-ohjelmaa käyttäen. Työssä sovellettiin niin sanottua Buckingham Pi teoriaa, jossa mitoittamisen kannalta tärkeät parametrit kyetään esittämään yksiköttömissä muodoissa, niin sanotuilla pi-termeillä, mikä vähentää mitoituksessa käytettyjen parametrien määrää. Toisen kertaluvun

analyysin hyödyllisyys piilee sen ominaisuudessa huomioida rakenteen siirtymisestä aiheutuvan jäykkyyden ja kestävyuden pieneneminen sekä mitoitusmomenttien kasvaminen kiepahtamisen edetessä. (Säilynoja 2022.)

Teräspalkin kiepahdus voidaan näin ollen mitoittaa useammalla kuin yhdellä mitoitusmenetelmällä jo olemassa olevan kirjallisuuden mukaan. Kun menetelmä jolla mitoitus suoritetaan muuttuu, on realistista ajatella, että myös mitoituksen antamat tulokset muuttuvat. Tästä syystä, olisi erityisen tärkeää rakenteen mitoittamisen näkökulmasta kiinnittää huomioita menetelmien eroavaisuuksiin mitoittamisessa sekä näiden aiheuttamiin vaikutuksiin tuloksissa ja niiden tarkkuudessa, jotta kiepahtaminen kyetään arvioimaan mahdollisimman todellisesti ja tarkasti.

Jotta teräspalkin kiepahduksen mitoittamiseen soveltuvien menetelmien eroavaisuuksia voidaan havainnoida, tulee menetelmille suorittaa vertaileva mitoitus. Näin tehtäessä menetelmillä saadaan toistensa kanssa vertailukelpoisia tuloksia, joka mahdollistaa tuloksien vertailun sekä johtopäätöksien teon siitä, mikä menetelmästä on soveltuvin kyseiseen mitoituslaitteeseen ja mistä tuloksien eroavaisuus voi johtua.

3 KIEPAHDUS JA SEN MITOITUSMENETELMÄT

3.1 Kiepahdus ilmiönä

Kun palkkia kuormitetaan taivuttavalla kuormituksella sen vahvemman akselin suunnassa, puristettu laippa saattaa nurjahtaa sivusuunnassa sen kokeman puristuksen johdosta (Ongelin & Valkonen 2010, s. 140 ; Dahmani & Boudjemia 2014, s. 429). Ylälaipan nurjahtaessa palkin alalaippa säilyttää suurimmaksi osakseen asentonsa, sillä alalaippa on vetävän kuormituksen alaisena, kun tarkastelu ei tapahdu tuella. Tämä laippojen eroava asento tarkoittaa, että poikkileikkaus on geometrisesti epätasapainossa, minkä seurauksena palkin kuormittaminen aiheuttaa poikkileikkauksen kiertymisen kiepahduskeskiönsä suhteen. Tätä stabiiliudenmenetyksiä kutsutaan kiepahdukseksi eng. *lateral torsional buckling*. (Balashov 2024, s. 15-16.)

Kiepahduksen katsotaan olevan yksi teräspalkin huomioitavista murtorajatiloista, jossa rakenteen puhtaan taipumisen sijaan tarkastellaan sivusuuntaisen siirtymisen sekä kiertymisen yhteisvaikutusta. Kun teräspalkkirakenne altistuu kiepahdukselle ja kun se lopulta pettää, rakenteessa voi näin ollen ilmetä useanlaisia eri muodonmuutoksia ja siirtymiä samanaikaisesti, riippuen kyseessä olevasta rakenteesta ja sen geometriasta. Näitä ovat muun muassa rakenteen sivusuuntainen siirtyminen, rakenteen kiertyminen kiepahduskeskiönsä suhteen, rakenteen murtuminen sekä uuman tai laipan nurjahtaminen. (Kabir & Bhowmick 2016, s. 1.)

I-profiilit ovat erityisen alttiita kiepahdukselle, sillä ne ovat useasti hyvin hoikkia ja/tai korkeita poikkileikkauksia, minkä johdosta poikkileikkauksen jäyhyysmomenttien suhde I_y/I_z on suuri, mistä seuraa, että poikkileikkaus kykenee kiepahtamaan helpommin (Ongelin & Valkonen 2010, s. 140 ; Balashov 2024, s. 17). Tämä tarkoittaa sitä, että rakenteen jäykkyys kasvaa sen pääakselin suunnassa (I_y) enemmän, kuin heikomman akselin suunnassa (I_z), mikä on kiepahduksen näkökulmasta erittäin epäedullinen asia. Palkin kiepahtaessa poikkileikkaukseen syntyy siirtymiä kummankin akselin suunnassa, akselien jäyhyysmomenttien ollessa suoraan verrannollisia niiden suuntaisiin jäykkyyksiin. Tämän seurauksena, kun jäyhyysmomenttien suhde kasvaa, sitä helpommin poikkileikkaukseen voi syntyä heikomman akselin suuntaisia siirtymiä,

verrattuna vahvemman akselin suuntaisiin siirtymiin, mikä mahdollistaa rakenteen kiepahtamisen alkamisen (Balashov 2024, s. 17). Kun rakenne alkaa kiepahtamaan, poikkileikkaus kiertyy kiepahduskeskiönsä ympäri, niin kuin kuvassa 2 on havainnoitu, minkä seurauksena poikkileikkauksen jäyhyysmomentit alkavat pienentyä sen asennon muuttuessa, suhteessa kiertymisen etenemiseen. Tämän seurauksena kiepahtamisen alettua, rakenteen kiepahtaminen pyrkii kiihtymään pienentyvien jäykkyysien seurauksena.

Näin ollen kiepahduksen riskiä voidaan pyrkiä minimoimaan yksinkertaisimmillaan kiinnittämällä huomiota poikkileikkauksen dimensioihin. Palkin todellinen kiepahduskestävyys on kuitenkin sidoksissa useampaan tekijään, joista muutamia ovat *kuormitustapa ja -paikka, jänneväli, jäykistäminen* sekä *tuenta* (Ongelin & Valkonen 2010, s. 140).

Palkin päätyjen *tuenta* on yksi keskeisimmistä keinoista palkin kiepahdusriskin pienentämiseen, sillä kiertymisen sekä sivusuuntaisen siirtymisen estäminen, ja näin ollen ylälaipan nurjahtamisen rajoittaminen, tuilla kasvattaa rakenteen kiepahduskestävyyttä merkittävästi. Palkin *jäykistäminen* sen uumasta on vuorostaan yksi käytetyimmistä keinoista kiepahduksen hallintaan, sillä pystysuuntaisten jäykisteiden lisääminen palkin uumaan osittain estää kiepahduksen syntymisen tarjoamalla uumalle lisää tukea, mikä parantaa sen kiepahduskestävyyttä, samalla lyhentäen rakenteen tehollista kiepahduspituutta. Palkin *kuormituksen sijainnilla* suhteessa sen vääntökeskiöön on oma merkityksensä palkin kiepahduserkkyiden ja -kestävyyden näkökulmasta, vääntökeskiön toimiessa neutraalina pisteenä tässä ilmiössä. Kun palkin kuormitus sijaitsee poikkileikkauksen vääntökeskiön yläpuolella ja kun kuorman on mahdollista liikkua palkin mukana kiepahtaessa, kasvaa kiepahtamisen riski, sillä kuorma toimii palkkia epätasapainoittavana ja vastaavasti kuormat, jotka sijaitsevat vääntökeskiön alapuolella, toimivat rakennetta tasapainoittavana, jolloin rakenteen kiepahduserkkyys pienenee (Gardner 2011, s. 16). Palkin *pituus* kasvattaa palkin kiepahduserkkyyttä ja -riskiä, juuri samalla periaatteella kuin pilarin pituus lisää nurjahduksen todennäköisyyttä, sillä palkin tukien etäisyys toisistaan kasvaa, jolloin rakenteen kiepahduspituus kasvaa. (Balashov 2024, s. 17-18.)

3.2 Mitoitusmenetelmät ja niiden valinta

Vuoden 2005 standardi EN 1993 osa 1-1 esittää jo itsessään viisi hyväksyttävää ja toisistaan eroavaa menetelmää sen sivuilla 40, 65-69 sekä 71-72, jotka soveltuvat kiepahduksen arvioimiseen sekä mitoittamiseen ja joita voidaan soveltaa hieman toisistaan erilaisissa tilanteissa. Nämä Eurokoodi 3:n esittämät menetelmät ovat seuraavat:

- Menetelmä 1: Yleinen tapaus (EN 1993-1-1, 6.3.2.1 + 6.3.2.2).
- Menetelmä 2: Erityinen tapaus (EN 1993-1-1, 6.3.2.1 + 6.3.2.3).
- Menetelmä 3: Yksinkertaistettu menetelmä (EN 1993-1-1, 6.3.2.4).
- Menetelmä 4: Yleinen menetelmä nurjahduksen ja kiepahduksen tarkistamiseksi (EN 1993-1-1, 6.3.4).
- Menetelmä 5: Kiepahduskestävyys toisen kertaluvun teorian mukaisesti (EN 1993-1-1, 5.3.4 (3)).

Kiepahduksen mitoittamiseksi menetelmää 1 voidaan yleisesti soveltaa lähes kaikissa tilanteissa, kaikille poikkileikkauksille, kuten uumaltaan ja laipoiltaan hoikille poikkileikkauksille, sekä profiilin valmistustavasta riippumatta (Ongelin & Valkonen 2010, s. 141). Menetelmä 2 on vuorostaan tarkoitettu ainoastaan käytettäväksi valssatuille ja vastaaville hitsatuille poikkileikkauksille. Menetelmää 3 voidaan käyttää yleisesti sivusuunnassa tuetuille sauvoille. Menetelmää 4 voidaan soveltaa tilanteissa, joissa menetelmät 1-3 eivät ole käyttökelpoisia ja menetelmä soveltuu kiepahduksen sekä nurjahduksen mitoittamiseen. Menetelmää 5 voidaan käyttää, kun rakenteelle mallinnetaan alkuepätkä tarkkuus realistisesti heikomman akselin suunnassa rakenteen nurjahdusmuodon mukaisesti, jonka jälkeen rakenteelle voidaan suorittaa dynaaminen analyysi. (SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 40, 66-68 ja 71.)

Menetelmä 5 tunnistettiin myös Oulun yliopiston opiskelijan Säilynoja A tekemästä tutkimuksesta *Steel beam supported on flexible foundation at elevated temperatures*, jossa teräspalkin kestävyyttä arvioitiin toisen kertaluvun analyysiä hyödyntäen. Toisen kertaluvun analyysi tulee tehdä elementtimenetelmää käyttäen (FEM), sillä mitoitus suoritetaan epälineaarista analyysiä soveltaen. Kun elementtimenetelmiä hyödynnetään

ja rakenne mallinnetaan oikein ja todellisuutta vastaavasti, analyysiä voidaan hyödyntää minkälaiselle rakenteella tahansa.

Tässä työssä käytettävät mitoitusmenetelmät kiephadukselle, joilla vertaileva mitoitus suoritetaan, valitaan sen perusteella, mitä mitoitusmenetelmistä on käytetty Oulun yliopiston tutkimuksissa aikaisemmin ja minkä edellä mainituista menetelmistä voidaan olettaa antavan työn kannalta vertailukelpoisia tuloksia. Näin toimitaan siksi, että näin valituista mitoitusmenetelmistä ja niiden soveltamisesta on saatavilla vertailukelpoista informaatiota ja tuloksia sekä näin teräspalkin kiepahdusmitoituksen tutkimista Oulun yliopiston sisällä voidaan viedä eteenpäin sekä mahdollisesti saavuttaa sellaisia tuloksia, joista on hyötyä tämän työn lukijoille tulevaisuudessa.

Vertailevaa mitoitusta varten tähän työhön valitaan neljä kiephaduksen mitoittamiseen soveltuvaa menetelmää, joiden avulla menetelmien tuloksien eroja sekä tarkkuuksia pyritään arvioimaan. Ensimmäiset kolme edellä mainituista menetelmistä ovat Eurokoodi 3:n esittämiä, joista ainakin kaksi ovat yleisesti käytettyjä kiepahduskestävyyden arvioimiseen, ja ne ovat *Menetelmä 1: Yleinen tapaus* ja *Menetelmä 3: Yksinkertaistettu menetelmä*. Kolmanneksi Eurokoodin menetelmäksi valitaan *Menetelmä 2: Erityinen tapaus*, sillä menetelmä on hyvin samankaltainen yleisen tapauksen kanssa, mistä syystä on mielenkiintoista nähdä, kuinka eroavia tuloksia ne antavat toisiinsa nähden. Neljänneksi menetelmäksi on valittu *Menetelmä 5: toisen kertaluvun menetelmä*, jonka Eurokoodi 3 mainitsee ja jota Antti Säilynoja sovelsi diplomityössään Oulun yliopistossa vuonna 2022. Toisen kertaluvun analyysin tulisi antaa tarkempia arvioita rakenteen kiepahduskestävyydestä, sillä se kykenee huomioimaan rakenteen siirtymisestä aiheutuvat momenttien lisäykset rakenteeseen sekä sen kestävyuden ja jäykkyyden pienenemisen dynaamisesti, analyysin aikana. Eurokoodin esittämiä menetelmiä sovelletaan tässä työssä käsinlaskien MATHCAD ohjelmistolla ja toisen kertaluvun menetelmä ratkaistaan FEM-ohjelmaa käyttäen sekä MATHCAD:ä hyödyntäen.

Kiephaduksen mitoittamiseen käytetystä menetelmästä riippumatta, kiepahduskestävyyden tarkistaminen rakenteelle perustuu aina Eurokoodi 3:n esittämän, kaavan 1 mukaisen, mitoitusyhtälön toteamiseen. Kun kaava 1 pitää paikkaansa, on rakenteen kiepahduskestävyys suurempi, kuin kiephadusta aiheuttavan

taivutusmomentin suuruus. Tällöin kiepahdusta ei tulisi esiintyä rakenteessa, jos mitoitus on suoritettu oikein ja rakenne sekä kuormitukset ovat mallinnettu ja huomioitu oikein. Mitoitusyhtälö on SFS-EN 1993-1-1 2005 sivun 65 mukaan

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (1)$$

missä, M_{Ed} on taivutusmomentin mitoitusarvo [Nm] ja

$M_{b,Rd}$ on kiepahduskestävyyden mitoitusarvo [Nm].

3.2.1 Yleinen tapaus

Yleinen tapaus on käytetyin Eurokoodi 3:n esittämistä menetelmistä, sillä se on yleispätevä lähes kaikille poikkileikkauksille ja mitoitusilanteille. Yleisen tapauksen mitoitusperiaatteena on määrittää kyseessä olevalle rakenteelle kriittinen kiepahdusmomentti M_{cr} , jotta rakenteen muunnettu hoikkuus λ_{LT} voidaan selvittää. Tämän jälkeen kiepahduskäyriä soveltaen, muunnetun hoikkuuden λ_{LT} rinnalla, rakenteelle voidaan laskea kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} , minkä avulla rakenteen kiepahduskestävyys $M_{b,Rd}$ voidaan määrittää.

Ongelin & Valkonen vuoden 2010 kirjan sivun 143 mukaan kriittinen kiepahdusmomentti M_{cr} teräspalkille voidaan määrittää kaavalla 2, jota yleisesti kutsutaan kolmen vakion kaavaksi. Tämä kaava on alunperin esitetty Eurokoodi 3:n esistandardissa SFS-ENV-1993-1-1, mutta jostain syystä tämä kaava on jätetty ulos lopullisesta Eurokoodi 3 standardista. Kolmen vakion kaava on muodoltaan seuraavanlainen

$$M_{cr} = C_1 * \frac{\pi^2 * E * I_z}{(k * L)^2} * \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_\omega}\right)^2 * \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{(k * L)^2 * G * I_t}{\pi^2 * E * I_z}} + (C_2 * z_g - C_3 * z_j)^2 - (C_2 * z_g - C_3 * z_j) \right]. \quad (2)$$

Salonen 2018 diplomityön sivun 21 mukaan, kun palkin poikkileikkaus on kaksoissymmetrinen, kuten I- ja H-poikkileikkauksien tilanteessa, kaava 2 sievenee

kaavan 3 mukaiseen muotoon, sillä epäsymmetriaan liittyvä kerroin z_g saa arvon 0. Kaava 2 saa näin ollen muodon

$$M_{cr} = C_1 * \frac{\pi^2 * E * I_z}{(k * L)^2} * \left[\sqrt{\left(\frac{k}{k_\omega}\right)^2 * \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{(k * L)^2 * G * I_t}{\pi^2 * E * I_z} + (C_2 * z_g)^2} - (C_2 * z_g) \right] \quad (3)$$

(da Silva & Mesquita 2024, s. 3 ; SN003b-EN-EU 2010, s. 2).

Vastaavasti, da Silvan ja Mesquitin vuoden 2024 artikkelinsa sivun 3 mukaan, kaava 3 voidaan sieventää entisestään kaavan 4 esittämään muotoon, kun palkin päät ovat tuettu haarukkatuilla, jolloin kertoimet k ja k_ω saavat kummatkin arvoksi 1,0. Näin ollen kaava 3 sievenee tämän työn lopulliseen muotoonsa

$$M_{cr} = C_1 * \frac{\pi^2 * E * I_z}{L^2} * \left[\sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{L^2 * G * I_t}{\pi^2 * E * I_z} + (C_2 * z_g)^2} - (C_2 * z_g) \right] \quad (4)$$

missä, M_{cr} kriittinen kiepahdusmomentti [Nm],

C_1 on taivutusmomenttikuvion huomioon ottava vakio taulukosta 1,

C_2 on kuormituksen sijainnin leikkauskeskiöön nähden huomioiva vakio taulukosta 1,

I_z on heikomman akselin jäyhyysmomentti [mm⁴],

I_ω on käristymisvakio kaavasta 5 [mm⁶],

I_t on vääntövakio kaavasta 6 [mm⁴],

E on kimmokerroin [N/mm²],

G on liukkerroin [N/mm²],

L on palkin jäykisteiden välinen pituus, jäykistämättömille palkeille tukien välinen etäisyys [mm] ja

z_g on kuormituksen sijainnin ja vääntökeskiön välinen etäisyys [mm].

(SN003b-EN-EU 2010, s. 2-4 ; da Silva & Mesquita 2024, s. 3.)

Käristymisvakio I_ω ja vääntövakio I_t kaavaan 4 voidaan määrittää kaavoilla 5 ja 6, kun kyseessä on I- tai H-poikkileikkaus:

$$I_\omega = \frac{t_f * b_f^3 * (h_w + t_f)^2}{24} \quad (5)$$

$$I_t = \frac{2}{3} * b_f * t_f^3 + \frac{1}{3} * h_w * t_w^3 \quad (6)$$

joissa, b_f on laipan leveys [mm],

t_f on laipan paksuus [mm],






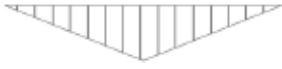


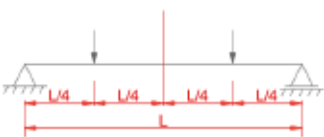

h_w on uuman korkeus [mm] ja

t_w on uuman paksuus [mm]

(da Silva & Mesquita 2024, s. 3).

Kaavassa 4 tarvittavat vakiot C_1 ja C_2 , jotka huomioivat taivutusmomenttikuvion ja kuormituksen sijainnin, voidaan poimia Ongelin & Valkonen esittämästä taulukosta 1, kun tarvittava k -kertoimen arvo on tiedossa.

Taulukko 1. Vakioiden C_1 , C_2 ja C_3 arvot ja niitä vastaavat k arvot. Mukailtu kirjan Ongelin & Valkonen taulukosta 2.17 (Ongelin & Valkonen 2010, s. 145).

Kuormitus ja tukiehdot	Taivutusmomenttipinnan muoto	k	Vakioiden arvot		
			C_1	C_2	C_3
		1,0	1,132	0,459	0,525
		0,5	0,972	0,304	0,980
		1,0	1,285	1,562	0,753
		0,5	0,712	0,652	1,070
		1,0	1,365	0,553	1,730
		0,5	1,070	0,432	3,050
		1,0	1,565	1,267	2,640
		0,5	0,938	0,715	4,800
		1,0	1,046	0,430	1,120
		0,5	1,010	0,410	1,890

Kun kriittinen kiepahdusmomentti on tiedossa rakenteelle, voidaan sen muunnettu hoikkuus λ_{LT} määrittää seuraavalla Eurokoodi 3:n esittämällä kaavalla

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\frac{W_y * f_y}{M_{cr}}} \quad (7)$$

missä, λ_{LT} on rakenteen muunnettu hoikkuus,

W_y on taivutusvastus, joka riippuu rakenteen poikkileikkausluokasta seuraavanlaisesti [mm^3],

$$W_y = W_{pl,y} \text{ kun poikkileikkausluokka on 1 tai 2,}$$

$$W_y = W_{el,y} \text{ kun poikkileikkausluokka on 3,}$$

$$W_y = W_{eff,y} \text{ kun poikkileikkausluokka on 4,}$$

joissa, $W_{pl,y}$ on plastinen taivutusvastus,

$W_{el,y}$ on kimmainen taivutusvastus,

$W_{eff,y}$ on tehollinen taivutusvastus,

f_y on teräksen myötöraja [N/mm^2] ja

M_{cr} on kriittinen kiepahdusmomentti kaavasta 4 [Nm]

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 15 ja 65-66 ; Seres & Fejes 2020, s. 2444).

Jos rakenteen muunnettu hoikkuus λ_{LT} täyttää kaavan 8 esittämän ehdon tai vastaavasti, jos mitoitusmomentin M_{Ed} ja kriittisen kiepahdusmomentin M_{cr} suhde täyttää kaavan 9 mukaisen ehdon, kiepahdus voidaan jättää huomioimatta yleistä tapausta soveltaessa, sen ollessa epätodennäköistä kyseisellä rakenteella ja kuormituksilla:

$$\lambda_{LT} \leq 0,2 \quad (8)$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{cr}} \leq 0,04 \quad (9)$$

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 67).

Ennen kuin kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} voidaan määrittää, tulee muunnetun hoikkuuden λ_{LT} lisäksi rakenteelle määrittää muuttuja Φ_{LT} , joka saadaan kaavasta 10. Kaava 10 sisältää muunnetun hoikkuuden lisäksi epätarkkuustekijän α_{LT} , joka määritetään Eurokoodi 3:ssa I-profiileille taulukoiden 2 ja 3 avulla. Taulukosta 2 saadaan kyseiselle rakenteen poikkileikkaukselle *kiepahduskäyrä* ja taulukosta 3 saadaan epätarkkuustekijä α_{LT} valitun kiepahduskäyrän avulla (SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 66). Muuttuja Φ_{LT} saadaan näin ollen kaavasta

$$\Phi_{LT} = 0,5 * \left[1 + \alpha_{LT} * (\lambda_{LT} - 0,2) + \lambda_{LT}^2 \right] \quad (10)$$

missä, Φ_{LT} on pienennystekijän χ_{LT} määrittämiseen tarvittava muuttuja,

α_{LT} epätarkkuustekijä taulukoiden 2 ja 3 perusteella ja

λ_{LT} on rakenteen muunnettu hoikkuus kaavasta 7

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 66 ; Seres & Fejes 2020, s. 2444).

Taulukko 2. Kiepahduskäyrän valinta I-profiileille poikkileikkauksen dimensioiden perusteella. h on poikkileikkauksen korkeus ja b on poikkileikkauksen leveys, eli laipan leveys. Mukailtu standardin EN 1993-1-1 taulukosta 6.4 (SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 66).

Poikkileikkaus	Rajat	Kiepahduskäyrä
Valssatut I-profiilit	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Hitsatut I-profiilit	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Muut profiilit		d

Taulukko 3. Epätarkkuustekijän valitseminen rakenteen kiepahduskäyrän perusteella. Mukailtu standardin EN 1993-1-1 taulukosta 6.3 (SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 66).

Kiepahduskäyrä	a	b	c	d
Epätarkkuustekijä α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} voidaan lopulta määrittää kaavalla 11, kun muuttuja Φ_{LT} sekä muunnettu hoikkuus λ_{LT} ovat tiedossa. Toinen keino piennennystekijän χ_{LT} määrittämiseen on poimia se Eurokoodi 3:n esittämästä nurjahduskäyrien kuvasta muunnetun hoikkuuden λ_{LT} ja valitun kiepahduskäyrän perusteella, tällöin muuttujaa Φ_{LT} ei ole tarpeellista määrittää. Tätä menetelmää ei esitetä tässä työssä, kuitenkin nurjahduskäyrien kuvaaja on saatavilla standardista EN 1993-1-1 kuvasta 6.4 (SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 64 ja 66). Kun Eurokoodi 3:n kuvaa 6.4 ei sovelleta, kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} saadaan laskettua seuraavalla kaavalla

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}}, \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (11)$$

missä, χ_{LT} kiepahduskestävyyden pienennystekijä,

Φ_{LT} on muuttuja kaavasta 10 ja

λ_{LT} on rakenteen muunnettu hoikkuus kaavasta 7.

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 66 ; Seres & Fejes 2020, s. 2444.)

Kun kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} on selvitetty, rakenteen kiepahduskestävyyden mitoitusarvo $M_{b,Rd}$ voidaan määrittää seuraavan kaavan mukaisesti

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} * W_y * \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (12)$$

missä, $M_{b,Rd}$ on kiepahduskestävyyden mitoitusarvo [Nm],

χ_{LT} on kiepahduskestävyyden pienennystekijä kaavasta 11,

W_y on taivutusvastus, joka riippuu rakenteen poikkileikkausluokasta [mm³],

$W_y = W_{pl,y}$ kun poikkileikkausluokka on 1 tai 2,

$W_y = W_{el,y}$ kun poikkileikkausluokka on 3,

$W_y = W_{eff,y}$ kun poikkileikkausluokka on 4,

joissa, $W_{pl,y}$ on plastinen taivutusvastus,

$W_{el,y}$ on kimmainen taivutusvastus,

$W_{eff,y}$ on tehollinen taivutusvastus,

f_y on teräksen myötöraja [N/mm²] ja

γ_{M1} on kestävyuden osavarmuusluku, joka saa arvon 1,0

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 65 ; Seres & Fejes 2020, s. 2444).

Kun rakenteen kiepahduskestävyyden mitoitusarvo $M_{b,Rd}$ tiedetään, rakenteen kiepahduskestävyys voidaan tarkistaa kaavan 1 mukaan, vertaamalla kiepahduskestävyyttä taivutusmomentin mitoitusarvoon M_{Ed} .

3.2.2 Yksinkertaistettu menetelmä

Yksinkertaistettu menetelmä on toinen Eurokoodi 3:n esittämistä menetelmistä, jota sovelletaan usein kiepahduksen ja kiepahduskestävyyden tarkasteluun.

Yksinkertaistetun menetelmän suosio johtuu siitä, että menetelmä on yleisesti ottaen helpompi ja nopeampi tapa kiepahdusmitoitamisen suorittamiseen, sillä menetelmää sovellettaessa kriittistä kiepahdusmomenttia M_{cr} ei ole tarpeellista määrittää, niin kuin yleisessä menetelmässä. Yksinkertaistetussa menetelmässä määritetään puristetusta laipasta pistemäisesti sivusuunnassa tuettujen sauvojen poikkileikkaukselle ekvivalentti puristetun laipan hoikkuus λ_f , jota verrataan kaavan 13 mukaiseen ehtoon ja jos ehto täyttyy, on rakenteella riittävä kiepahdustuenta (Tiainen & Papula 2020, s. 100). Ekvivalentti puristetun laipan hoikkuus λ_f ja tarkasteltava ehto on seuraavan kaavan mukainen

$$\lambda_f = \frac{k_c * L_c}{i_{f,z} * \lambda_1} \leq \lambda_{c0} * \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}} \quad (13)$$

missä, λ_f on ekvivalentti puristetun laipan hoikkuus,

k_c on korjaustekijä taulukosta 4, joka huomioi sivuttaistukien välisen momenttipinnan muodon,

L_c on sivuttaisten tukien väli [mm],

$i_{f,z}$ on ekvivalentin puristetun laipan jäyhyys säde z-akselin suhteen,

jossa huomioidaan puristettu laippa ja kolmasosa puristetusta uumasta [mm],

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_f}{A_f + \frac{1}{3} * A_{wc}}} \quad (14)$$

jossa, I_f on puristetun laipan jäyhyysmomentti [mm⁴],

A_f on puristetun laipan pinta-ala [mm²],

A_{wc} on puristetun uuman pinta-ala [mm²],

Poikkileikkausluokassa 4 termeille I_f , A_f ja A_{wc}

lasketaan teholliset arvot

λ_1 on rajahoikkuuden arvo,

$$\lambda_1 = 93,9 * \varepsilon \quad (15)$$

$$\text{jossa, } \varepsilon \text{ saa arvon } \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

missä f_y on teräksen myötöraja [N/mm²],

λ_{c0} on muunnetun hoikkuuden raja-arvo, joka saa arvon 0,3, kun kyseessä on hitsattu kaksoissymmetrinen I-profiili,

$M_{c,Rd}$ on poikkileikkauksen taivutuskestävyys [Nm],

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y \cdot W_y}{\gamma_{M1}} \quad (16)$$

jossa, f_y on teräksen myötöraja [N/mm²],

γ_{M1} on kestävyysosavarmuusluku, joka saa arvon 1,0,

W_y on taivutusvastus, joka riippuu rakenteen poikkileikkausluokasta [mm³],

$W_y = W_{pl,y}$ kun poikkileikkausluokka on 1 tai 2,

$W_y = W_{el,y}$ kun poikkileikkausluokka on 3,

$W_y = W_{eff,y}$ kun poikkileikkausluokka on 4,

joissa, $W_{pl,y}$ on plastinen taivutusvastus,

$W_{el,y}$ on kimmainen taivutusvastus,


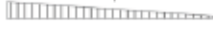






$W_{eff,y}$ on tehollinen taivutusvastus ja

$M_{y,Ed}$ on tukipisteiden välillä esiintyvä suurin taivutusmomentti [Nm]

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 68-69 ; Tiainen & Papula 2020, s. 100 ; Ympäristöministeriö 2019, s. 16).

Korjaustekijä k_c voidaan poimia kaavaan 13 Eurokoodi 3:n esittämästä taulukosta 4, kun rakenteen momenttipinnan muoto on tiedossa.

Taulukko 4. Korjaustekijän k_c arvot momenttipinnoille. Mukailtu standardin EN 1993-1-1 taulukosta 6.6 (SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 68).

Momenttipinnan muoto	k_c
$\psi=1$ 	1,0
$-\psi=1$ 	$\frac{1,0}{1,33-0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

Mikäli kaavan 13 mukainen ehto ei täyty, se tarkoittaa, että rakenteen pistemäisten sivuttaisten tukien etäisyys L_c on liian pitkä, jolloin kiepahdus muuttuu rakennetta mitoittavaksi ilmiöksi (Tiainen & Papula 2020, s. 100). Tässä tapauksessa laskettua ekvivalentin puristetun laipan hoikkuutta λ_f voidaan hyödyntää määrittäessä rakenteelle kiepahduskestävyys, alkaen kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ_f määrittämisestä kaavalla 17, täysin samalla periaatteella kuin yleisen tapauksen yhteydessä on esitetty. Kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ_{LT} määrittämiseen käytetty kaava 11 saa näin ollen seuraavanlaisen muodon yksinkertaistettua menetelmää sovellettaessa

$$\chi_f = \frac{1}{\Phi_f + \sqrt{\Phi_f^2 - \lambda_f^2}}, \quad \chi_f \leq 1,0 \quad (17)$$

missä, χ_f kiepahduskestävyyden pienennystekijä,

Φ_f on muuttuja kaavasta 18 ja

λ_f on rakenteen ekvivalentti puristetun laipan hoikkuus kaavasta 13

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 66 ja 69 ; Kummala 2018, s. 33).

Vastaavasti muuttuja Φ_f saadaan kaavasta 18, joka on lähes samanlainen kuin yleisessä menetelmässä käytetty muuttujan Φ_{LT} kaava 10, mutta rakenteen muunnetun hoikkuuden λ_{LT} paikalla käytetään kaavasta 13 saatua rakenteen ekvivalentin puristetun laipan hoikkuutta λ_f . Kaava 10 muuttuu näin ollen muotoon

$$\Phi_f = 0,5 * \left[1 + \alpha_f * (\lambda_f - 0,2) + \lambda_f^2 \right] \quad (18)$$

missä, Φ_f on pienennystekijän χ_f määrittämiseen tarvittava muuttuja,

λ_f on ekvivalentti puristetun laipan hoikkuus kaavasta 13,

α_f on epätarkkuustekijä yksinkertaistetussa menetelmässä taulukosta 3,

jonka kiepahduskäyrä valitaan seuraavista:

käyrä d, kun kyseessä on hitsattu profiili ja ehto $\frac{h}{t_f} \leq 44 * \varepsilon$ täyttyy

käyrä c kaikille muille profiileille

jossa, h on poikkileikkauksen korkeus [mm],

t_f on puristetun laipan paksuus [mm],

$$\varepsilon \text{ saa arvon } \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \text{ ja}$$

missä f_y on teräksen myötöraja [N/mm²]

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 66 ja 69 ; Kummala 2018, s. 33).

Yksinkertaistetussa menetelmässä kiepahduskestävyyden mitoitusarvo $M_{b,Rd}$ saadaan kaavasta 19, jossa kiepahduksen pienennystekijänä χ käytetään ekvivalentin puristetun laipan hoikkeuden λ_f mukaan määritettyä pienennystekijää χ_f . Kaava on muodoltaan

$$M_{b,Rd} = k_{ff} * \chi_f * M_{c,Rd} , \quad M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd} \quad (19)$$

missä, $M_{b,Rd}$ on kiepahduskestävyyden mitoitusarvo [Nm],

k_{ff} on muunnostekijä, jonka arvoksi kansallisessa liitteessä suositellaan arvoa 1,10,

χ_f on kiepahduskestävyyden pienennystekijä kaavasta 17 ja

$M_{c,Rd}$ on poikkileikkauksen taivutuskestävyys kaavasta 16 [Nm]

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 69).

Kiepahduskestävyyden tarkistamiseen käytetään kaavassa 1 esitettyä mitoitusyhtälöä, jossa kestävyyttä verrataan taivutusmomentin mitoitusarvoon.

3.2.3 Erityinen tapaus

Erityinen tapaus on tarkoitettu käytettäväksi valssatuille sekä vastaaville hitsatuille profiileille. Erityinen tapaus sekä yleinen tapaus ovat hyvin samankaltaisia mitoitusmenetelmiä, minkä johdosta erityinen tapaus seuraa pääasiassa yleisen tapauksen mitoitusaskelia sekä periaatteita. Ainoa ero erityisen sekä yleisen tapauksen välillä on menetelmä, jolla kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ määritetään.

Erityisen tapauksen mukainen mitoitus aloitetaan samalla tavalla kuin yleisen tapauksen yhteydessä, eli määrittämällä tarkasteltavalle rakenteelle kriittinen kiepahdusmomentti M_{cr} kaavan 2 esittämällä kolmen vakion kaavalla. Tässä työssä voidaan käyttää suoraan kaavan 4 esittämää versiota kolmen vakion kaavasta, sillä poikkileikkauksena toimii kaksoissymmetrinen poikkileikkaus ja palkin päissä on haarukkatuennat. Kriittisen

kiepahdusmomentin M_{cr} lisäksi erityisessä tapauksessa rakenteen muunnettu hoikkuus λ_{LT} voidaan määrittää yleisen tapauksen esittämällä kaavalla 7. Erityisen sekä yleisen tapauksen samankaltaisuus kuitenkin loppuu muunnetun hoikkuuden määrittämiseen.

Jotta erityisen tapauksen mukainen kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} voidaan määrittää, tulee rakenteelle määrittää muuttuja Φ_{LT} Eurokoodin esittämällä kaavalla 20. Kiepahduskäyrä erityisen tapauksen kohdalla valitaan taulukosta 5. Φ_{LT} kaava saa näin ollen muodoksi

$$\Phi_{LT} = 0,5 * \left[1 + \alpha_{LT} * (\lambda_{LT} - \lambda_{LT,0}) + \beta * \lambda_{LT}^2 \right] \quad (20)$$

missä, Φ_{LT} on pienennystekijän χ_{LT} määrittämiseen tarvittava muuttuja,

α_{LT} epätarkkuustekijä taulukoiden 5 ja 3 perusteella,

λ_{LT} on rakenteen muunnettu hoikkuus kaavasta 7,

$\lambda_{LT,0}$ on rakenteen muunnetun hoikkuuden rajoitus, joka saa kansallisen liitteen

mukaan arvon 0,2, kun kyseessä on hitsattu kaksoissymmetrinen profiili ja

β on parametri, joka saa kansallisen liitteen mukaan arvon 1,0, kun kyseessä on hitsattu kaksoissymmetrinen profiili

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 67 ; Rebelo ym. 2009, s. 820 ; Ympäristöministeriö 2019, s. 16).

Taulukko 5. Kiepahduskäyrän valinta I-profiileille poikkileikkauksen dimensioiden perusteella erityisessä tapauksessa. Mukailtu standardin EN 1993-1-1 taulukosta 6.5 (SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 67).

Poikkileikkaus	Rajat	Kiepahduskäyrä
Valssatut I-profiilit	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Hitsatut I-profiilit	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d

Kun kerroin Φ_{LT} on määritetty kaavalla 20, voidaan rakenteen kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} määrittää kaavalla 21, joka eroaa hieman yleisen tapauksen yhteydessä käytetystä kiepahduskestävyyden pienennystekijän kaavasta 11.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \lambda_{LT}^2}} \quad (21)$$

$$\chi_{LT} \leq 1,0 \text{ ja } \chi_{LT} \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2}$$

missä, χ_{LT} kiepahduskestävyyden pienennystekijä,

Φ_{LT} on muuttuja kaavasta 20,

λ_{LT} on rakenteen muunnettu hoikkuus kaavasta 7 ja

β on parametri, joka saa kansallisen liitteen mukaan arvon 1,0, kun kyseessä on hitsattu kaksoissymmetrinen profiili

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 67 ; Rebelo ym. 2009, s. 820 ; Ympäristöministeriö 2019, s. 16).

Erityisessä tapauksessa kiepahduskestävyyden pienennystekijää χ_{LT} voidaan lisäksi modifioida huomioimalla rakenteen tukien välillä vaikuttava momenttipinnan muoto kaavan 22 antamalla kertoimella f . Tämä tapahtuu jakamalla kaavan 21 antama kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} kaavan 22 mukaisella kertoimella f , kaavan 23 esittämällä tavalla. Tämä kiepahduskestävyyden pienennystekijän modifiointi kuitenkin johtaa aina rakenteen kiepahduskestävyyden kasvamiseen (sillä $f \leq 1,0$), minkä johdosta pienennystekijän modifiointi voidaan huoletta jättää huomioimatta, sillä mitoittaessa haluamme aina mitoittaa rakenteen mahdollisimman varmalle puolelle ja mahdollisimman epäedulliselle tilanteelle (Gardner 2011, s. 13).

$$f = 1 - 0,5 * (1 - k_c) * [1 - 2 * (\lambda_{LT} - 0,8)^2] \quad (22)$$

$$f \leq 1,0$$

missä, f on tukien välisen momenttipinnan muodon huomioiva kerroin,

k_c on korjaustekijä taulukosta 4 ja

λ_{LT} on rakenteen muunnettu hoikkuus kaavasta 7

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 67 ; Rebelo ym. 2009, s. 820).

Jos kaavan 22 esittämä ehto täyttyy, rakenteen kiepahduskestävyyden pienennystekijää χ_{LT} voidaan modifioida kaavan 23 mukaisesti. Vuorostaan, jos kaavan 22 esittämä ehto ei täyty, kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ_{LT} modifiointi voidaan jättää

huomioimatta, jolloin mitoituksessa käytetään kaavan 21 antamaa pienennystekijän arvoa.

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad (23)$$

missä, $\chi_{LT,mod}$ on kiepahduskestävyyden modifioitu pienennystekijä,

χ_{LT} kiepahduskestävyyden pienennystekijä kaavasta 21 ja

f on tukien välisen momenttipinnan muodon huomioiva kerroin kaavasta 22

(SFS-EN 1993-1-1 2005, s. 67 ; Rebelo ym. 2009, s. 820).

Kun kiepahduskestävyyden pienennystekijä $\chi_{LT,mod}$ tai χ_{LT} on tiedossa, voidaan rakenteen kiepahduskestävyyden mitoitusarvo $M_{b,Rd}$ määrittää yleisen tapauksen yhteydessä esitetyllä kaavalla 12. Edelleen rakenteen kiepahduskestävyys voidaan tarkistaa kaavalla 1, vertaamalla kiepahduskestävyyden mitoitusarvoa $M_{b,Rd}$ taivutusmomentin mitoitusarvoon M_{Ed} .

3.2.4 Toisen kertaluvun menetelmä

Toisen kertaluvun analyysi on erinomaisen hyvä keino rakenteen todellisen kestävyyden määrittämiseksi, sillä toisen kertaluvun analyysi kykenee huomioimaan rakenteen siirtymisestä aiheutuvien momenttien lisäykset rakenteeseen sekä rakenteen kestävyyden ja jäykkyyden pienenemisen, kun poikkileikkaus alkaa kiertymään kiepahduskeskiönsä ympäri. Näin ollen, kaikista tähän työhön valituista menetelmistä, toisen kertaluvun analyysin tulisi antaa tarkin arvio palkkirakenteen kiepahduskestävyydestä, kunhan rakenne ja siihen vaikuttavat kuormitukset kyetään mallintamaan todellisuutta vastaaviksi.

Kiepahdusmitoittaminen onnistuu toisen kertaluvun menetelmällä suorittamalla rakenteelle ensin lineaarinen analyysi, jolla etsitään rakenteelle haluttua kiepahdusta kuvaava nurjahdusmuoto, jota käytetään lopullisessa epälineaarissa analyysissä rakenteen alkuepätkämuotona. Kun rakenteen nurjahdusmuoto on selvillä, rakenteelle voidaan suorittaa epälineaarinen analyysi lineaarisen analyysin perään, samaa rakennemallia hyödyntäen, kunhan epälineaariseen malliin lisätään alkuepätkämuodeksi valittua nurjahdusmuotoa vastaava siirtymä. Alkuepätkämuodon määrittäminen nurjahdusmuotoa vastaavaksi on erityisen tärkeää epälineaarisen analyysin kannalta,

sillä rakenne tulee saada siirtymään halutun nurjahdusmuodon mukaisesti epälineaarisen analyysin aikana, jotta kykenemme tarkastelemaan rakenteen kestävyyttä halutun ilmiön ja siirtymän suhteen. Näin kykenemme tarkastelemaan toisen kertaluvun menetelmällä rakenteen kiepahduskestävyyttä, sekä sen kehittymistä kiepahtamisen alettua ja sen tapahtuessa.

Toisen kertaluvun menetelmä ja analyysi tulee suorittaa elementtimenetelmää (FEM) käyttäen, jotta rakenteen kestävyyttä ja toimintaa voidaan tarkastella dynaamisesti. Kun kyseessä on FEM-analyysi, on kiinnitettävä erityisen tarkasti huomiota siihen, että rakenne ja sen toiminta, materiaalit ja materiaaliominaisuudet, tuennat sekä kuormitukset mallinnetaan todellisuutta vastaaviksi, jotta FEM:n antamat tulokset ovat luotettavia ja todellista rakenteen käyttäytymistä kuvaavia. Tässä työssä toisen kertaluvun menetelmän mukainen analyysi suoritetaan Abaqus FEM-ohjelmaa käyttäen, jolloin työstä löytyvä FEM-dokumentointi on Abaquksen työn kulun mukainen.

Ensimmäinen vaihe toisen kertaluvun menetelmässä on määrittää rakenteelle haluttua kiepahdusta vastaava nurjahdusmuoto lineaarista analyysistä soveltaen. Abaquksessa nurjahdusmuodot etsitään lineaarista *buckle* analyysivaihetta käyttäen, joka tuottaa ratkaisuksi rakenteen nurjahdusmuodon sekä nurjahdusvarmuuden (eigenvalue), suhteessa rakenteessa olevaan kuormitukseen. Nurjahdusvarmuus on kerroin, jolla rakenteessa oleva kuormitus tulee kertoa, jotta saavutetaan kriittinen nurjahduskuorma. (Abaqus 2006b.)

Toisessa vaiheessa, kun rakenteen halutun kiepahduksen mukainen nurjahdusmuoto on määritetty lineaarisella analyysillä, rakenteelle suoritetaan epälineaarinen analyysi, jossa rakenteen kestävyyttä ja toimintaa tarkastellaan dynaamisesti, varmistaen, että rakenne siirtyy tarkasteltavan nurjahdusmuodon mukaisesti. Alkuepäätarkkuuden määrittäminen nurjahdusmuotoa vastaavaksi on välttämätöntä epälineaarisessa analyysissä, jotta tämän epätarkkuuden mukaista siirtymää alkuperäisessä rakenteessa voidaan tarkastella hallitusti ja jotta tämän epätarkkuuden mukainen kriittinen kuormitus sekä kestävyys voidaan määrittää.

Abaquksen esimerkki ohjeet suosittelevat käyttämään *staattista rixsin menetelmää* epälineaarisen analyysin suorittamiseksi, kun mallissa odotetaan ilmenevän

epävakaussia sekä materiaalin ja geometrian epälineaarisuutta (Abaqus 2006b ; Abaqus 2006c). Riks:n menetelmä lisää analyysiin niin sanotun kuormituskertoimen *LPF*, eng. load proportionality factor, jolla mallissa oleva kuormitus lisätään rakenteeseen vaiheittain, jokaisella ratkaistulla inkrementillä analyysin edetessä. Tämän seurauksena ohjelmisto joutuu ratkaisemaan siirtymät sekä kuormituskertoimen suuruuden samanaikaisesti analyysin aikana, sillä kuormituskerroin toimii menetelmässä muuttujana, sen muuttaessa suuruuttaan jokaisella ratkaistulla inkrementillä (Abaqus 2006c). Kuormituskertoimen, ja näin ollen mallissa olevan kuormituksen, toimiessa muuttujana analyysissä, Abaqus käyttää analyysin ratkaisemisessa niin sanottua *arc length* -menetelmää, jolla analyysin etenemistä voidaan mitata rakenteen ollessa stabiili tai epästabiili (Abaqus 2006c). *Arc length* -menetelmä on tehokas menetelmä ratkaisemaan tilanteita, joissa rakenteessa ilmenee epästabiilisuuksia, kun rakenteen maksimikestävyys saavutetaan ulkoisten voimien johdosta (Vasios 2015, s. 8). Lyhyesti ja yksinkertaisesti selitettynä *arc length* -menetelmän periaatteena on käyttää kuormituskerrointa sekä siirtymiä muuttujina Δ , kasvattaa niitä jokaisella inkrementillä δ verran ja ratkaista täyttääkö tämä muuttujien kasvu menetelmän mukaiset tasapainoyhtälöt ja jos tasapaino saavutetaan, kuormituskertoimen ja siirtymien suuruudet päivitetään vastaamaan ratkaistuja δ arvojen kasvua Δ' termeihin, minkä jälkeen kuormituskertoimen ja siirtymien päivitettyä arvoa Δ' kasvatetaan uudestaan δ verran, jotta seuraavat tasapainoyhtälöt voidaan ratkaista ja uudet muuttujien arvot määrittää (Vasios 2015, s. 8-10). Kuormituskertoimen suuruus analyysin ensimmäisellä inkrementillä on lähestulkoon nolla, minkä seurauksena analyysi antaa hyvin tarkkoja arvioita rakenteen toiminnasta, kun kuormituskertoimen suuruutta kasvatetaan maltillisesti.

Toisen kertaluvun menetelmän ja epälineaarisen analyysin mitoituskriteerinä pidetään sitä Eurokoodin suosittelemaa tilaa, jossa rakenne muuttuu epästabiiliksi, eli toisin sanoen sitä tilaa, jossa rakenteen kantama kuorma on suurimmillaan (Valeš & Stan 2017, s. 470.). Tämän tilanteen ja pisteen mukainen rakenteen kriittinen kuormitus voidaan selvittää piirtämällä rakenteelle epälineaarisen analyysin mukainen dynaaminen ylälaipan sivusuuntaisen siirtymisen sekä kuormituskertoimen *LPF* välinen kuvaaja. Tästä kuvaajasta voimme tunnistaa ja määrittää sen pisteen, missä rakenteen ylälaipan sivusuuntaisen siirtyminen jatkaa kasvamistaan samalla, kun rakenteessa oleva kuormitus pienenee. Tämä tarkoittaa sitä, että rakenne on muuttunut epästabiiliksi ja on

näin ollen menettänyt kykynsä kantaa enempää kuormitusta. Tämän epästabiilin tilan aiheuttavan kuorman voimme näin ollen todeta olevan epälineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma, jonka perusteella voimme määrittää rakenteen kriittisen kiepahdusmomentin ja vielä edelleen kiepahduskestävyyden.

Abaquksella pyritään näin ollen määrittämään rakenteelle kriittinen kiepahdusmomentti, tarkastelemalla rakenteessa vaikuttavaa kuormituksen suuruutta sekä ylälaipan sivusuuntaista siirtymistä. Näin voimme määrittää, kuinka suuren siirtymän alaisena sekä kuinka suurella kuormituksella rakenne muuttuu epästabiiliksi. Kun se kuormituksen suuruus tiedetään, joka aiheuttaa rakenteen muuttumisen epästabiiliksi, voimme määrittää rakenteelle epälineaarisen analyysin mukaisen kriittisen kiepahdusmomentin. Kriittisen kiepahdusmomentin avulla voimme vuorostaan selvittää rakenteen kiepahduskestävyyden soveltamalla yleisen menetelmän esittämiä mitoitusyhtälöitä ja tarkistamalla kaavan 1 esittämän kiepahduksen mitoitusehdon.

4 KIEPAHDUSMITOITUS

Kiepahdusta mitoittaessa suunnittelijan tulee olla perehtynyt ja ymmärtää mitoitettavan rakenteen toiminta, sen tuenta sekä sille tulevat kuormitukset, jotta rakenteen kiepahduskestävyys sekä siihen liittyvät tekijät, kuten kriittinen kiepahdusmomentti, kyetään arvioimaan oikein ja riittävän tarkasti. Näin varmistetaan, että rakennetta ei missään tapauksessa alimitoiteta ja näin ollen suunnitella epävarmaksi tai huonoimmassa tapauksessa vaaralliseksi sen käyttäjille tai sen tukemille muille rakenteille.

Tässä luvussa esitetään työssä tarkasteltava teräspalkki rakenne, jolle vertaileva mitoitus suoritetaan kappaleessa *3.2 Mitoitusmenetelmät ja niiden valinta* valituilla kiepahduksen mitoitusmenetelmillä, sekä suoritetaan mitoitus jokaisella menetelmällä, niiden omien kappaleidensa alla. Mitoitettavaksi rakenteeksi pyritään valitsemaan mahdollisimman tyypillinen teräspalkki rakenne, jotta työn tuloksista saadaan mahdollisimman vertailukelpoisia sekä hyödynnettäviä, sen ollessa tarpeellista.

4.1 Rakennemalli

Tarkasteltavaksi rakenteeksi on aikaisemmin valittu S355J2 IPE 300 palkki, jonka poikkileikkaus ja dimensiot ovat esitetty kuvassa 1. IPE 300 palkki on hyvin yleinen palkkirakenneratkaisu erityisesti rakennuskohteissa, jotka eivät tarvitse erityisen suurta lujuutta. Mitoittamisen sekä siinä käytettävien parametrien takia palkin voidaan olettaa olevan hitsattu.

Pyrkiessämme mahdollisimman tyypilliseen palkkirakenne ratkaisuun, pyritään valitsemaan palkin jänneväliksi suhteellisen hillitty ja todenmukainen pituus, sillä mitä pidempi jänneväli on, sitä suurempi riski on kiepahtamisella. On kuitenkin tärkeää, että jänneväliksi ei valita liian pientä pituutta, sillä on tämän työn kannalta erityisen tärkeää, että valitulla palkilla on mahdollista kiepahtaa, jotta haluttua ilmiötä voidaan tutkia ja menetelmiä vertailla. Näin ollen, voimme asettaa palkin jänneväliksi 6 m, joka tuntuu nykyiset rakennuskohteet huomioiden realistiselta arviolta.

Palkin tuennan kannalta yleisin vaihtoehto kiepahduksen huomioimiseen ja sen riskin pienentämiseen on haarukkatuen käyttäminen kummassakin palkin päässä. Haarukkatuki on hyvä ratkaisu siksi, sillä se estää palkin pään kiertymisen sekä sivusuuntaisen siirtymisen, minkä johdosta palkin päät eivät kykene kiepahtamaan (Lebastard ym. 2024, s. 4). Näin ollen palkin kiepahtaminen on mahdollista tapahtua ainoastaan palkin jännevälillä. Haarukkatuki voidaan toteuttaa palkin päähän monenkaltaisilla ratkaisuilla, kunhan huolehditaan siitä, että palkin pään sivusuuntainen siirtymä ja kiertyminen estetään koko profiilin korkeuden matkalta.

Palkin kokemalla kuormituksella on luonnollisesti oma merkityksensä palkin kiepahdusherkkyyden ja -kestävyyden suhteen, niin kuin kappaleessa 3 aikaisemmin todettiin. Yleinen tilanne palkkien kohdalla on, että kuormitukset sijaitsevat/siirtyvät palkille ylälaipan kautta, jolloin ylälaippa joutuu puristetuksi. Tämä tilanne on myös kappaleen 3 mukaisesti kiepahduksen kannalta vaarallisin tilanne, sillä tällaiset kuormitukset toimivat palkkirakennetta epätasapainoittavina.

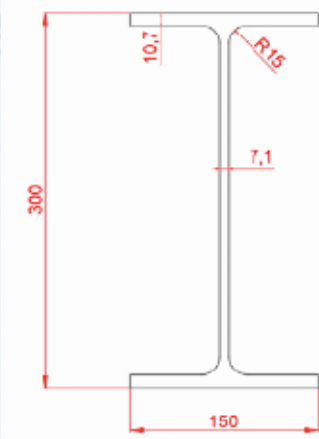
Tässä työssä palkki näin ollen kuormitetaan mitoitusta varten ylälaipasta tasanjakautuneella kuormalla. Huomioitavia kuormia rakenteessa on sen omapaino, eng. dead load, sekä sille tuleva hyötykuorma, eng. live load. Laskennassa omapaino määritetään itse laskemalla ja se lisätään vaikuttamaan hyötykuorman kanssa ylälaippaan.

Tässä työssä käytettäväksi *hyötykuormaksi* tulee valita sen verran suuri kuorma, että kiepahduskestävyyden tarkistaminen rakenteelle nousee palkkirakennetta mitoittavaksi ilmiöksi. Näin toimitaan puhtaasti siksi, että rakenteen kiepahduskestävyyttä kyetään tarkastelemaan jokaisella työhön valitulla menetelmällä työn aiheen mukaisesti, sillä jos rakenteelle tuleva kuormitus on liian pieni, rakenne ei todellisuudessa kykene kiepahtamaan kyseisillä kuormilla tai mitoittaminen pysähtyy kiepahdusehtoihin. Näin ollen käytettävä hyötykuorma valitaan yläkanttiin, minkä seurauksena se ei todennäköisesti ole todellisuutta kuvaava. Hyötykuorman voidaan näin ollen sanoa olevan $q_k = 35 \text{ kN/m}^2$.

4.2 Yksinkertaistettu menetelmä

Tässä kappaleessa esitetään kiepahduskestävyyden tarkistus Eurokoodi 3:n yksinkertaistetun menetelmän mukaisesti. Tarvittavat lähtötiedot ja kaavat tarkistuksen suorittamiseen ovat esitetty tämän työn aiemmissa kappaleissa. Laskut suoritetaan MATHCAD-ohjelmistoa käyttäen.

Kiepahduskestävyyden tarkistus yksinkertaistetulla menetelmällä



IPE 300, S355J2

$f_y := 355 \cdot \text{MPa}$ $\gamma_{M1} := 1.0$

$h := 300 \cdot \text{mm}$ $b := 150 \cdot \text{mm}$

$t_w := 7.1 \cdot \text{mm}$ $t_f := 10.7 \cdot \text{mm}$

$h_w := h - 2 \cdot t_f = 278.6 \text{ mm}$

$b_f := b = 150 \text{ mm}$

$L := 6000 \cdot \text{mm}$

Palkin poikkileikkausluokka:

$$\epsilon := \sqrt{\frac{235 \cdot \text{MPa}}{f_y}} = 0.814$$

Uuma:

$c := h_w = 278.6 \text{ mm}$ $t := t_w = 7.1 \text{ mm}$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 1)

1	$c/t \leq 72\epsilon$
---	-----------------------

$\frac{c}{t} \leq 72 \cdot \epsilon = 1$ OK!
Uuma PL1

Laippa:

$c := \frac{b_f - t_w}{2} = 71.45 \text{ mm}$ $t := t_f = 10.7 \text{ mm}$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 2)

1	$c/t \leq 9\epsilon$
---	----------------------

$\frac{c}{t} \leq 9 \cdot \epsilon = 1$ OK!
Laippa PL1

Palkin taivutusvastuksena käytetään näin ollen plastista taivutusvastusta

Palkin taivutusvastus W

Plastinen neutraaliakseli sijaitsee poikkileikkauksen painopisteessä, sillä poikkileikkaus on symmetrinen

$$W_{pl} := \left((b_f \cdot t_f) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + \left(\frac{h_w}{2} \cdot t_w \right) \cdot \left(\frac{h_w}{4} \right) \right) \cdot 2 = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

$$W := W_{pl} = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

Määritetään ekvivalentti laipan hoikkuus:

Korjaustekijä työn taulukosta 4 momenttipinnan muodon mukaisesti



$$k_c := 0.94$$

Palkin sivuttaisten tukien välinen etäisyys:

$$L_c := L = (6 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

Ekvivalentti puristetun laipan jäyhyyssäde:

$$I_f := \frac{t_f \cdot b_f^3}{12} = (3.009 \cdot 10^6) \text{ mm}^4$$

$$A_f := t_f \cdot b_f = (1.605 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$A_{wc} := t_w \cdot \frac{h_w}{2} = 989.03 \text{ mm}^2$$

$$i_{f,z} := \sqrt{\frac{I_f}{A_f + \frac{1}{3} \cdot A_{wc}}} = 39.44 \text{ mm} \quad (\text{kaava 14})$$

Rajahoikkuuden arvo:

$$\lambda_1 := 93.9 \cdot \varepsilon = 76.399 \quad (\text{kaava 15})$$

Näin ollen, ekvivalentin puristetun laipan hoikkuus:

$$\lambda_f := \frac{k_c \cdot L_c}{i_{f,z} \cdot \lambda_1} = 1.872 \quad (\text{kaava 13})$$

Tarkistetaan ekvivalentin puristetun laipan hoikkuuteen liittyvä ehto, jotta saadaan selville, onko rakenteella riittävä kiepahdustuenta:

Muunnetun hoikkuuden raja-arvo:

$$\lambda_{e0} := 0.3 \quad (\text{ks. kaava 13 ja sen selitykset})$$

Poikkileikkauksen taivutuskestävyys:

$$M_{c,Rd} := \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M1}} = 213.745 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{kaava 16})$$

Mitoittavan taivutusmomentin määrittäminen murtorajatilassa:

Hyötykuorma:

$$q_k := 35 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q := q_k \cdot b_f = 5.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Palkin omapaino:

$$\rho_{\text{teräs}} := 7850 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$A_{\text{palkki}} := 2 \cdot (b_f \cdot t_f) + h_w \cdot t_w = (5.188 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$V_{\text{teräs}} := A_{\text{palkki}} \cdot L = 0.031 \text{ m}^3$$

$$m_{\text{teräs}} := \rho_{\text{teräs}} \cdot V_{\text{teräs}} = 244.358 \text{ kg}$$

$$g_{\text{teräs}} := m_{\text{teräs}} \cdot 9.81 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.397 \text{ kN}$$

$$q_{\text{oma}} := \frac{g_{\text{teräs}}}{L} = 0.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Kuormitusyhdistelmä murtorajatilassa STR/GEO:

$$q_1 := 1.35 \cdot q_{\text{oma}} = 0.539 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_2 := 1.15 \cdot q_{\text{oma}} + 1.5 \cdot q = 8.334 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Mitoittava kuormitusyhdistelmä näin ollen:

$$q_{max} := \max(q_1, q_2) = 8.334 \frac{kN}{m} \quad q_2$$

Mitoitusmomentti M_{Ed} tasajakautuneelle kuormalle palkkitaulukoista:

$$M_{Ed} := \frac{q_{max} \cdot L^2}{8} = 37.505 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Tarkistetaan ehto:

$$\lambda_f \leq \lambda_{e0} \cdot \frac{M_{c,Rd}}{M_{Ed}} = 0 \quad \text{Ei OK!} \quad (\text{kaava 13})$$

Rakenteella ei ole riittävää kiepahdustuenta.
Kiepahduskestävyys tulee tarkistaa

$$\lambda_{e0} \cdot \frac{M_{c,Rd}}{M_{Ed}} = 1.71$$

Määritetään kiepahduskestävyyden pienennystekijä:

Epäterkkuustekijä α_f

Hitsattu profiili:

$$h = 300 \text{ mm} \quad t_f = 10.7 \text{ mm}$$

$$\frac{h}{t_f} \leq 44 \cdot \epsilon = 1 \quad \text{OK!!}$$

Valitaan käyrä d

$$\alpha_f = 0.76 \quad (\text{Taulukko 3})$$

Muuttuja Φ_f

$$\lambda_f = 1.872$$

$$\Phi_f = 0.5 \cdot (1 + \alpha_f \cdot (\lambda_f - 0.2) + \lambda_f^2) = 2.887 \quad (\text{kaava 18})$$

Pienennystekijä χ_f

$$\chi_f := \frac{1}{\phi_f + \sqrt{\phi_f^2 - \lambda_f^2}} = 0.197 \quad (\text{kaava 17})$$

$$\chi_f \leq 1.0 = 1 \quad \text{OK!}$$

Kiepahduskestävyyden mitoitusarvo:

$$k_{ff} := 1.10 \quad \chi_f = 0.197 \quad M_{c,Rd} = 213.745 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{b,Rd} := k_{ff} \cdot \chi_f \cdot M_{c,Rd} = 46.236 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{kaava 19})$$

$$M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd} = 1 \quad \text{OK!}$$

Tarkistetaan kiepahduskestävyyden mitoitusehto:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 = 1 \quad \text{OK!} \quad (\text{kaava 1})$$

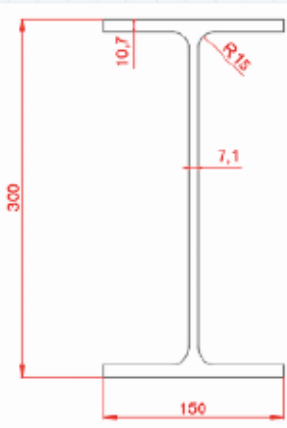
Käyttöaste:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = 0.811$$

4.3 Yleinen tapaus

Tässä kappaleessa esitetään kiepahduskestävyyden tarkistus Eurokoodi 3:n yleisen tapauksen mukaisesti. Tarvittavat lähtötiedot ja kaavat tarkistuksen suorittamiseen ovat esitetty tämän työn aiemmissa kappaleissa sekä yksinkertaistetun menetelmän laskujen yhteydessä. Laskut suoritetaan MATHCAD-ohjelmistoa käyttäen.

Kiepahduskestävyyden tarkistus yleisessä tapauksessa



IPE 300, S355J2

$f_y := 355 \cdot \text{MPa}$ $\gamma_{M1} := 1.0$

$h := 300 \cdot \text{mm}$ $b := 150 \cdot \text{mm}$

$t_w := 7.1 \cdot \text{mm}$ $t_f := 10.7 \cdot \text{mm}$

$h_w := h - 2 \cdot t_f = 278.6 \text{ mm}$

$b_f := b = 150 \text{ mm}$

$L := 6000 \cdot \text{mm}$

$E := 210 \cdot \text{GPa}$ $\nu := 0.3$ $G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 80.769 \text{ GPa}$

Heikomman akselin jäyhyysmomentti I_z , käyritysmomentti I_w ja vääntövakio I_t

$$I_z := \frac{h_w \cdot t_w^3}{12} + 2 \cdot \left(\frac{t_f \cdot b_f^3}{12} \right) = (6.027 \cdot 10^6) \text{ mm}^4$$



$$I_w := \frac{t_f \cdot b_f^3 \cdot (h_w + t_f)^2}{24} = (1.259 \cdot 10^{11}) \text{ mm}^6 \quad (\text{kaava 5})$$

$$I_t := \frac{2 \cdot b_f \cdot t_f^3}{3} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{3} = (1.567 \cdot 10^5) \text{ mm}^4 \quad (\text{kaava 6})$$

Kuorman sijainnin ja vääntökeskiön etäisyys z_g , kun kuormitus sijaitsee ylälaipan päällä:

$$z_g := \frac{h}{2} = 150 \text{ mm}$$

Vakiot C1 ja C2 taulukosta 1 momenttipinnan muodon mukaan:

Kuormitus ja tuuletiedot	Tarkistusmomenttipinnan muoto	k	Tarkistusmomentin arvot		
			C1	C2	C3
		1.0	1.132	0.459	0.525
		0.5	0.933	0.399	0.586

k termi saa arvon 1,0, sillä palkin päät ovat tuettu haarukkatuilla, näin ollen C1 ja C2 saa arvot:

$C_1 = 1.132$ $C_2 = 0.459$

Palkin kriittinen kiepahdusmomentti M_{cr} näin ollen:

$$M_{cr} := C_{cr} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \cdot \left(\sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{L^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g)^2} - (C_2 \cdot z_g) \right) = 70.672 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{kaava 4})$$

Palkin poikkileikkausluokka:

$$\epsilon := \sqrt{\frac{235 \cdot \text{MPa}}{f_y}} = 0.814$$

Uuma:

$$c := h_w = 278.6 \text{ mm} \quad t := t_w = 7.1 \text{ mm}$$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 1)

1	$c/t \leq 72\epsilon$	$\frac{c}{t} \leq 72 \cdot \epsilon = 1$	OK! Uuma PL1
---	-----------------------	--	-----------------

Laippa:

$$c := \frac{b_f - t_w}{2} = 71.45 \text{ mm} \quad t := t_f = 10.7 \text{ mm}$$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 2)

1	$c/t \leq 9\epsilon$	$\frac{c}{t} \leq 9 \cdot \epsilon = 1$	OK! Laippa PL1
---	----------------------	---	-------------------

Palkin taivutusvastuksena käytetään näin ollen
plastista taivutusvastusta

Palkin taivutusvastus W

Plastinen neutraaliakseli sijaitsee poikkileikkauksen painopisteessä,
sillä poikkileikkaus on symmetrinen

$$W_{pl} := \left((b_f \cdot t_f) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + \left(\frac{h_w}{2} \cdot t_w \right) \cdot \left(\frac{h_w}{4} \right) \right) \cdot 2 = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

$$W := W_{pl} = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

Palkin muunnettu hoikkuus:

$$\lambda_{LT} := \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_y}{M_{cr}}} = 1.739 \quad (\text{kaava 7})$$

Tarkistetaan kiepahtamisen ehto:

$$\lambda_{LT} \leq 0.2 = 0 \quad \text{EI OK!} \quad (\text{kaava 8})$$

Palkki voi kiepahtaa, joten kiepahdustarkastelu tulee tehdä

Määritetään palkille kiepahduskäyrä ja epätarkkuustekijä α työn taulukoista 2 ja 3:

Kiepahduskäyrän valinta:

$$\frac{h}{b_f} = 2$$

Profiili on hitsattu, joten valitaan käyrä c taulukosta 2

$$\alpha_{LT} := 0.49 \quad (\text{Taulukko 3})$$

Määritetään muuttuja Φ_{LT} :

$$\Phi_{LT} := 0.5 \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - 0.2) + \lambda_{LT}^2) = 2.389 \quad (\text{kaava 10})$$

Kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} :

$$\chi_{LT} := \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}} = 0.248 \quad (\text{kaava 11})$$

$$\chi_{LT} \leq 1.0 = 1 \quad \text{OK!}$$

Kiepahduskestävyyden mitoitusarvo:

$$M_{b,Rd} := \chi_{LT} \cdot W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 53.069 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{kaava 12})$$

Taivutusmomentin mitoitusarvo:

Määritetty yksinkertaistetun menetelmän yhteydessä:

$$M_{Ed} := 37.505 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Tarkistetaan kiepahduskestävyyden mitoitusehto:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1.0 = 1 \quad \text{OK!} \quad (\text{kaava 1})$$

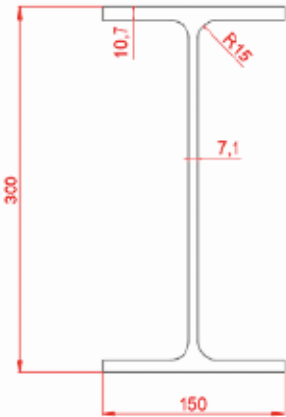
Käyttöaste:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = 0.707$$

4.4 Erityinen tapaus

Tässä kappaleessa esitetään kiepahduskestävyyden tarkistus Eurokoodi 3:n *erityisen tapauksen* mukaisesti. Tarvittavat lähtötiedot ja kaavat tarkistuksen suorittamiseen ovat esitetty tämän työn aiemmissa kappaleissa sekä yksinkertaistetun menetelmän laskujen yhteydessä. Laskut suoritetaan MATHCAD-ohjelmistoa käyttäen.

Kiepahduskestävyyden tarkistus erityisessä tapauksessa



IPE 300, S355J2

$f_y := 355 \cdot \text{MPa}$ $\gamma_{M1} := 1.0$

$h := 300 \cdot \text{mm}$ $b := 150 \cdot \text{mm}$

$t_w := 7.1 \cdot \text{mm}$ $t_f := 10.7 \cdot \text{mm}$

$h_w := h - 2 \cdot t_f = 278.6 \text{ mm}$

$b_f := b = 150 \text{ mm}$

$L := 6000 \cdot \text{mm}$

$E := 210 \cdot \text{GPa}$ $\nu := 0.3$ $G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 80.769 \text{ GPa}$

Heikomman akselin jäyhyysmomentti I_z , käyritysmisvakio I_ω ja vääntövakio I_t

$$I_z := \frac{h_w \cdot t_w^3}{12} + 2 \cdot \left(\frac{t_f \cdot b_f^3}{12} \right) = (6.027 \cdot 10^6) \text{ mm}^4$$



$$I_\omega := \frac{t_f \cdot b_f^3 \cdot (h_w + t_f)^2}{24} = (1.259 \cdot 10^{11}) \text{ mm}^6 \quad (\text{kaava 5})$$

$$I_t := \frac{2 \cdot b_f \cdot t_f^3}{3} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{3} = (1.557 \cdot 10^8) \text{ mm}^4 \quad (\text{kaava 6})$$

Kuorman sijainnin ja vääntökeskiön etäisyys z_g , kun kuormitus sijaitsee ylälaipan päällä:

$$z_g := \frac{h}{2} = 150 \text{ mm}$$

Vakiot C1 ja C2 taulukosta 1 momenttipinnan muodon mukaan:

Kuormitus ja tuuletiedot	Taittuvuusmomenttipinnan muoto	k	Käsitteen arvot		
			C1	C2	C3
		1,0	1,132	0,450	0,525
		0,2	0,872	0,504	0,980

k termi saa arvon 1,0, sillä palkin päät ovat tuettu haarukkatuilla, näin ollen C1 ja C2 saa arvot:

$C_1 = 1.132$ $C_2 = 0.450$

Palkin kriittinen kiepahdusmomentti M_{cr} :

$$M_{cr} := C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L^2} \cdot \left(\sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g)^2} - (C_2 \cdot z_g) \right) = 70.672 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{kaava 4})$$

Palkin poikkileikkausluokka:

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{235 \cdot \text{MPa}}{f_y}} = 0.814$$

Uuma:

$$c := h_w = 278.6 \text{ mm} \quad t := t_w = 7.1 \text{ mm}$$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 1)

1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$\frac{c}{t} \leq 72 \cdot \varepsilon = 1$	OK! Uuma PL1
---	--------------------------	---	-----------------

Laippa:

$$c := \frac{b_f - t_w}{2} = 71.45 \text{ mm} \quad t := t_f = 10.7 \text{ mm}$$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 2)

1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$\frac{c}{t} \leq 9 \cdot \varepsilon = 1$	OK! Laippa PL1
---	-------------------------	--	-------------------

Palkin taivutusvastuksena käytetään näin ollen
plastista taivutusvastusta

Palkin taivutusvastus W

Plastinen neutraaliakseli sijaitsee poikkileikkauksen painopisteessä,
sillä poikkileikkaus on symmetrinen

$$W_{pl} := \left((b_f \cdot t_f) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + \left(\frac{h_w}{2} \cdot t_w \right) \cdot \left(\frac{h_w}{4} \right) \right) \cdot 2 = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

$$W := W_{pl} = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

Palkin muunnettu hoikkuus:

$$\lambda_{LT} := \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_y}{M_{cr}}} = 1.739 \quad (\text{kaava 7})$$

Tarkistetaan kiepahtamisen ehto:

$$\lambda_{LT} \leq 0.2 = 0 \quad \text{EI OK!} \quad (\text{kaava 8})$$

Palkki voi kiepahtaa, joten kiepahdustarkastelu tulee tehdä

Määritetään palkille kiepahduskäyrä ja epätarkkuustekijä α työn taulukoista 5 ja 3:

Kiepahduskäyrän valinta:

$$\frac{h}{b_f} = 2$$

Profiili on hitsattu, joten valitaan käyrä c taulukosta 5

$$\alpha_{LT} := 0.49 \quad (\text{Taulukko 3})$$

Määritetään muuttuja Φ_{LT} :

$$\lambda_{LT,0} := 0.2$$

$$\beta := 1.0$$

$$\Phi_{LT} := 0.5 \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - \lambda_{LT,0}) + \beta \cdot \lambda_{LT}^2) = 2.389 \quad (\text{kaava 20})$$

Kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{LT} :

$$\chi_{LT} := \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \cdot \lambda_{LT}^2}} = 0.248 \quad (\text{kaava 21})$$

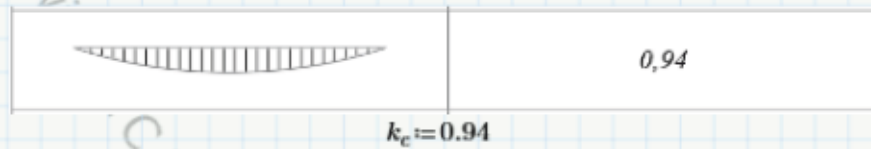
$$\chi_{LT} \leq 1.0 = 1 \quad \text{OK!}$$

$$\chi_{LT} \leq \frac{1}{\lambda_{LT}^2} = 1 \quad \text{OK!}$$

Tarkistetaan modifioidaanko kiepahduskestävyyden pienennystekijää:

Kerroin f , joka huomioi tukien välisen momenttipinnan muodon:

Korjaustekijä työn taulukosta 4 momenttipinnan muodon mukaisesti



$$f := 1 - 0.5 \cdot (1 - k_c) \cdot (1 - 2 \cdot (\lambda_{LT} - 0.8)^2) = 1.023 \quad (\text{kaava 22})$$

$$f \leq 1 = 0$$

Ei OK!

Kiepahduskestävyyden
pienennystekijää ei modifioida

Kiepahduskestävyyden pienennystekijänä
käytetään näin ollen kaavan 21 antamaa
arvoa

Kiepahduskestävyyden mitoitusarvo:

$$M_{b,Rd} := \chi_{LT} \cdot W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 53.069 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{kaava 12})$$

Taivutusmomentin mitoitusarvo:

Määritetty yksinkertaistetun menetelmän yhteydessä:

$$M_{Ed} := 37.505 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Tarkistetaan kiepahduskestävyyden mitoitusehto:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1.0 = 1 \quad \text{OK!} \quad (\text{kaava 1})$$

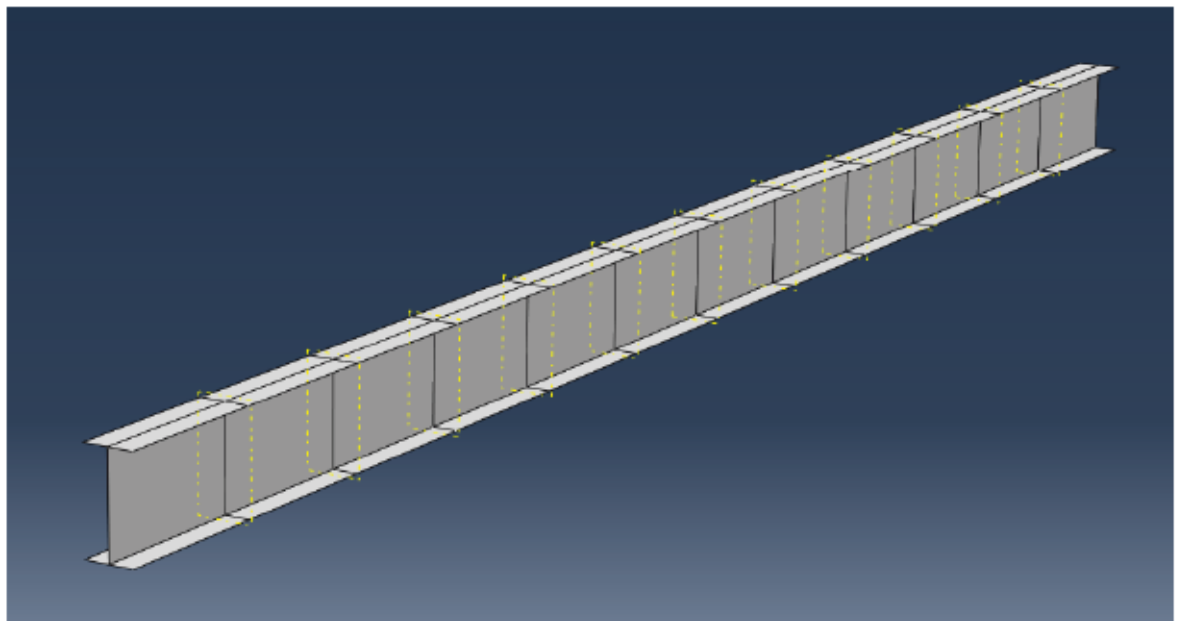
Käyttöaste:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = 0.707$$

4.5 Toisen kertaluvun menetelmä

Tässä kappaleessa suoritetaan kiepahduskestävyyden tarkistus *toisen kertaluvun menetelmän* mukaisesti Abaqus ohjelmistoa käyttäen. Kappaleessa pyritään esittämään menetelmän kulku mahdollisimman selvästi aina FEM-mallin muodostamisesta analyysin suorittamiseen ja haluttujen tulosten käsittelyyn.

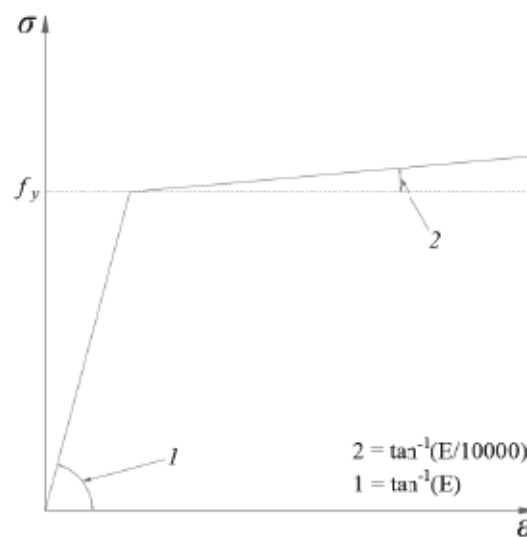
FEM-mallin muodostaminen aloitetaan määrittämällä rakenteelle geometria kuorimallia käyttäen. Kuorimallia sovelletaan siksi, sillä näin geometrian muodostamisesta saadaan helppoa ja nopeaa sekä analyysin suorittamisesta kevyempää, sillä elementtiverkkona voidaan soveltaa 2D elementtejä, solidirakenteen 3D elementtien sijaan, joissa laskentapisteitä on tuplasti 2D elementteihin verrattuna. Rakenteen jänneväliille määritetään osituksia (partition) 500 mm:n välein kuormituksen määrittämistä varten. Ositukset toimivat Abaquksessa puhtaasti visuaalisina, minkä johdosta niiden olemassa olo ei vaikuta analyysin tuloksiin. Geometriasta saadaan näin ollen kuvan 3 mukainen.



Kuva 3. Palkkirakenteen geometria kiepahdusmitoitusta varten.

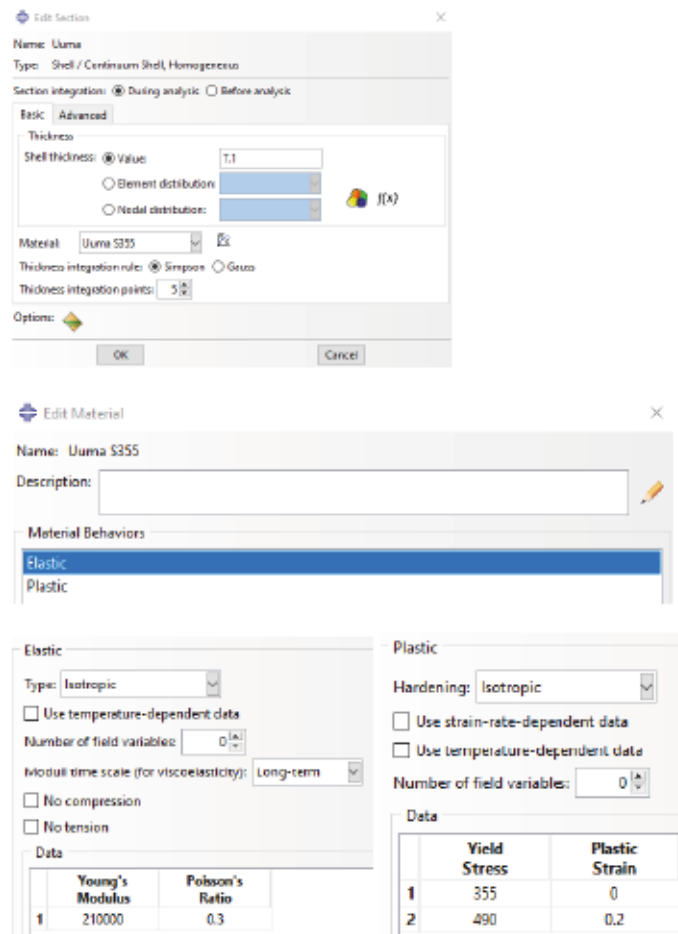
Seuraavaksi rakenteen uumalle ja laipalle tulee määrittää materiaalimallit, jotka ohjaavat rakenteen osien mekaanista käyttäytymistä analyysin aikana, niille annettujen ominaisuuksien perusteella. Rakenteen materiaalina toimii S355 teräs, joten materiaalimallien ominaisuuksiksi tulee valita tämän kaltaista terästä kuvaavat arvot.

Rakenteen materiaaleille täytyy määrittää elastinen sekä plastinen käyttäytyminen. Elastista käyttäytymistä tarvitaan kummassakin analyysin vaiheessa (nurjahdusmuotovaihe ja epälineaarinen vaihe) ja plastista käyttäytymistä tarvitaan epälineaarisessa vaiheessa ohjaamaan materiaalin jännitys-venymä toimintaa. Plastista käyttäytymistä varten oletetaan materiaalin toimivan kimmoplastisesti, jossa tapahtuu myötölujenemista, eurokoodi 3:n suositusten mukaisesti (SFS-EN 1993-1-5 2006, s. 52.). Kimmoplastisen käyttäytymisen tulisi olla tämän työn analyysiin riittävä kuvaamaan materiaalin plastista käyttäytymistä, sillä analyysin pyrkimyksenä on määrittää rakenteelle kriittinen kuorma, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi. Tämän johdosta analyysin ei ole tarpeellista jatkaa pitkään epästabiiliuden ilmenemisen jälkeen. Näin ollen, rakenteen plastisessa käyttäytymisessä oletetaan, että teräksen murtolujuus toimii niin sanottuna 0.2-jännityksenä, jolloin rakenteessa ilmenee 0.2% plastista muodonmuutosta. Tämä kimmoplastinen käyttäytyminen on esitetty kuvassa 4. Ainoa eroavaisuus uuman ja laipan materiaalimalleissa on teräksen paksuus, mikä voidaan havainnoida kuvasta 1.



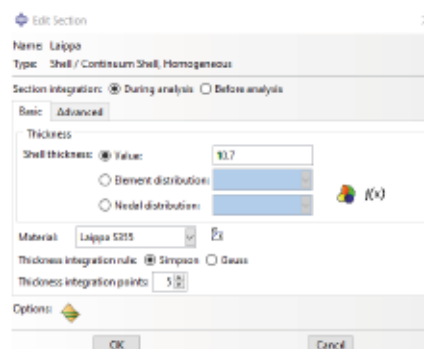
Kuva 4. Materiaalin kimmoplastisuutta kuvaava jännitys-venymä kuvaaja. Mukailtu standardin EN 1993-1-5 kuvasta C.2 (SFS-EN 1993-1-5 2006, s. 52).

Uuman materiaalimalliksi näin ollen voidaan määrittää kuvan 5 mukainen malli.



Kuva 5. Palkin uuman materiaalimalli. Yksikkönä toimii MPa. (SFS-EN 1993-1-1 2022, s. 28).

Ja laipoille määritetään vastaavasti samankaltainen materiaalimalli, mutta kuoren paksuus muutetaan vastaamaan laippojen paksuutta, kuin kuvassa 6 on esitetty.



Kuva 6. Laipan uumaa vastaava materiaalimalli, jossa kuoren tiheys on muutettu laippaa vastaavaksi.

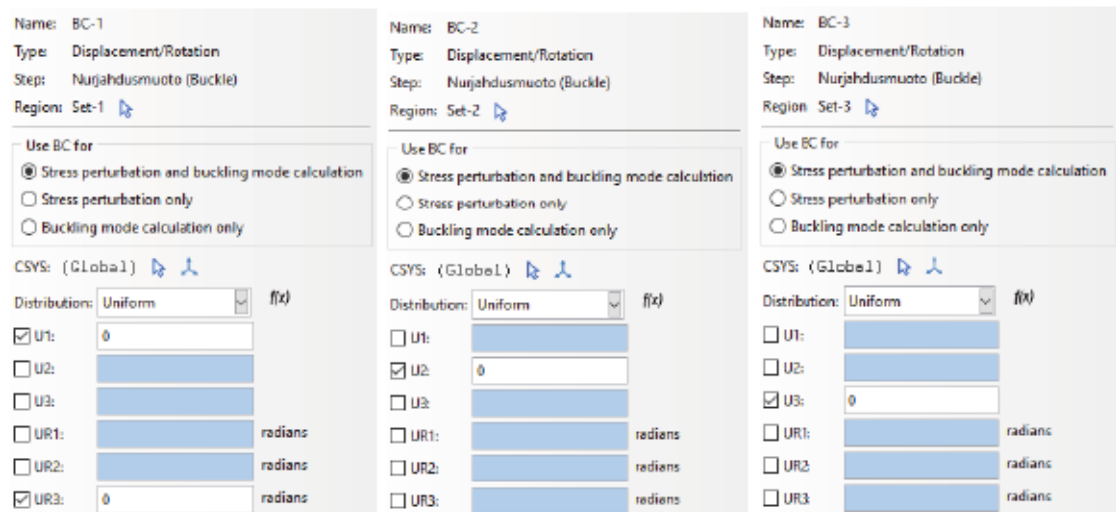
Ensimmäinen vaihe toisen kertaluvun analyysin suorittamisessa on etsiä rakenteelle kiepahdusta vastaava nurjahdusmuoto, jonka avulla lopullinen epälineaarinen analyysi voidaan suorittaa, kun nurjahdusmuodon mukainen rakenteen siirtyminen määritetään epälineaariseen analyysiin alkuepätkä tarkkuudeksi. Abaquksessa nurjahdusmuoto voidaan selvittää määrittämällä kuvan 7 mukainen *buckle* vaihe malliin. Vaiheen asetuksissa voidaan määrittää kuinka monta nurjahdusmuotoa ohjelma etsii ja kuinka monta iteraatiota jokaisen nurjahdusmuodon löytämiseksi analysoidaan. Iteraatioiden määrän kasvattaminen parantaa *buckle* analyysin tarkkuutta. Nurjahdusanalyysin tulisi antaa ensimmäisenä muotona haluttua kiepahdusta vastaava nurjahdusmuoto, mutta käsketään ohjelmiston silti etsiä viisi ensimmäistä nurjahdusmuotoa varmuuden vuoksi, sillä lineaarinen nurjahdusanalyysi on suhteellisen kevyt analyysi. Nurjahdusmuotojen ratkaisijaksi (*subspace* ja *lanzcos*) voidaan yleisesti valita kumpi tahansa menetelmä, sillä niiden tulisi antaa täysin samat ratkaisut. Tämän työn tapauksessa valitaan ratkaisijaksi *subspace*, sillä Abaquksen esimerkki ohjeiden mukaan *subspace*-ratkaisija on nopeampi kuin *lanzcos*-ratkaisija, kun pyritään etsimään pieni määrä (alle 20) nurjahdusmuotoja (Abaqus 2006a).

The image shows a screenshot of the 'Edit Step' dialog box in Abaqus. The dialog is titled 'Edit Step' and has a close button (X) in the top right corner. The 'Name' field is set to 'Nurjahdusmuoto' and the 'Type' is 'Buckle'. There are two tabs: 'Basic' (selected) and 'Other'. The 'Description' field is empty. The 'Nlgeom' option is set to 'Off'. The 'Eigensolver' section has two radio buttons: 'Lanczos' (unselected) and 'Subspace' (selected). The 'Number of eigenvalues requested' is set to 5. There is a checkbox for 'Maximum eigenvalue of interest' which is unchecked, followed by a blue-shaded input field. The 'Vectors used per iteration' is set to 30, and the 'Maximum number of iterations' is set to 100.

Kuva 7. Buckle vaihe rakenteen nurjahdusmuotojen määrittämiseksi.

Seuraavaksi mallille tulee määrittää tuenta, joka kuvastaa rakenteen todellista tuentaa. Tuentana palkin päissä toimii haarukkatuenta, mikä tarkoittaa, että palkin sivusuuntainen siirtymä on estetty, pituussuuntaisen kiertymän lisäksi. Tämä

saavutetaan tukemalla palkin kummatkin päät laipoista sekä uumasta tuennalla 1 (BC-1), joka rajoittaa pään sivusuuntaisen siirtymisen (suunnassa $x/U1$) sekä kiertymisen pituusakselin suunnassa (suunta $z/UR3$). Palkin kumpaankin pätyyn määritetään tuenta 2 (BC-2) ainoastaan yhteen päätyjen pisteistä, jotta rakenteen pystysuuntainen siirtyminen (suunta $y/U2$) saadaan rajoitettua. Tuenta 2 mahdollistaa päätyjen paikallisen pystysuuntaisen siirtymisen, mutta samalla pitää päädyn paikallaan globaalisti. Tuenta 3 (BC-3) määritetään vuorostaan ainoastaan toiseen palkin päistä ja vain yhteen pisteeseen, jotta rakenteen pituussuuntainen (suunta $z/U3$) siirtyminen saadaan hallittua. Tuenta 3 voidaan määrittää kumpaan tahansa palkin päistä, sillä pään valinnan ei tulisi vaikuttaa analyysien tuloksiin. Rakenteen tuennat ovat näin ollen kuvan 8 mukaiset.



Kuva 8. Rakenteen tuennan reunaehdot.

Kuormituksena mallissa käytetään murtorajatilan kuormitusyhdistelmän mukaista tasajakautunutta kuormitusta, joka määritettiin yksinkertaistetun menetelmän käsinlaskujen yhteydessä. Murtorajatilan kuormaksi aikaisemmin saatiin $q_{max} = 8,334$ kN/m. Abaquksessa ongelmaksi kuitenkin muodostuu se, että rakenteeseen ei voida suoraan määrittää tasajakautunutta kuormaa, sillä malli on tehty kuorimallia hyödyntäen. Näin ollen tasajakautunut kuorma joudutaan mallintamaan rakenteeseen manuaalisesti pistekuormia käyttäen, minkä takia aikaisemmin geometriaa luodessa jännevälille luotiin osituksia, jotta rakenteen jännevälille saadaan luotua pisteitä, joihin voimme vaikuttaa. Ensin määritetään rakenteen kokonaiskuormitus pituusakselille, jonka suuruus saadaan seuraavasta yhtälöstä

$$q_{kok} = q_{max} * L \quad (24)$$

missä, q_{kok} on murtorajatilan mukainen kokonaiskuormitus pituusakselin suunnassa [kN],

q_{max} on murtorajatilan kuormitusyhdistelmän mukainen mitoittava kuormitus käsinlaskennasta [kN/m] ja

L on rakenteen pituus [m].

ja kun suureet sijoitetaan yhtälöön, saadaan

$$q_{kok} = 8,334 \frac{kN}{m} * 6 m = 50,004 kN$$

Kun kokonaiskuormitus q_{kok} on tiedossa, jaamme sen tasan jokaiselle mallissa olevalle pistekuormitukselle. Pistekuormat sijoitetaan rakenteeseen jokaisen osituksen kohdalle, sekä tukien päälle, ja niiden suuruus saadaan yhtälöstä

$$q_{piste} = \frac{q_{kok}}{n} \quad (25)$$

missä, q_{piste} on yksittäisen pistekuormituksen suuruus [kN],

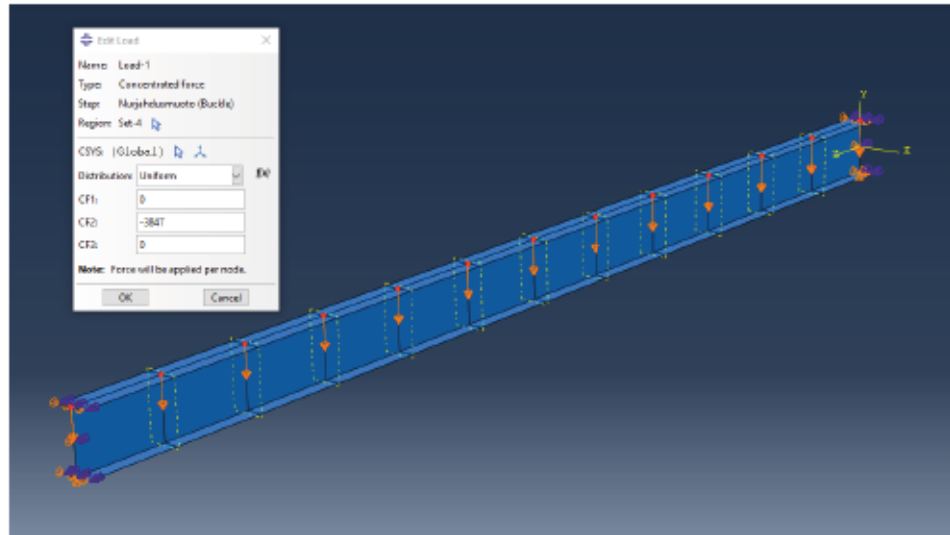
q_{kok} on murtorajatilan mukainen kokonaiskuormitus pituusakselin suunnassa kaavasta 24 [kN] ja

n on pistekuormitusten määrä.

ja kun suureet sijoitetaan yhtälöön, saadaan pistekuormien suuruudeksi

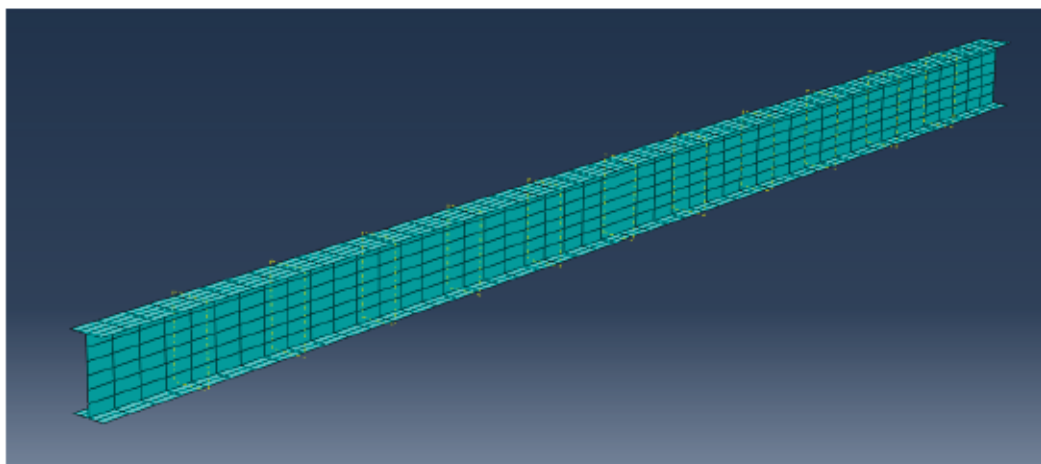
$$q_{piste} = \frac{50,004 kN}{13} = 3,847 kN$$

Tasajakautnut kuorma saadaan määritettyä malliin näin ollen lisäämällä jokaisen osituksen sekä tuen kohdalle q_{piste} suuruinen kuorma. Kuvassa 9 on esitetty kuormituksen määrittäminen ja sen suuruus sekä rakenteen tuennat.



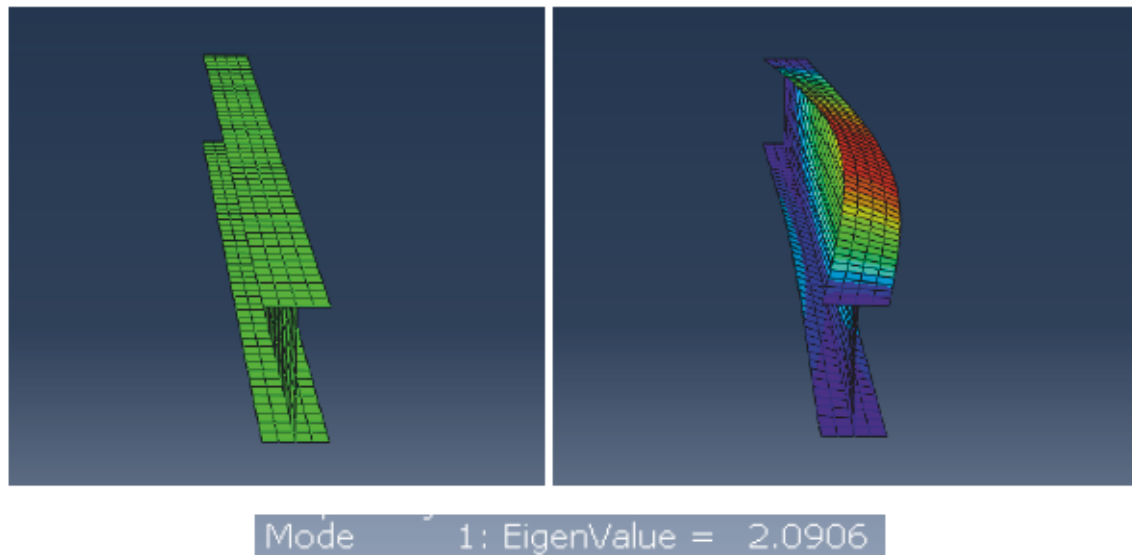
Kuva 9. Pistekuormitukset ylälaipassa kuvaamassa tasajakautunutta kuormitusta sekä rakenteen tuenta.

Lopuksi, ennen nurjahdusmuotoanalyysin suorittamista rakenteelle tulee määrittää elementtiverkko, jotta ohjelmisto tietää missä rakenteen pisteissä laskea analyysissä tarvittavia suureita. Valitaan elementeiksi neliö-elementit ja elementtiverkoksi tarpeeksi tiheä verkko, jotta analyysin antamiin tuloksiin saadaan tarkkuutta. Tiheyden määrittämisessä tulee kuitenkin käyttää harkintaa, jotta analyysistä ei tule liian raskasta. Elementtityyppinä voidaan käyttää lineaarisia elementtejä, kuten S4 elementtejä, sillä analyysin tulisi olla tarpeeksi yksinkertainen, ettei kvadraattisia elementtejä tai elementtien redusointia tarvitse käyttää. Elementtiverkoksi saadaan kuvan 10 mukainen verkko.



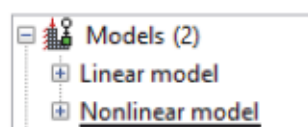
Kuva 10. Rakenteen elementtiverkko.

Kun elementtiverkko on määritetty ja nurjahdusanalyysi suoritetaan, saadaan tulokseksi rakenteen nurjahdusmuodot, kun rakennetta kuormitetaan murtorajatilan mukaisella kuormituksella. Tässä työssä käsiteltävän rakenteen ensimmäinen nurjahdusmuoto ja sen varmuus on esitetty kuvassa 11, jota käytetään rakenteen alkuepätkäarkkuutena tulevassa epälineaarisisessa analyysissä.



Kuva 11. Kiepahduksen mukainen rakenteen nurjahdusmuoto ja sen nurjahdusvarmuus.

Kun rakenteen nurjahdusmuoto on selvillä, voidaan rakenteelle suorittaa epälineaarinen analyysi kiepahduskestävyyden määrittämiseksi. Abaquksessa epälineaarisen analyysin valmistelu aloitetaan kopioimalla nurjahdusmuotoanalyysin lineaarinen malli, jota voidaan muokata epälineaariseen analyysiin soveltuvaksi vaihtamalla analyysivaihe, muokkaamalla reunaehdoja sekä muokkaamalla vaiheen avainsanoja tekstieditorissa. Näin voidaan säästää aikaa, kun mallia ei tarvitse mallintaa kokonaisuudessaan uudestaan. Näin ollen, kopioidaan lineaarinen malli kuvan 12 mukaisesti ja varmistetaan, että tarvittavat muokkaukset tehdään oikeaan malliin.



Kuva 12. Kiepahdusmitoitukseen tarvittavat mallit, jossa epälineaarinen malli on valittuna aktiiviseksi.

Jotta epälinearisessa analyysissä rakenteen kiepahduskestävyys saadaan selville, on varmistettava, että rakenne kiepahtaa analyysin aikana ja näin ollen muuttuu epästabiiliksi. Tämä voidaan varmistaa suurentamalla rakenteen kuormitusta sen nurjahdusmuodon nurjahdusvarmuuden verran, jotta kuormituskertoimen ei tarvitse kasvaa merkittävän suureksi epälineaarisen analyysin aikana, sillä nurjahdusvarmuus kuvastaa kuinka moninkertaista mallissa olevaa kuormitusta rakenne suurinpiirtein kestää lineaarisen analyysin perusteella, ennen kuin se nurjahtaa nurjahdusmuodon mukaisesti. Tämä kuorma on näin ollen lineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma. Kun epälineaariseen malliin määritetään nurjahdusvarmuutta vastaava lineaarinen kriittinen kuormitus, rakenteen tulisi muuttua epästabiiliksi analyysin aikana, kun kuormituskertoimen arvo on lähellä suuruutta 1,0. Epälineaariseen malliin määritettävän kuormituksen suuruus saadaan näin ollen seuraavasta yhtälöstä

$$q_{nonlinear} = q_{piste} * e_1 \quad (26)$$

missä, $q_{nonlinear}$ on lineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma, kun lineaarisen analyysin pistekuormien suuruus kerrotaan rakenteen nurjahdusvarmuudella [kN],

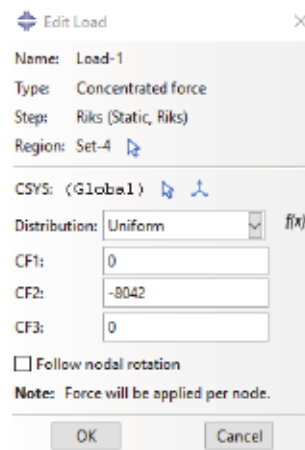
q_{piste} on yksittäisen pistekuormituksen suuruus lineaarisessa analyysissä kaavasta 25 [kN] ja

e_1 on ensimmäisen nurjahdusmuodon nurjahdusvarmuuden suuruus kuvasta 11.

ja kun suureet sijoitetaan yhtälöön, saadaan

$$q_{nonlinear} = 3,847 \text{ kN} * 2,0906 = 8,042 \text{ kN}$$

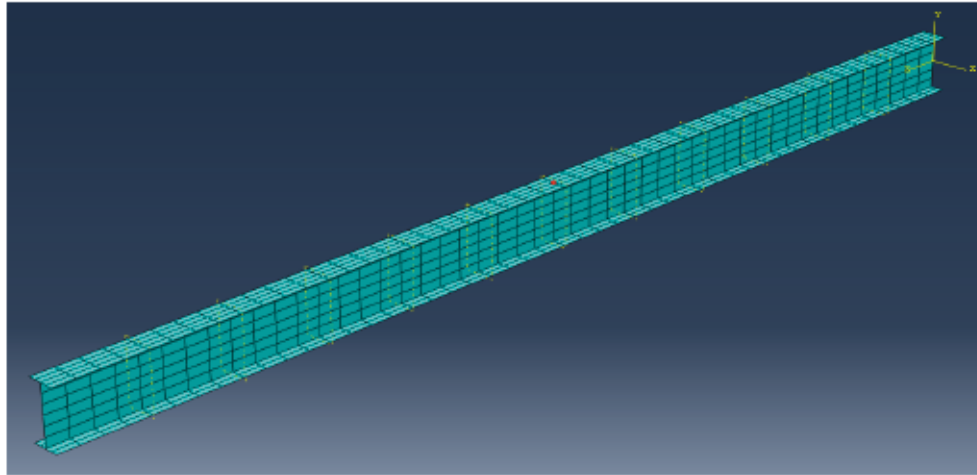
Jotta rakenne saadaan varmasti kiepahtamaan epälineaarisen analyysin aikana suhteellisen hallitulla kuormituskertoimen suuruudella, epälineaarisen mallin kuormitusta kasvatetaan kaavan 26 antamaan suuruuteen, kuvan 13 mukaisesti.



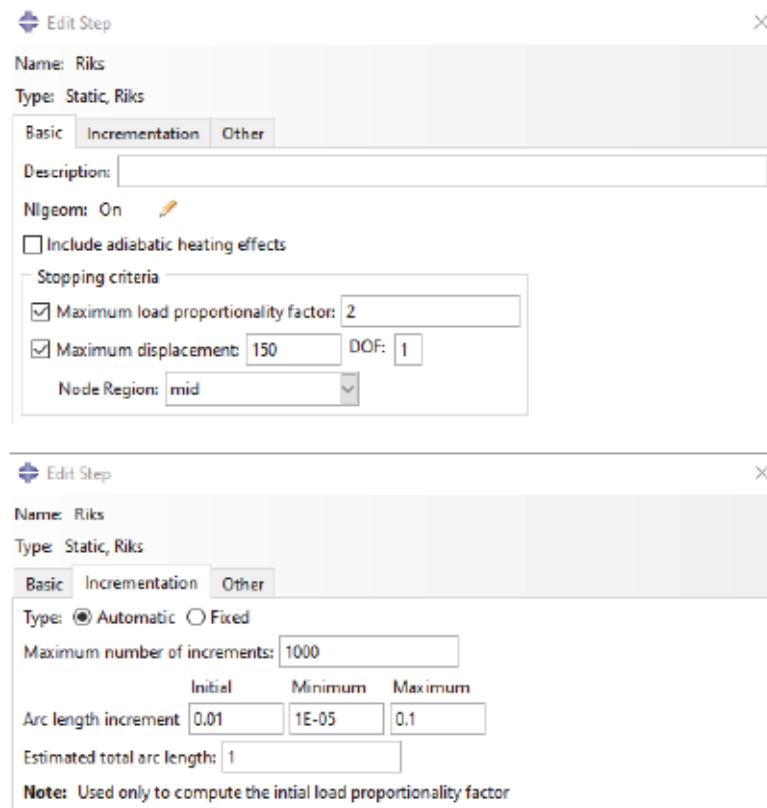
Kuva 13. Epälineaarisen mallin kuormitus, kun lineaarisen mallin murtorajatilan mukaista kuormitusta on kasvatettu ensimmäisen nurjahdusmuodon nurjahdusvarmuuden verran.

Seuraavaksi vaihdamme tehdyn lineaarisen nurjahdusmuotovaiheen epälineaariseen analyysivaiheeseen, jolla rakenteen kiepahduskestävyys voidaan arvioida. Epälineaarisen analyysin suorittamiseksi käytetään staattista riks:n vaihetta. Kun kyseessä on epälineaarinen analyysi, on varmistettava, että vaiheeseen aktivoidaan epälineaarinen geometria (Nlgeom = On) vaihetta määrittäessä. Näin ollen lineaarinen nurjahdusmuotovaihe korvataan kuvan 15 mukaisella staattisella riks:n vaiheella.

Analyysin pysäyttämiseksi staattiseen riks:n vaiheeseen voidaan määrittää muutamia reunaehdoja, jotta analyysi saadaan pysäytettyä automaattisesti. Kuormituskertoimen suuruus voidaan rajata esimerkiksi kertoimen arvoon 2, sillä osaamme arvioida, että rakenne muuttuu epästabiiliksi kun kuormitus saavuttaa nurjahdusvarmuuden suuruisen kuvan 13 mukaisen kuormituksen, jolloin *LPF*-kertoimen arvo on suuruudeltaan lähellä arvoa 1,0. Lisäksi Abaquksen esimerkki ohjeiden mukaisesti voimme määrittää, että ylälaipan suurin sallittu sivusuuntainen siirtymä analyysin aikana (suunta $x/U1$, jolloin $DOF = 1$) on laippojen leveyden verran, joka on 150 mm (Abaqus 2006b). Ylälaipan piste (Node region: mid), jossa siirtymiä mitataan sijaitsee ylälaipan ja jännevälän keskellä, kuvan 14 mukaisesti. Näin ollen, epälineaarinen analyysi pysähtyy automaattisesti, kun toinen näistä reunaehdoista saavutetaan.



Kuva 14. Piste ylälaipan ja jännevälin keskellä, jossa rakenteen siirtymiä mitataan epälineaarisen analyysin aikana.



Kuva 15. Staattinen riks vaihe epälineaarista analyysiä varten.

Tärkeimpänä asiana epälineaarisisessa analyysissä on määrittää rakenteen alkuepäätarkkuudeksi aikaisemmin lineaarisella nurjahdusmuotoanalyysillä määritetty rakenteen nurjahdusmuoto, jotta rakenne saadaan siirtymään haluamallamme tavalla, eli kiepahtamalla, epälineaarisen analyysin aikana. Abaquksessa tämä voidaan toteuttaa

lisäämällä epälineaarisen analyysin avainsanoihin IMPERFECTION-komento, jossa analyysille annetaan lähtötiedoiksi tehdyn nurjahdusmuotoanalyysin tulokset. Abaquksen esimerkki ohjeet ohjeistavat käyttämään seuraavanlaista komentoa alkuepäätarkkuuden määrittämiseksi (Abaqus 2006d).

```
*IMPERFECTION,FILE=Linear,STEP=1
1,6
```

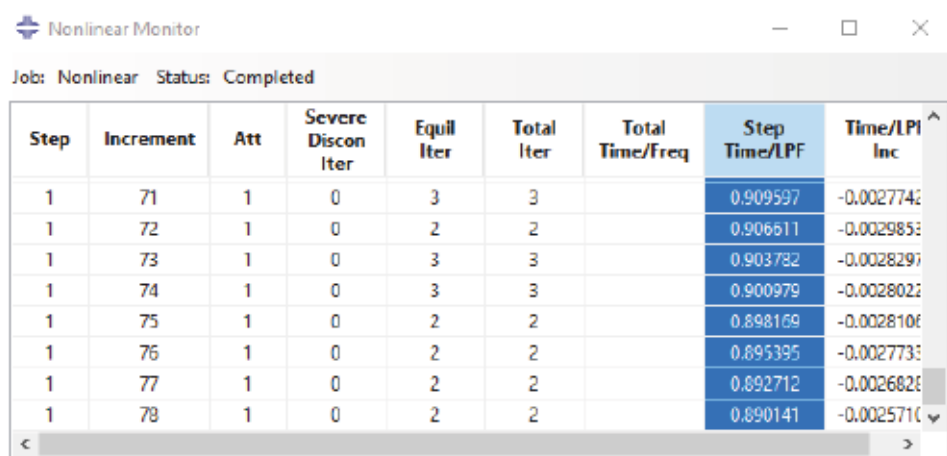
missä, *IMPERFECTION on komento alkuepäätarkkuuden määrittämiseksi, FILE on komento, joka ohjaa ohjelmiston hakemaan alkuepäätarkkuuden aikaisemmin suoritettun nurjahdusmuotoanalyysin tiedostosta. Kenttään syötetään tehdyn analyysin sekä Abaquksen luoman tiedoston nimi, jonne haluttu data on tallennettu, STEP on komento, joka kertoo ohjelmistolle mistä analyysivaiheesta (step) haluttu epätarkkuus luetaan, 1 kertoo ohjelmalle minkä nurjahdusmuodon haluamme alkuepäätarkkuudeksi yhden (1) ollessa rakenteen ensimmäinen nurjahdusmuoto ja 6 on alkuepäätarkkuuden suuruus muodossa $e_0 = L/1000$ (Abaqus 2006e ; Valeš & Stan 2017, s. 466 ; Boissonnade & Somja 2012, s. 13).

Tämä komento lisätään epälineaarisen analyysin avainsanoihin materiaalimallien avainsanojen ja epälineaarisen vaiheen (riks) avainsanojen väliin, juuri kuin kuvassa 16 on esitetty.

```
*Material, name="Uuma S355"
  *Elastic
  210000, 0.3
  *Plastic
  355., 0.
  510., 0.2
** -----
*IMPERFECTION,FILE=Linear,STEP=1
1,6
**
** STEP: Riks
**
*Step, name=Riks, nlgeom=YES, inc=1000
```

Kuva 16. Epälineaarisen analyysin avainsanat, jossa alkuepäätarkkuus on määritelty haettavaksi nurjahdusmuotoanalyysistä.

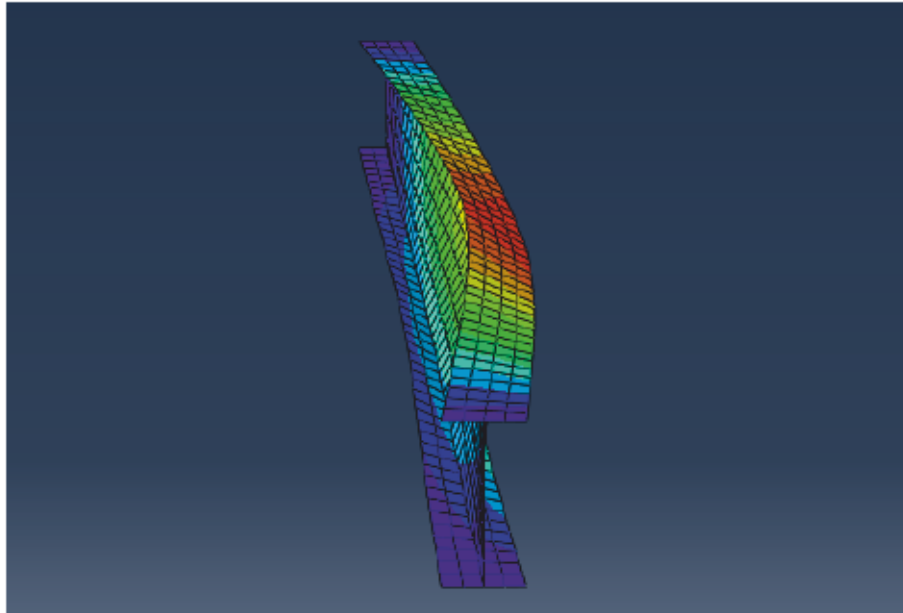
Kun haluttu alkuepätarkkuus on määritetty epälineaariseen malliin, voidaan epälineaarinen analyysi suorittaa. Kun analyysi on onnistuneesti valmistunut, voidaan siirtyä tarkastelemaan tuloksia. Kuvasta 17 huomaamme, että analyysi on ratkaissut 78 inkrementtiä sen valmistuttua, mikä tarkoittaa sitä, että inkrementillä 78 toinen aikaisemmin määritetyistä staattisen riks:n vaiheen reunaehdoista on saavutettu. Sinisellä maalatussa sarakkeesta voimme lisäksi huomioida, että *LPF*-kerroin on alle 1,0 ja sen suuruus on pienenemässä viimeisillä inkrementteillä analyysin valmistuessa, mikä tarkoittaa sitä, että rakenne on muuttunut epästabiiliksi *LPF*-kertoimen pienentyessä ja että analyysi on pysähtynyt ylälaipan sivusuuntaisen siirtymisen reunaehdon johdosta.



Step	Increment	Att	Severe Discon Iter	Equil Iter	Total Iter	Total Time/Freq	Step Time/LPF	Time/LPF Inc
1	71	1	0	3	3		0.909597	-0.0027742
1	72	1	0	2	2		0.906611	-0.0029853
1	73	1	0	3	3		0.903782	-0.0028297
1	74	1	0	3	3		0.900979	-0.0028022
1	75	1	0	2	2		0.898169	-0.0028106
1	76	1	0	2	2		0.895395	-0.0027733
1	77	1	0	2	2		0.892712	-0.0026828
1	78	1	0	2	2		0.890141	-0.0025710

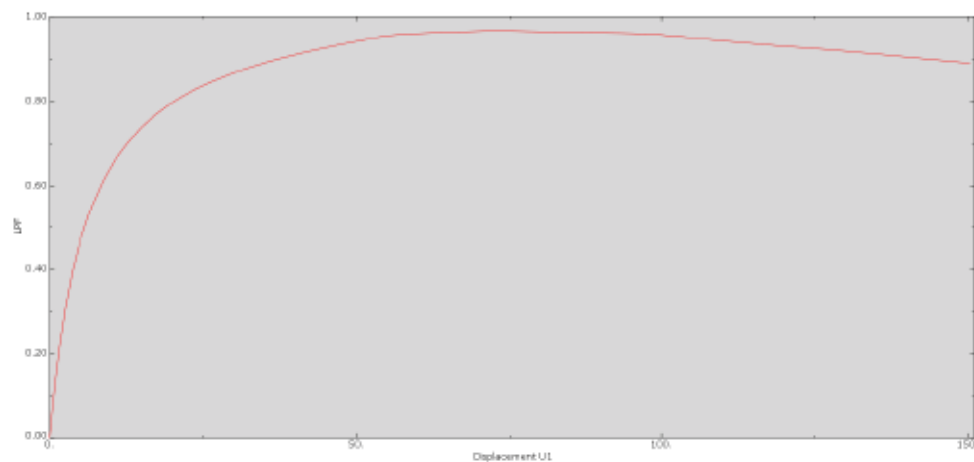
Kuva 17. Valmis epälineaarinen analyysi staattisella riks:n vaiheella.

Lisäksi, kuvasta 18 huomaamme, että rakenne on siirtynyt epälineaarisen analyysin aikana haluamallamme tavalla, määräämämme nurjahdusmuodon mukaisesti.



Kuva 18. Rakenteen siirtyminen epälineaarisisessa analyysissä.

Jotta rakenteen kiepahduskestävyys voidaan määrittää analyysin tuloksista, tulee rakenteelle määrittää maksimikestävyys, tai toisin sanoen se kuorma, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi, minkä perusteella rakenteen kestävyyttä voidaan arvioida. Tämä voidaan selvittää kuormituskertoimen *LPF* avulla. Näin ollen Abaqukseen luodaan kuvaaja *LPF*-kertoimen suuruudesta sekä rakenteen ylälaipan sivusuuntaisesta siirtymästä. *U1-LPF* kuvaaja on esitetty kuvassa 19.



Kuva 19. Ylälaipan sivusuuntaisen siirtymän sekä kuormituskertoimen *LPF* kuvaaja.

Kuvan 19 kuvaajasta huomaamme, että ennen kuin *LPF*-kerroin saavuttaa suuruuden 1,0, kuormituskertoimen arvo kääntyy pienenevään suuntaan sivusuuntaisen siirtymisen

jatkaessa kasvamista. Tämä tarkoittaa sitä, että rakenne on muuttunut epästabiiliksi sen menettäessä kykynsä kantaa suurempaa kuormitusta. Tätä voidaan käyttää kiepahduskriteerinä rakenteelle.

Näin ollen, haluamme määrittää sen *LPF*-kertoimen arvon, ja sitä kautta sen kuorman suuruuden, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi. Tämä voidaan arvioida suoraan kuvan 19 kuvaajasta tai tarkastelemalla kuvaajan *XY*-koordinaatteja, kuvaajan piirtämiseen käytetystä datasta. Koordinaattien perusteella saamme huomattavasti luotettavamman arvion *LPF*-kertoimen suuruudesta, joten poimitaan suurin kuormituskertoimen arvo kuvassa 20 esitetystä kuvaajan *XY*-datasta.

37	62.2625	0.961533
38	64.5159	0.962788
39	66.7583	0.964001
40	68.9899	0.965051
41	71.2071	0.966171
42	73.4352	0.966325
43	75.6581	0.965855
44	77.8719	0.96515
45	80.0758	0.964471
46	82.2634	0.963759
47	84.4387	0.963042

Kuva 20. Kuvan 19 kuvaajan piirtämiseen käytetyt *XY*-koordinaatit. Vasemmat numerot kertovat mistä inkrementistä on kyse, keskimmäiset numerot sivusuuntaisen siirtymisen suuruuden ja oikeat numerot kuormituskertoimen suuruuden.

Kuvasta 20 voimme poimia sen kuvaajan pisteen, jossa kuormituskertoimen arvo kääntyy pienenevään suuntaan. Huomaamme, että kuormituskertoimen arvolla 0,9663 rakenne saavuttaa maksimi kuormankantokykynsä. Tämän kuormituskertoimen avulla voimme määrittää rakenteelle tarkan epälineaarisen kriittisen kiepahduskuorman, joka on verrannollinen käsinlaskennassa käytettyyn murtorajatilán mukaiseen tasajakautuneeseen kuormaan. Epälineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi, voidaan määrittää hyödyntämällä rakenteen nurjahdusvarmuutta sekä murtorajatilán

kuormitusyhdistelmän mukaista mitoittavaa kuormitusta q_{max} . Epälineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma saadaan näin ollen seuraavasta yhtälöstä

$$q_{Rd} = (q_{max} * e_1) * LPF_{max} \quad (27)$$

missä, q_{Rd} on epälineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi [kN/m],

q_{max} on murtorajatilan kuormitusyhdistelmän mukainen mitoittava kuormitus käsinlaskennasta [kN/m],

e_1 on ensimmäisen nurjahdusmuodon nurjahdusvarmuuden suuruus kuvasta 11 ja

LPF_{max} on kuormituskertoimen LPF arvo kuvasta 20, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi.

Kaavassa 27 osa $(q_{max} * e_1)$ kuvastaa lineaarisen analyysin mukaista kriittistä kiepahduskuormitusta, jota korjataan epälineaarisen analyysin tuottamalla kuormituskertoimella, jolla rakenne muuttuu epästabiiliksi. Kun suureet sijoitetaan yhtälöön, epälineaarisen analyysin mukaiseksi kriittiseksi kiepahduskuormaksi saadaan

$$q_{Rd} = (8,334 \frac{kN}{m} * 2,0906) * 0,9663 = 16,836 \frac{kN}{m}$$

Epälineaarisen analyysin kriittisen kiepahduskuorman avulla voimme määrittää rakenteelle kriittisen kiepahdusmomentin palkkitaulukoiden avulla, joka vastaa epälineaarisen analyysin tuloksia. Kriittinen kiepahdusmomentti tasajakautuneelle kuormalle saadaan seuraavasta kaavasta

$$M_{cr.FEM} = \frac{1}{8} * q_{Rd} * L^2 \quad (28)$$

missä, $M_{cr.FEM}$ on epälineaarisen analyysin mukainen rakenteen kriittinen kiepahdusmomentti [kNm],

q_{Rd} on epälineaarisen analyysin mukainen kriittinen kiepahduskuorma kaavasta 27 [kN/m] ja

L on rakenteen jänneväli [m].

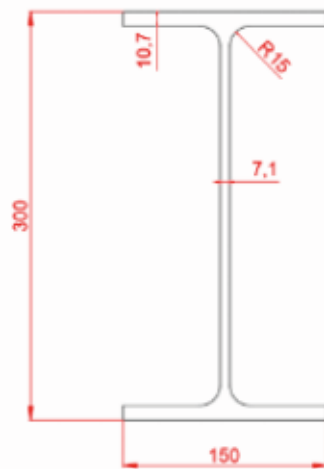
ja kun suureet sijoitetaan yhtälöön, saadaan epälineaarisen analyysin mukaiseksi kriittiseksi kiepahdusmomentiksi

$$M_{cr.FEM} = \frac{1}{8} * 16,836 \frac{kN}{m} * (6m)^2 = 75,762 kNm$$

Toisen kertaluvun menetelmän mukaisen kriittisen kiepahdusmomentin avulla voimme määrittää rakenteelle kiepahduskestävyyden sekä käyttöasteen kiepahduksen suhteen *yleisen menetelmän* mitoituskaavoja hyödyntäen. Näin saamme FEM-tulokset muutettua vertailukelpoiseen muotoon käsinlaskujen kanssa.

Näin ollen, määritetään rakenteelle kiepahduskestävyys käsinlaskien yleisen menetelmän kaavoja käyttäen, hyödyntäen FEM:llä määritettyä kriittistä kiepahdusmomenttia.

Kiepahdukkestävyyden tarkistus yleisellä tapauksella FEM:n kriittisen kiepahdusmomentin mukaan



IPE 300, S355J2

$$f_y := 355 \cdot \text{MPa} \quad \gamma_{M1} := 1.0$$

$$h := 300 \cdot \text{mm} \quad b := 150 \cdot \text{mm}$$

$$t_w := 7.1 \cdot \text{mm} \quad t_f := 10.7 \cdot \text{mm}$$

$$h_w := h - 2 \cdot t_f = 278.6 \cdot \text{mm}$$

$$b_f := b = 150 \cdot \text{mm}$$

$$L := 6000 \cdot \text{mm}$$

$$M_{cr, FEM} := 75.762 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Palkin poikkileikkausluokka:

$$\epsilon := \sqrt{\frac{235 \cdot \text{MPa}}{f_y}} = 0.814$$

Uuma:

$$c := h_w = 278.6 \cdot \text{mm} \quad t := t_w = 7.1 \cdot \text{mm}$$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 1)

1	$c/t \leq 72\epsilon$
---	-----------------------

$$\frac{c}{t} \leq 72 \cdot \epsilon = 1$$

OK!
Uuma PL1

Laippa:

$$c := \frac{b_f - t_w}{2} = 71.45 \cdot \text{mm} \quad t := t_f = 10.7 \cdot \text{mm}$$

Tarkistettava ehto Eurokoodi 3 osa 1-1 taulukosta 5.2 (osa 2)

1	$c/t \leq 9\epsilon$
---	----------------------

$$\frac{c}{t} \leq 9 \cdot \epsilon = 1$$

OK!
Laippa PL1

Palkin taivutusvastuksena käytetään näin ollen plastista taivutusvastusta

Palkin taivutusvastus W

Plastinen neutraaliakseli sijaitsee poikkileikkauksen painopisteessä, sillä poikkileikkaus on symmetrinen

$$W_{pl} := \left(b_f \cdot t_f \right) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + \left(\frac{h_w}{2} \cdot t_w \right) \cdot \left(\frac{h_w}{4} \right) \cdot 2 = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

$$W := W_{pl} = (6.021 \cdot 10^5) \text{ mm}^3$$

Palkin muunnettu hoikkuus:

$$\lambda_{FEM} := \sqrt{\frac{W_{pl} \cdot f_y}{M_{cr,FEM}}} = 1.68 \quad (\text{kaava 7})$$

Tarkistetaan kiepahtamisen ehto:

$$\lambda_{FEM} \leq 0.2 = 0 \quad \text{EI OK!} \quad (\text{kaava 8})$$

Palkki voi kiepahtaa, joten kiepahdustarkastelu tulee tehdä

Palkin kiepahduskäyrä ja epätarkkuustekijä α työn taulukoista 2 ja 3:

Kiepahduskäyrän valinta:

$$\frac{h}{b_f} = 2$$

Profiili on hitsattu, joten valitaan käyrä c taulukosta 2

$$\alpha_{FEM} := 0.49 \quad (\text{Taulukko 3})$$

Määritetään muuttuja Φ_{FEM} :

$$\Phi_{FEM} := 0.5 \cdot \left(1 + \alpha_{FEM} \cdot (\lambda_{FEM} - 0.2) + \lambda_{FEM}^2 \right) = 2.273 \quad (\text{kaava 10})$$

Määritetään kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ_{FEM} :

$$\chi_{FEM} := \frac{1}{\Phi_{FEM} + \sqrt{\Phi_{FEM}^2 - \lambda_{FEM}^2}} = 0.263 \quad (\text{kaava 11})$$

$$\chi_{FEM} \leq 1.0 = 1 \quad \text{OK!}$$

Kiepahduskestävyyden mitoitusarvo FEM:n kriittisen kiepahdusmomentin mukaan näin ollen:

$$M_{b,Rd,FEM} := \chi_{FEM} \cdot W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 56.178 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{kaava 12})$$

Mitoitusmomentti saadaan yksinkertaistetun menetelmän laskuista:

$$M_{Ed} := 37.505 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Tarkistetaan kiepahduskestävyyden mitoitusehto:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd,FEM}} \leq 1.0 = 1 \quad \text{OK!} \quad (\text{kaava 1})$$

Käyttöaste FEM:n kriittisen kiepahdusmomentin mukaan:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd,FEM}} = 0.668$$

Toisen kertaluvun menetelmän perusteella määritetyn kriittisen kiepahdusmomentin mukaisesti rakenteen käyttöasteeksi kiepahduksen suhteen saadaan 0.668.

5 TULOKSET

5.1 Tuloksien tarkastelu

Teräspalkin kiepahduksen mitoittaminen perustuu käyttöasteen määrittämiseen rakenteelle kiepahduksen suhteen, vertaamalla rakenteen kiepahduskestävyyttä rakennetta taivuttavaan momenttiin. Näin ollen, käyttöasteen kuvatessa suoraan rakenteen varmuutta, voimme suorittaa työssä käytettyjen mitoitusmenetelmien vertailun tarkastelemalla pääasiassa menetelmien tuottamaa käyttöastetta kyseiselle rakenteelle.

Työssä keskityttiin tarkastelemaan ainoastaan yhdenlaista rakennetta, minkä johdosta menetelmien välinen käyttöasteen muuttuminen voi johtua ainoastaan mitoitusmenetelmien eroavaisuuksista. Tämä helpottaa johtopäätösten tekemistä menetelmien soveltuvuuden ja tarkkuuden osalta, sillä mitoitusvälinällä ei ole paljoa muuttuvia parametrejä, joita tuloksien tarkastelussa tulisi huomioida.

Tässä työssä suoritettavien mitoitusmenetelmien antamat tulokset ovat esitetty taulukossa 6, järjestettynä pienimmästä käyttöasteesta suurimpaan käyttöasteeseen. Käyttöasteen muutos on esitetty suhteessa pienimpään käyttöasteeseen.

Taulukko 6. Työn mitoitusmenetelmien antamat tulokset, järjestettynä käyttöasteen mukaan.

Menetelmä	M_{cr} [kN*m]	λ	χ	Käyttöaste	Käyttöasteen muutos
Toisen kertaluvun menetelmä	75,762	1,68	0,263	0.668	-
Yleinen tapaus	70,672	1,739	0,248	0.707	+0.039
Eriytynen tapaus	70,672	1,739	0,248	0.707	+0.039
Yksinkertaistettu menetelmä	-	1,872	0,197	0.811	+0.143

5.2 Tuloksien vertailu

Työssä käytetyistä mitoitusmenetelmistä tarkimman arvion rakenteen kiepahduskestävyydestä voidaan sanoa antavan *toisen kertaluvun menetelmä*, sillä mitoitus suoritettiin FEM-ohjelmaa käyttäen ja dynaamista analyysiä hyödyntäen. Dynaaminen analyysi suorittaa kiepahduskestävyyden tarkastelun jatkuvasti mitoituksen aikana, jolloin rakenteen siirtymisestä aiheutuvat momenttien lisäykset sekä poikkileikkauksen jäykkyyden heikkeneminen kyetään ottamaan huomioon, kun rakenne kiepahtaa. Tästä syystä toisen kertaluvun menetelmä antaa tarkimman arvion rakenteen kestävyydestä, kun rakenteen muuttuva tila huomioidaan mitoituksen edetessä.

Taulukon 6 esittämistä mitoitusmenetelmien tuloksista nähdään, että Eurokoodin käsinlaskentamenetelmien antamat käyttöasteet ovat vähintäänkin hieman suurempia verrattuna *toisen kertaluvun menetelmään*. Tämä vastaa hyvin sitä hypoteesia, että *toisen kertaluvun menetelmä* antaa tarkimman arvion rakenteen todellisesta kestävyydestä, kun Eurokoodin käsinlaskentamenetelmät antavat enemmän varmalle puolelle olevia tuloksia.

Taulukon 6 tuloksista nähdään, että *yleinen tapaus* sekä *erityinen tapaus* antavat suhteellisen tarkkoja tuloksia, verrattuna *toisen kertaluvun menetelmän* tuottamaan tarkkaan tulokseen, käyttöasteen kokiessa vain noin 4 % muutoksen. *Yleisen ja erityisen tapauksen* kohdalla tulee kuitenkin huomioida miksi menetelmät antavat tämän työn tilanteessa saman tuloksen, jota avataan hieman myöhemmin tässä kappaleessa, sillä menetelmät eivät todellisuudessa aina anna samankaltaisia arvioita rakenteen kestävyydestä. *Yksinkertaistetun menetelmän* kohdalla nähdään merkittävästi suurempi muutos käyttöasteessa, noin 14 %, muihin menetelmiin verrattuna, mikä voidaan selittää mitoitusmenetelmän eroavaisuudella rakenteen kiepahduskestävyyden pienennytekijän ja kiepahduskestävyyden määrittämisessä.

Yksinkertaistetun menetelmän antamien tuloksien suuri eroavaisuus voidaan selittää sillä, miten mitoituksen aikana rakenteen kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ sekä kiepahduskestävyys $M_{b,Rd}$ määritetään. *Yksinkertaistetussa menetelmässä* rakenteen hoikkuutena kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ määrittämisen yhteydessä

käytetään ekvivalentin puristetun laipan hoikkuutta λ_f kaavasta 13, joka on täysin erilainen menettely *yleiseen* ja *erityiseen tapaukseen* verrattuna, joissa rakenteen hoikkuutena kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ määrittämisessä käytetään kriittisen kiepahdusmomentin M_{cr} perusteella määritettyä muunnettua hoikkuutta λ_{LT} kaavasta 7. Jos tarkastelemme kaavoissa 7 ja 13 olevia tekijöitä huomaamme, että kaava 7 sisältää huomattavasti enemmän tekijöitä, jotka kuvaavat rakenteen todellista toimintaa, kriittisen kiepahdusmomentin M_{cr} johdosta. Kriittisen kiepahdusmomentin M_{cr} kaavasta 4 voimme havainnoida, että kaavan jokainen tekijä on jollakin tapaa sidoksissa rakenteen ominaisuuksiin sekä toimintaan, minkä johdosta voimme arvioida, että kaava 7 antaa tarkemman ja todellisemman arvion rakenteen hoikkuudesta sekä käyttäytymisestä verrattuna kaavan 13 antamaan hoikkuuteen, joka sisältää huomattavasti vähemmän monipuolisen määrän rakenteen toimintaan ja ominaisuuksiin sidoksissa olevia tekijöitä. Tähän työhön valitulla rakenteella muuttujan Φ määrittämisessä, *yksinkertaistetussa menetelmässä* kaavalla 18 ja *yleisessä tapauksessa* kaavalla 10, käytetään eri kiepahduskäyriä, mikä johtaa muuttujan Φ arvon muuttumiseen, mikä vuorostaan vaikuttaa kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ arvoon. Näiden lisäksi *yksinkertaistetussa menetelmässä* rakenteen kiepahduskestävyys $M_{b,Rd}$ määritetään hieman eri tavalla kuin *yleisessä tapauksessa*, mikä vaikuttaa suoraan käyttöasteen suuruuteen. Kiepahduskestävyyden $M_{b,Rd}$ kaavojen eroavaisuus on esitetty kuvassa 21.

Yksinkertaistettu menetelmä		Yleinen tapaus	
$M_{b,Rd} := k_{ff} \cdot \chi_f \cdot M_{c,Rd}$	kaava 19	$M_{b,Rd} := \chi_{LT} \cdot W_{pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$	kaava 12
		$M_{c,Rd} := \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M1}}$	kaava 16
		sijoitetaan kaava 16 kaavaan 12:	
$M_{b,Rd} := k_{ff} \cdot \chi_f \cdot M_{c,Rd}$	kaava 19	$M_{b,Rd} := \chi_{LT} \cdot M_{c,Rd}$	kaava 12

Kuva 21. Kiepahduskestävyyksien $M_{b,Rd}$ eroavaisuudet.

Kuvasta 21 huomaamme, että ainoa ero *yksinkertaistetun menetelmän* ja *yleisen tapauksen* kiepahduskestävyyksien $M_{b,Rd}$ kaavoissa on muunnostekijä k_{ff} , joka kasvattaa kaavan 19 suuruutta 1,1 kertaiseksi. Näin ollen tilanteessa, jossa kumpikin menetelmä antaisi rakenteelle saman hoikkuuden λ , muuttujan Φ ja kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ , *yksinkertaistetun menetelmän* mukainen kiepahduskestävyys olisi 1,1 kertaa suurempi kaavan 19 johdosta.

Näin ollen *yksinkertaistetun menetelmän* käyttöasteen suuruus voidaan selittää rakenteen kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ ja kiepahduskestävyyden $M_{b,Rd}$ määrittämisen eroavaisuuksilla.

Tämän työn tilanteessa, hitsatulle kaksoissymmetriselle I-profiilille, *yleinen tapaus* ja *erityinen tapaus* antavat keskenään saman tuloksen, sillä *erityisen tapauksen* kohdalla Suomen kansallinen liite ohjaa käyttämään muuttujan Φ ja kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ määrittämisessä sellaisia kansallisia valintoja, jotka johtavat samoihin Φ ja χ arvoihin *yleisen tapauksen* kanssa. *Erytisessä tapauksessa* muuttuja Φ määritetään kaavasta 20 ja kiepahduskestävyyden pienennystekijä χ kaavasta 21, kun taas *yleisen tapauksen* kohdalla vastaavat arvot saadaan kaavoista 10 ja 11. Kuvissa 22 ja 23 on esitetty, kuinka *erityisen tapauksen* muuttujan Φ ja kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ yhtälöt saavat saman muodon, kuin *yleisen tapauksen* vastaavat yhtälöt.

Yleinen tapaus	Erityinen tapaus
$\Phi_{LT} := 0.5 \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - 0.2) + \lambda_{LT}^2)$ <p style="text-align: center;">kaava 10</p>	$\bar{\Phi}_{LT} := 0.5 \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - \lambda_{LT,0}) + \beta \cdot \lambda_{LT}^2)$ <p style="text-align: center;">kaava 20</p>
	<p>Suomen kansallinen liite määrää, että hitsatulle kaksioisymmetriselle I-profilille käytetään seuraavia arvoja:</p>
	$\lambda_{LT,0} := 0.2 \quad \beta := 1.0$
	<p>Sijoitetaan nämä kaavaan 20:</p>
	$\bar{\Phi}_{LT} := 0.5 \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - 0.2) + 1.0 \cdot \lambda_{LT}^2)$
	<p>Sievennetään:</p>
$\bar{\Phi}_{LT} := 0.5 \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - 0.2) + \lambda_{LT}^2)$ <p style="text-align: center;">kaava 10</p>	$\bar{\Phi}_{LT} := 0.5 \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LT} - 0.2) + \lambda_{LT}^2)$ <p style="text-align: center;">kaava 20</p>

Kuva 22. Esitys, kuinka muuttujan Φ yhtälöt saavat *erityisessä* ja *yleisessä tapauksessa* saman muodon.

Yleinen tapaus	Erityinen tapaus
$\chi_{LT} := \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}}$ <p style="text-align: center;">kaava 11</p>	$\bar{\chi}_{LT} := \frac{1}{\bar{\Phi}_{LT} + \sqrt{\bar{\Phi}_{LT}^2 - \beta \cdot \lambda_{LT}^2}}$ <p style="text-align: center;">kaava 21</p>
	$\beta := 1.0$
	$\bar{\chi}_{LT} := \frac{1}{\bar{\Phi}_{LT} + \sqrt{\bar{\Phi}_{LT}^2 - 1.0 \cdot \lambda_{LT}^2}}$
$\bar{\chi}_{LT} := \frac{1}{\bar{\Phi}_{LT} + \sqrt{\bar{\Phi}_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}}$ <p style="text-align: center;">kaava 11</p>	$\bar{\chi}_{LT} := \frac{1}{\bar{\Phi}_{LT} + \sqrt{\bar{\Phi}_{LT}^2 - \lambda_{LT}^2}}$ <p style="text-align: center;">kaava 21</p>

Kuva 23. Esitys, kuinka kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ yhtälöt saavat *erityisessä* ja *yleisessä tapauksessa* saman muodon.

Muuttujan Φ ja kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ yhtälöiden saadessa *erityisessä tapauksessa* samat muodot kuin vastaavat *yleisen tapauksen* yhtälöt, ainoa jäljellä oleva ero *yleisen* ja *erityisen tapauksen* mitoituksien kulussa on kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ mahdollinen modifiointi *erityisessä tapauksessa* kaavalla 23, kertoimen f avulla. Näin ollen, jos kiepahduskestävyyden

pienennystekijää χ ei modifioida, *erityisen tapauksen* lopputuloksena on täysin samat tulokset, kuin *yleisessä tapauksessa*, sillä menetelmien mitoitusyhtälöt ja näin ollen mitoituksen kulku muuttuvat täysin toisiaan vastaaviksi.

Yleinen tapaus on suunniteltu yleispäteväksi menetelmäksi kiepahduskestävyyden tarkistamiseen lähes kaikille poikkileikkauksille ja profiilin valmistustavoille, ellei Eurokoodissa toisin määrätä, minkä johdosta sitä voidaan soveltaa monipuolisissa tilanteissa. Näin ollen, kuvien 22 ja 23 esittämien yhtälöiden samankaltaisuuksien perusteella voimme päätellä, että *yleinen tapaus* ja *erityinen tapaus* sekä siinä käytettävät kansallisten valintojen parametrit ovat suunniteltu yhdessä niin, että *yleinen tapaus* on yhteydessä niihin profiilin muodon ja valmistustavan parametreihin, jotka antavat eniten konservatiivisen ja näin ollen turvallisen arvion rakenteen kiepahduskestävyydestä. Jos tarkastelemme näitä kansallisia valintoja tarkemmin huomamme, että hitsatun kaksoissymmetrisen I-profiilin valinnat $\lambda_{LT,0} = 0,2$ ja $\beta = 1,0$ antavat kiepahduskestävyyden pienennystekijäksi χ pienemmän arvon, kuin vastaavat valssattujen ja kylmämuokattujen profiilien valinnat $\lambda_{LT,0} = 0,4$ ja $\beta = 0,75$ (Ympäristöministeriö 2019, s. 16). Tämä vahvistaa päätelmää siitä, että Eurokoodin *yleinen tapaus* on todennäköisesti alunperinkin suunniteltu hitsatun kaksoissymmetrisen I-profiilin ominaisuudet ja näin ollen kansalliset valinnat mielessä, sillä mitoittaessa haluamme aina mitoittaa rakenteen mahdollisimman epäedulliselle tilanteelle, jonka kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ suuruutta tarkastellen antaa hitsatun kaksoissymmetrisen I-profiilin kansallisen valinnan parametrit.

Näin ollen on todennäköistä, että *yleisen tapauksen* parametreiksi on valittu sellaiset parametrit, jotka antavat konservatiivisen ja luotettavalla puolella olevan arvion rakenteen kiepahduskestävyydestä yleisesti, mikä vastaavasti selittää sen, miksi hitsattujen ja kaksoissymmetristen I-profiilien kohdalla *erityinen* ja *yleinen tapaus* antavat täysin samat tulokset, jos kiepahduskertoimen pienennystekijää χ ei modifioida.

Taulukosta 6 voidaan myös havainnoida, että rakenteen hoikkuus λ on hyvin sidoksissa rakenteen käyttöasteeseen kiepahduksen suhteen. Tässä työssä tehtyjen mitoitusperusteella huomaamme, että mitä pienempi hoikkuus rakenteella on, sitä pienempi on myös rakenteen käyttöaste. Tämä voidaan myös todistaa ja havainnoida tarkastelemalla muuttujan Φ sekä kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ kaavoja, joissa rakenteen

hoikkuus λ on yksi tekijöistä. Näissä kaavoissa rakenteen hoikkuus λ on sellaisessa asemassa, että kun rakenteen hoikkuus λ pienenee muuttujan Φ arvo pienenee, mikä johtaa kiepahduskestävyyden pienennystekijän χ kasvamiseen, joka vuorostaan kasvattaa rakenteen kiepahduskestävyyttä ja näin ollen johtaa käyttöasteen pienenemisen.

Työssä suoritetun mitoituksen perusteella ja saatuja tuloksia vertailemalla voimme todeta, että mitoitusmenetelmän valinnalla voi olla joissakin tapauksissa suurikin merkitys rakenteen kiepahduskestävyyden arvioimisen näkökulmasta. Tähän työhön valitulla rakenteella *yleinen tapaus* sekä *erityinen tapaus* antavat suhteellisen tarkan arvion rakenteen todellisesta kiepahduskestävyydestä verrattuna *toisen kertaluvun menetelmän* tuottamiin tuloksiin, niiden ollessa hillitysti varmalla puolella, mikä on odotettavaa, sillä menetelmät ovat ei dynaamisia käsinlaskentamenetelmiä. *Yksinkertaistetun menetelmän* antama tarkkuus tuloksissa on vuorostaan hieman kyseenalaistettavissa, sillä menetelmän tuottama käyttöaste näyttää olevan hyvinkin reilusti varmalla puolella verrattuna *toisen kertaluvun menetelmän* mukaiseen tarkkaan arvioon. Tämän johdosta *yksinkertaistetussa menetelmässä* huoleksi nousee sen tuottama suuri varmuus verrattuna muihin tämän työn mitoitusmenetelmiin, mikä voi johtaa joissakin tapauksissa rakenteiden ylimitoitamiseen.

Tämän työn tuloksien perusteella voimme todeta, että tämän työn kaltaisille rakenteille *yleinen tapaus* sekä *erityinen tapaus* soveltuvat hyvin kiepahduskestävyyden tarkastelulle, sillä ne antavat hyvän ja luotettavan arvion rakenteen kiepahduskestävyydestä. *Yksinkertaistettu menetelmä* antaa vuorostaan hyvinkin varmalla puolella olevia tuloksia, minkä johdosta *yleisen tapauksen* ja *erityisen tapauksen* soveltaminen voi olla järkevämpää ja ekologisempaa, kun *yksinkertaistetun menetelmän* tuomalta varmuudelta halutaan välttyä. Tämä ei kuitenkaan tarkoita sitä, että *yksinkertaistettua menetelmää* ei voitaisi soveltaa tämän työn kaltaisille rakenteille luotettavasti, sillä menetelmä antaa yhtäläillä hyväksyttäviä tuloksia kuin muutkin menetelmät. *Yksinkertaistettua menetelmää* voidaan suositella käyttämään silloin, kun mitoitamisesta halutaan tehdä itselle hieman helpompaa, kun kriittistä kiepahdusmomenttia M_{cr} ei tarvitse määrittää käsin tai elementtimenetelmiä käyttäen.

Työn tuottamia tuloksia sekä johtopäätöksiä voitaisiin parantaa merkittävästi lisäämällä tutkimukseen erilaisia poikkileikkauksia, mitoituslanteita sekä palkkityyppjä, kuten jäykistettyjä palkkeja. Tämän perusteella kykenisimme saamaan paljon tarkemman arvion menetelmien soveltuvuudesta sekä toiminnasta yleisesti, mikä voisi auttaa merkittävästi suunnittelijoita valitsemaan sopivimman mitoitusmenetelmän kiepahtamisen tarkasteluun.

Näin ollen tämän työn tutkimusta voisi viedä eteenpäin suorittamalla vertailevan mitoituksen eri tyyppisille poikkileikkauksille, erilailla valmistetuille profiileille tai erilailla kuormitetuille rakenteille, jotta saamme selville pitääkö tämän työn antamat tulokset ja tämän työn tekemät johtopäätökset paikkaansa myös toisen kaltaisille mitoituslanteille. Lisäksi *toisen kertaluvun menetelmän* mukaisen analyysin voisi suorittaa eri FEM-ohjelmistoilla, jotta saisimme selville onko FEM-ohjelmien välillä suuria eroja tuloksien suhteen.

6 YHTEENVETO

Diplomityön tarkoituksena oli tutkia ja vertailla teräspalkin kiepahdusmitoittamista sekä siihen käytettäviä menetelmiä, minkä pohjalta voimme tehdä johtopäätöksiä työhön valittujen menetelmien tarkkuudesta sekä sovellettavuudesta tämän työn kaltaisille rakenteille. Oulun yliopistossa on aikaisemminkin tarkasteltu ja mitoitettu teräspalkin kiepahtamista, mutta kyseisen ilmiön mitoitustenetelmien ja niiden antamien tuloksien vertailu suhteessa toisiinsa on jäänyt vähäisemmäksi. Tämän johdosta tässä työssä keskityttiin puhtaasti kiepahduksen tarkastelemiseen sekä sen mitoittamiseen käytettyjen menetelmien vertailemiseen.

Työhön pyrittiin valitsemaan mahdollisimman tyypillinen palkkirakenne, jolle mitoitustenetelmien vertailu suoritettiin, jotta tuloksista saadaan mahdollisimman laajasti vertailukelpoisia. Tämän johdosta työn vertaileva mitoitus suoritettiin S355 lujusluokan I-profiilille, soveltamalla Eurokoodin standardin EN 1993 osan 1-1 esittämiä kiepahduksen tarkastelemiseen soveltuvia menetelmiä. Nämä menetelmät sisälsivät pääasiassa käsinlaskentamenetelmiä, jotka kyetään helposti suorittamaan paperille laskien tai matemaattisia ohjelmistoja käyttäen. Työhön valittiin lisäksi yksi hieman erikoisempi ja suhteessa vähän käytetympi menetelmä tuloksien tarkkuuden sekä varmuuden johdosta, niin sanottu *toisen kertaluvun menetelmä*, joka täytyi suorittaa elementtimenetelmää käyttäen, sillä menetelmässä huomioitiin rakenteessa olevat alkuepätkä tarkkuudet sekä rakenteen siirtymisestä aiheutuva ylimääräinen rasitus rakenteessa kiepahtamisen tapahtuessa.

Työssä pyrittiin esittämään jokaisen menetelmän teoria sekä mitoittamisen kulku niille suunnatuissa kappaleissa, jotta menetelmien toiminnan ymmärtämisestä sekä mitoittamisen suorittamisesta saataisiin mahdollisimman helppoa ja yksinkertaista. Tämän lisäksi vertaileva mitoitus pyrittiin suorittamaan ja esittämään niin, että ne ovat mahdollisimman helposti seurattavissa sekä toistettavissa, sen ollessa tarpeellista. Käsinlaskennat suoritettiin työssä MATHCAD-ohjelmistoa käyttäen ja toisen kertaluvun menetelmä ratkaistiin Abaqus elementtimenetelmäohjelmistoa käyttäen.

Vertailevan mitoituksen perusteella ja sen antamia tuloksia tarkastellen kykenimme tässä työssä tulemaan siihen tulokseen, että menetelmien antamat kiepahduskestävyydet sekä käyttöasteet vaihtelevat vähintäänkin hieman menetelmästä riippuen. Tarkimman arvion rakenteen kiepahduskestävyydestä antoi elementtimenetelmällä ratkaistu *toisen kertaluvun menetelmä*, joka tarkastelee rakenteen kestävyyttä dynaamisesti rakenteen siirtyessä. Eurokoodin mukaiset *yleinen tapaus* sekä *erityinen tapaus* antoivat tämän työn tilanteessa samat tulokset toisiinsa verrattuna, johtuen työhön valitusta profiilista ja sen valmistustavasta, näiden menetelmien antaessa kuitenkin suhteellisen tarkan ja realistisen arvion rakenteen kiepahduskestävyydestä, tuloksien erotessa *toisen kertaluvun menetelmästä* vain noin 4 % käyttöasteessa. Suurin eroavaisuus havaittiin *yksinkertaistetun menetelmän* kohdalla, jonka tulokset verrattuna *toisen kertaluvun menetelmään* erosivat noin 14 % käyttöasteessa. Tämän, menetelmän antaman suuren varmuuden perusteella, kykenimme tulemaan siihen tulokseen, että menetelmä soveltuu tämän työn kaltaisille rakenteille huonoiten, sillä liiallinen varmuus tuloksissa voi johtaa rakenteen turhaan ylimitoitamiseen.

LÄHDELUETTELO

Abaqus, 2006a. *6.2.3 Eigenvalue buckling prediction* [verkkodokumentti]. Abaqus, Inc. Saatavilla:

<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt03ch06s02at02.html#usb-anl-aeigenbuckling> [15.11.2024]

Abaqus, 2006b. *1.2.1 Buckling analysis of beams* [verkkodokumentti]. Abaqus, Inc. Saatavilla:

<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/bmk/default.htm?startat=ch01s02ach14.html> [18.11.2024]

Abaqus, 2006c. *6.2.4 Unstable collapse and postbuckling analysis* [verkkodokumentti]. Abaqus, Inc. Saatavilla:

<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt03ch06s02at03.html> [18.11.2024]

Abaqus, 2006d. *11.3.1 Introducing a geometric imperfection into a model* [verkkodokumentti]. Abaqus, Inc. Saatavilla:

<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt03ch06s02at03.html#usb-anl-apostbuckling> [19.11.2024]

Abaqus, 2006e. **IMPERFECTION: Introduce geometric imperfections for postbuckling analysis* [verkkodokumentti]. Abaqus, Inc. Saatavilla:

<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/key/default.htm?startat=ch09abk03.html#usb-kws-mimperfection> [19.11.2024]

Balashov, A., 2024. *Teräspalkin jäykistelevyjen tarpeellisuus* [verkkodokumentti]. Oulun yliopisto. Saatavilla:

<https://oulurepo.oulu.fi/bitstream/handle/10024/50699/nbnfioulu-202406184663.pdf?sequence=1&isAllowed=y> [16.7.2024] 74 s.

BE Group, 2022. *Teräsrakentajan käsikirja* [verkkodokumentti]. BE Group Oy Ab. Saatavilla:

<https://www.begroup.fi/storage/7EF75A7A4EA29AA7D0F72AFD18F5AEB64D50AC1D467245AA3743D2EE231BD83D/45b00a98a33c412ea9c0fd9b9ad1aa88/pdf/media/7c3bc409efb843b786ba8f29bcf394e6/tera%CC%88srakentajan-ka%CC%88sikirja-2022-web.pdf> [10.7.2024]

BE Group, 2024. *IPE 300 S355J2 12m*. BE Group Oy Ab. Saatavilla: <https://www.begroup.fi/tuotteet/palkit/ipe-palkit/ipe-300-s355j2-12m> [18.7.2024]

Boissonnade, N. & Somja, H., 2012. *Influence of imperfections in FEM modeling of lateral torsional buckling* [verkkodokumentti]. American Institute of Steel Construction AISC. s. 15. Saatavilla: <https://www.aisc.org/education/continuingeducation/education-archives/influence-of-imperfections-in-fem-modeling-of-lateral-torsional-buckling/> [4.12.2024]

Dahmani, L. & Boudjemia, A., 2014. *Lateral torsional buckling response of steel beam with different boundary conditions and loading*. Strength of Materials, Vol. 46, Issue 3. s. 429-432. Saatavilla: <https://openurl.ebsco.com/EPDB%3Aagcd%3A14%3A2587278/detailv2?bquery=lateral%20torsional%20buckling%20response%20of%20steel%20beam&page=1&sid=ebsco:ebsco.com:search> [5.9.2024]

EurocodeApplied, 2024. *Table of design properties for flanged steel profiles*. EurocodeApplied.com. Saatavilla: <https://eurocodeapplied.com/design/en1993/ipe-hea-heb-hem-design-properties> [18.7.2024]

Gardner, L., 2011. *Stability of steel beams and columns: In accordance with Eurocodes and the UK National Annexes* [verkkodokumentti]. The Steel Construction Institute SCI: 94 s. Saatavilla: https://www.steelconstruction.info/images/0/0e/Sci_p360.pdf [28.11.2024]

Kabir, I. & Bhowmick, A.K., 2016. *Lateral torsional buckling of welded wide flange beams* [verkkodokumentti]. Structural Stability Research Council. Saatavilla: <https://www.aisc.org/globalassets/continuing-education/ssrc-proceedings/2016/lateral-torsional-buckling-of-welded-wide-flange-beams.pdf> [26.8.2024] s. 14.

Kummala, H., 2018. *Teräsrakenteisen kevyen liikenteen sillan päällysrakenteiden tyypisuunnitelman kehittäminen* [verkkodokumentti]. Oulun yliopisto. Saatavilla: <https://oulurepo oulu.fi/bitstream/handle/10024/11854/nbnfioulu-201806022404.pdf?sequence=1&isAllowed=y> [26.8.2024] 70 s.

Lebastard, M., Couchaux, M., Bureau, A. & Hjjaj, M., 2024. *Lateral-torsional buckling of uniform and tapered welded I-section beams*. Engineering Structures, Vol 303. Saatavilla: <https://www.sciencedirect-com.pc124152 oulu.fi:9443/science/article/pii/S0141029623017169#sec0100> 23 s.

Ongelin, P. & Valkonen, I., 2010. *Hitsatut profiilit EN 1993 -käsikirja*. Uudistettu 3. painos. Hämeenlinna: Rautaruukki Oyj. 608 s. ISBN 978-952-5010-02-2

Rebelo, C., Lopes, N., Simões da Silva, S.L., Nethercot, D. & Vila Real, P.M.M., 2009. *Statistical evaluation of the lateral-torsional buckling resistance of steel I-beams, Part 1: Variability of the Eurocode 3 resistance model*. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 65, Issue. 4. s. 818-831. Saatavilla: <https://www.sciencedirect-com.pc124152 oulu.fi:9443/science/article/pii/S0143974X08001764?via%3Dihub>

Salonen, A., 2018. *Teräsrakenteiden stabiliteettitarkastelujen verifiointi* [verkkodokumentti]. Oulun yliopisto. Saatavilla: <https://oulu.repo.oulu.fi/bitstream/handle/10024/11289/nbnfioulu-201805311972.pdf?sequence=1&isAllowed=y> [26.8.2024] 73 s.

Seres, N. & Fejes, K., 2020. *Lateral-torsional buckling of girders with class 4 web: Investigation of coupled instability in EC3-based design approach*. Advances in Structural Engineering, Vol 23, Issue 11. s. 2442-2457. Saatavilla: <https://openurl.ebsco.com/EPDB%3Aagd%3A15%3A2506751/detailv2?bquery=lateral-torsional%20buckling%20of%20girders%20with%20class%204&page=1&sid=ebsco:ebsco.com:search> [5.9.2024]

SFS-EN 1993-1-1, 2005. *Eurocode 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt*. Suomen standardisoimisliitto SFS: 99 s.

SFS-EN 1993-1-1, 2022. *Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Suomen standardisoimisliitto SFS: 122 s

SFS-EN 1993-1-5, 2006. *Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu. Osa 1-5: Levyrakenteet*. Suomen standardisoimisliitto SFS: 57 s.

SFS-EN 10365, 2017. *Kuumavalssatut U-, I- ja H-teräspalkit. Mitat ja massat*. Suomen standardisoimisliitto SFS: 49 s.

SN003b-EN-EU, 2010. *NCCI: Elastic critical moment for lateral torsional buckling* [verkkodokumentti]. Saatavilla: <https://www.steelconstruction.info/images/0/0f/SN003b.pdf> [26.8.2024] 14 s.

da Silva, L.V. & Mesquita, L.M.R., 2024. *Elastic lateral-torsional buckling of cellular beams*. Structures, Volume 63. Saatavilla: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352012424005447> [26.8.2024] 19 s.

Säilynoja, A., 2022. *Steel beam supported on flexible foundation at elevated temperatures*. Oulun yliopisto. 44 s.

Tiainen, T. & Papula, S., 2020. *Teräsrakenteiden suunnittelu ja mitoitus: Eurocode 3 -oppikirja*. Helsinki: Teräsrakenneyhdistys ry. 335 s. ISBN 952-9683-42-1

Valeš, J. & Stan, T-C., 2017. *FEM modelling of lateral-torsional buckling using shell and solid elements*. Procedia Engineering, Volume 190. s. 464-471. Saatavilla: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705817325055>

Vasios, N., 2015. *Nonlinear analysis of structures: The arc length method*. Harvard university. 33 s. Saatavilla: <https://scholar.harvard.edu/vasios/links/nonlinear-analysis-structures-arc-length-method> [2.12.2024]

Ympäristöministeriö, 2019. *Rakenteiden lujuus ja vakaus: Teräsrakenteet: Kansallinen liite.* Suomen rakentamismääräyskokoelma. Saatavilla: https://ym.fi/documents/1410903/38439968/Terasrakenteet-2019-D829E0A3_9D8E_4730_8E6C_EF076B4642F2-126585.pdf/7638f113-2484-1ac7-096c-ec1a39dc5e4e/Terasrakenteet-2019-D829E0A3_9D8E_4730_8E6C_EF076B4642F2-126585.pdf?t=1603260654037 [21.10.2024]