OULUN YLIOPISTO
UNIVERSITY of OULU

LEPPÄNIEMI, PASI

MATEMAATTINEN LAHJAKKUUS JA OPETUKSEN ERIYTTÄMINEN ALAKOULUSSA

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA
Kasvatustieteiden ja opettajankoulutuksen yksikkö

Luokanopettajan koulutus

2013

OULUN YLIOPISTO
UNIVERSITY of OULU

Kasvatustieteiden tiedekunta **Tiivistelmä opinnäytetyöstä**

Luokanopettajankoulutus		Tekijä **Leppäniemi Pasi**	
Työn nimi Matemaattinen lahjakkuus ja opetuksen eriyttäminen alakoulussa			
Pääaine Kasvatustiede	Työn laji Pro gradu -tutkielma	Aika Toukokuu 2013	Sivumäärä 108 + liitteet (8 kpl)

Peruskoululaisten matematiikan osaamisen taso on heikentynyt Suomessa, mikä ei voi olla vaikuttamatta tulevaisuudessa yhteiskuntaan. On aloja, joilla matematiikan osaaminen on välttämätöntä, mutta tulevaisuudessa matematiikan osaajia ei välttämättä riitä kaikkiin korkeakoulujen koulutusohjelmiin. Heikko osaamistaso voi vaikuttaa jo alakoulun oppisisältöihin siten, että vaatimuksia alennetaan ja opetetaan helpompia asioita, jotta suurin osa oppilaista pysyisi opetuksessa mukana. Tärkeää olisi antaa huomiota myös niille oppilaille, jotka ovat matemaattisesti lahjakkaita. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan kannustaminen ja motivointi sekä mahdollisuus opiskella omalla tasollaan antaa hänelle paremman mahdollisuuden olla tulevaisuudessa matematiikan huippuosaaja. Tässä pro gradu -tutkielmassa tutkittiin matemaattista lahjakkuutta ja matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämiseen liittyviä työtapoja.

Teoriaosan aluksi käsitellään lahjakkuutta ja lahjakkuusteorioita. Tarkemmin perehdytään matemaattiseen lahjakkuuteen ja matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamiseen. Teoriaosan toinen pääluku käsittelee opetuksen eriyttämistä. Yksityiskohtaisemmin käydään läpi opetuksen nopeuttamista, ryhmittelyä ja opetuksen rikastamista sekä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämistä.

Tutkimuksen kohteena ovat 3.-6. -luokkien luokanopettajien käsitykset matemaattisesta lahjakkuudesta ja matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämisestä. Tutkimusaineiston keräämiseksi rakennettiin mittari ja tutkimusaineiston kerääminen toteutettiin kuusisivuisella paperisella kyselylomakkeella kevään ja syksyn 2012 aikana. Kyselylomakkeita lähetettiin satunnaisesti valituille alakouluille ympäri Suomea yhteensä 394. Vastauksia saatiin 88, jolloin vastausprosentti on 22,3 %. Kyselylomakkeessa oli sekä Likert-asteikollisia monivalintakysymyksiä että avoimia kysymyksiä. Tutkimus on otteeltaan kvantitatiivinen survey-tutkimus, jossa tutkimustulosten perusteella pyritään kuvailemaan, vertailemaan ja selittämään tutkimusongelmia ja niihin liittyviä ilmiöitä.

Aineiston analysointi suoritettiin IBM SPSS Statistics 19 tilastonkäsittelyohjelmalla. Analysointimenetelminä käytettiin pääkomponenttianalyysiä, t-testiä ja sen non-parametrista vastinetta U-testiä sekä yksisuuntaista varianssianalyysiä ja sen non-parametrista vastinetta Kruskal-Wallisin testiä. Aineiston kuvailuun käytettiin aritmeettista keskiarvoa, keskihajontaa, mediaania, moodia ja frekvenssiä. Monivalintakysymysten muuttujista muodostettiin pääkomponentteja ja tutkittiin, miten vastaajien taustatekijät vaikuttivat annettuihin vastauksiin.

Saatujen vastausten perusteella 3.-6. -luokkien luokanopettajien mielestä matemaattisesti lahjakkaalla oppilaalla on hyvä hahmotuskyky, ja hän on loogisesti ajatteleva sekä ongelmanratkaisukykyinen. Vähiten häneen yhdistettiin ominaisuudet "lahjakas vain matematiikassa" ja "käytökseltään haasteellinen". Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämisessä käytetyimpiä työtapoja olivat oppikirjan lisätehtävät ja päässälaskutehtävät. Harvimmin käytettiin matematiikkakerhoa ja erityisopettajan antamaa opetusta. Tehokkaimpia työtapoja matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta olivat oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen, pelit sekä matematiikkakerho. Erityisen mielenkiintoinen tutkimustulos on se, että käytetyimmät työtavat eivät ole niitä, jotka ovat vastaajien mielestä tehokkaimpia. Tutkimustulosten perusteella olisi syytä perustaa kouluihin matematiikkakerhoja lahjakkaille oppilaille.

Tässä tutkimuksessa oli luotettavuuden kannalta katsottuna paljon hyviä asioita, mutta myös luotettavuutta heikentäviä seikkoja. Tutkimus oli pääosiltaan validi. Yhden kysymyksen kohdalla oli tulkinnan varaa, joten vastauksia ei saatu siihen asiaan, jota oli tarkoitus kysyä. Tutkimuksen reliabiliteetti oli hyvä. Tutkimuksen luotettavuutta alentaa hieman se, että populaatiosta otettu satunnaisotos ei edustanut populaatiota kuin korkeintaan kohtuullisesti. Toinen luotettavuutta alentava tekijä oli alhainen vastausprosentti.

Asiasanat eriyttäminen, kvantitatiivinen tutkimus, matemaattinen lahjakkuus

SISÄLTÖ

1 JOHDANTO 1

1.1 Opetussuunnitelman merkitys matematiikan opetuksessa ja eriyttämisessä 1

1.2 Tutkimuksen rakenne ja tutkimusongelmat 3

2 LAHJAKKUUSTEORIAT JA MATEMAATTINEN LAHJAKKUUS 5

2.1 Lahjakkuus käsitteenä 5

2.2 Lahjakkuusteoriat 9

2.2.1 Renzullin lahjakkuusmalli 9

2.2.2 Gagnén malli 12

2.2.3 Sternbergin teoria 14

2.2.4 Gardnerin moniälykkyysteoria 16

2.3 Matemaattinen lahjakkuus 17

2.4 Matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden tunnistaminen 21

2.5 Yhteenveto 24

3 LAHJAKKAIDEN OPPILAIDEN OPETUKSEN ERIYTTÄMINEN 26

3.1 Eriyttämisen tavoitteet ja periaatteet 28

3.2 Lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämistapoja 29

3.2.1 Opetuksen nopeuttaminen 30

3.2.2 Ryhmittely 32

3.2.3 Opetuksen rikastaminen 34

3.3 Lahjakkaiden eriyttäminen matematiikassa 37

3.4 Yhteenveto 41

4 TUTKIMUSONGELMAT 43

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN 46

5.1 Tutkimusote 46

5.2 Mittareiden ja muuttujien laatiminen 47

5.3 Tutkimusaineiston kerääminen 50

5.4 Tutkimusaineiston käsittely ja analysointi 51

6 TUTKIMUSTULOKSET 54

6.1 Vastaajien taustatiedot 56

6.2 Matemaattinen lahjakkuus 57

6.3 Lahjakkaiden opetuksen eriyttäminen 61

6.4 Taustamuuttujien vaikutuksen tutkiminen 67

6.4.1 Sukupuoli 71

6.4.2 Ikä 73

6.4.3 Opetettava luokka 75

6.4.4 Opetuskokemus 78

6.4.5 Luokan koko 81

6.4.6 Lisäopinnot matematiikassa 82

6.4.7 Kelpoisuus luokanopettajan työhön 84

6.5 Yhteenveto tutkimustuloksista 84

7 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS 90

7.1 Validiteetti 93

7.2 Reliabiliteetti 94

8 POHDINTA 97

LÄHTEET

LIITTEET (8 kpl)

1 JOHDANTO

Luokanopettajaksi opiskelun alkuvaiheessa olin mukana kurssilla, jossa kurssin osasuorituksena oli ryhmäesseen tekeminen valitsemastaan aiheesta. Meidän ryhmämme aiheeksi valikoitui koululaisen lahjakkuus ja tämän prosessin aikana kiinnostuin aiheesta. Samoihin aikoihin mietin tulevien opinnäytetöiden aihetta. Matematiikka on kiehtonut minua jo pitkään, ja kun yhdistin matematiikan ja lahjakkuuden, niin aihe pro gradu -tutkielmaan oli löytynyt. Ajan myötä minulla heräsi kiinnostus myös matematiikan opettamiseen ja siihen, miten matemaattisesti lahjakkaat oppilaat huomioidaan peruskoulussa.

Jokainen on omalla tavallaan lahjakas. On helppo uskoa, että ihminen turhautuu, ellei hän saa käyttää tätä lahjakkuutta täysipainoisesti hyväksi ja sitä kautta edelleen vahvistaa lahjakkuuttaan. Opettaja kohtaa työssään lahjakkaita oppilaita, joiden kyvyt jollakin osa-alueella ovat huomattavasti kehittyneemmät kuin luokkatovereilla. Tällaisten oppilaiden pitäisi saada opiskella taitojaan ja kykyjään vastaavalla tasolla sekä saada sellaista oppiainesta ja tehtäviä, jotka pitävät mielenkiinnon yllä ja haastavat myös lahjakkaan oppilaan. Opetus suunnitellaan kuitenkin yleensä keskiverto-oppilaalle, jolloin se on heikommille oppilaille liian vaikeaa ja lahjakkaille liian helppoa. Tämän vuoksi opetusta täytyy eriyttää.

1.1 Opetussuunnitelman merkitys matematiikan opetuksessa ja eriyttämisessä

Opetussuunnitelma on etukäteissuunnitelma kaikista niistä toimista, joilla pyritään toteuttamaan kouluille asetetut kasvatustavoitteet ja se ohjaa opettajia järjestämään tarkoituksenmukaisia oppimistilanteita (Hirsjärvi 1992, 132). Opetussuunnitelma on kirjallinen asiakirja, joka ohjaa koulun toimintaa. Siinä ilmaistaan koulun tavoitteet, oppiaines ja oppilasarvioinnin perusteet sekä usein ohjataan myös opetusmenetelmien käytössä. Vuodesta 1994 alkaen kaikki suomalaiset koulut ovat saaneet tehdä oman opetussuunnitelmansa, joka noudattaa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteita. (Uusikylä & Atjonen 2005, 50, 60.) Tällä hetkellä voimassa oleva valtakunnallinen perusopetuksen opetussuunnitelma on vuodelta 2004 ja siihen on tehty täydennyksiä vuonna 2010. Tämän hetkisten suunnitelmien mukaan uusi perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet valmistuisi vuoden 2014 loppuun mennessä, paikallisen opetussuunnitelman tekoon olisi aikaa varattu 1.8.2016 asti ja uusi opetussuunnitelma astuisi voimaan kaikilla vuosiluokilla syyslukukauden 2016 alusta alkaen (Opetushallitus 2012).

Voimassa olevassa opetussuunnitelmassa ja perusopetuslaissa on määritelty matematiikan vuosiviikkotuntien määrät. Vuosiluokilla 1–2 on matematiikkaa yhteensä kuusi vuosiviikkotuntia, vuosiluokilla 3–5 12 vuosiviikkotuntia ja vuosiluokilla 6–9 14 vuosiviikkotuntia eli perusopetuksessa annetaan matematiikan opetusta yhteensä 32 vuosiviikkotuntia. (Korolainen 2012, 5; Opetushallitus 2004, 299–300.) Matematiikan opetus jakautuu siis kolmeen kokonaisuuteen, joiden päätteeksi on opetussuunnitelmassa määritelty hyvän osaamisen kriteerit (Opetushallitus 2012).

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet määrittelee jokaiselle peruskoulussa opetettavalle oppiaineelle keskeiset sisällöt ja oppimistavoitteet vuosiluokittain sekä kertoo lyhyesti oppiaineiden opetuksesta yleisesti. Matematiikan opetuksesta opetussuunnitelmassa on määritelty seuraavasti (Opetushallitus 2004):

> Matematiikan opetuksen tehtävänä on tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen ja matemaattisten käsitteiden sekä yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen. Opetuksen tulee kehittää oppilaan luovaa ja täsmällistä ajattelua, ja sen tulee ohjata oppilasta löytämään ja muokkaamaan ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin. Matematiikan merkitys on nähtävä laajasti – se vaikuttaa oppilaan henkiseen kasvamiseen sekä edistää oppilaan tavoitteellista toimintaa ja sosiaalista vuorovaikutusta.
>
> Matematiikan opetuksen on edettävä systemaattisesti, ja sen tulee luoda kestävä pohja matematiikan käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Konkreettisuus toimii tärkeänä apuvälineenä yhdistettäessä oppilaan kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään. Arkipäivän tilanteissa eteen tulevia ongelmia, joita on mahdollista ratkoa matemaattisen ajattelun tai toiminnan avulla, tulee hyödyntää tehokkaasti. Tieto- ja viestintätekniikkaa tulee käyttää oppilaan oppimisprosessin tukemisessa.

Opetussuunnitelma ottaa jonkin verran kantaa myös lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämiseen. Oppimissuunnitelma on työkalu, jonka avulla voidaan eriyttää opetusta sekä auttaa koulua ja opettajia turvaamaan oppilaan mahdollisuudet opiskella parhaalla mahdollisella tavalla. Oppimissuunnitelma voidaan laatia kaikille oppilaille ja siinä määritellään oppilaan mahdolliset valinnaiset opinnot ja opiskelun erityiset painoalueet. Kasvatus- ja opetustoiminnan tukemiseksi koulussa voidaan järjestää kerhotoimintaa, jonka on perusopetuksen tavoitteiden mukaisesti tuettava oppilaan kasvua ja itsensä monipuolista kehittämistä. Kerhotoimintaan osallistuminen on oppilaille vapaaehtoista. (Opetushallitus 2004, 22–23, 25.) Lisäksi perusopetuslaki määrittelee, että oppilaan opiskelu voidaan järjestää osittain toisin, jos hänellä katsotaan olevan joltakin osin ennestään perusopetuksen oppimäärää vastaavat tiedot ja taidot (Korolainen 2012, 6–7).

Perusopetuksen opetussuunnitelman muutoksissa ja täydennyksissä opetuksen eriyttäminen otetaan huomioon voimakkaammin. Eriyttäminen on ensisijainen keino ottaa huomioon opetusryhmän tarpeet ja oppilaiden erilaisuus sekä vaikuttaa oppimismotivaatioon. Opetusta eriyttämällä oppilaat saavat sopivia haasteita ja onnistumisen kokemuksia sekä mahdollisuuden opiskella omia kykyjään vastaavalla tasolla. Eriyttäminen voidaan kohdistaa esimerkiksi opetussisältöihin tai -materiaaleihin, oppilaita voidaan ryhmitellä joustavasti tai oppilaita voidaan ohjata oppimaan heille parhaiten sopivalla tavalla. (Opetushallitus 2010, 9.)

1.2 Tutkimuksen rakenne ja tutkimusongelmat

Lahjakkuutta on tutkittu paljon, joten määrittelen tutkielmani luvussa 2.1 sen, mitä lahjakkuus on ja lisäksi esittelen keskeisiä lahjakkuusteorioita luvussa 2.2. Seuraavaksi käsittelen matemaattista lahjakkuutta ja matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden tunnistamista luvuissa 2.3 ja 2.4. Teoriaosan toinen pääluku käsittelee lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämistä. Lahjakkaita voidaan eriyttää monella tavalla. Luvussa 3.2 olenkin esitellyt yleisimpiä eriyttämisen keinoja.

Tulevana luokanopettajana haluan ottaa huomioon myös lahjakkaat oppilaat oppitunneilla, erityisesti matematiikassa. Matemaattisen lahjakkuuden yksiselitteinen määrittely on kuitenkin vaikeaa, niinpä halusin tutkielmassani tutkia mitä matemaattinen lahjakkuus oikeastaan on ja miten sen tunnistaa. Uutena opettajana omien työtapojen luonti lähtee liikkeelle siitä, millaisia omat koulukokemukset ovat. Halusin selvittää tutkielmassa myös millaisia keinoja muut opettajat käyttävät eriyttäessään matemaattisesti lahjakkaita oppilaita, ja mitkä näistä keinoista ovat opettajien mielestä tehokkaita. Näistä asioista muodostin kaksi päätutkimusongelmaa, joita molempia tarkennetaan kahdella alaongelmalla. Tutkimusongelmat kokonaisuudessaan esitellään neljännessä luvussa.

Viidennessä luvussa kerron tutkielman metodologiasta ja tutkimusosan yksityiskohtaisesta toteuttamisesta ja tulosten analysoinnista. Tutkimuksen aineisto on hankittu kyselylomakkeen avulla 3.-6. -luokkien luokanopettajilta kevään ja syksyn 2012 aikana. Vastauksia sain 19 eri koulusta yhteensä 88.

Kuudennessa luvussa kerron tutkimustulokset ja millaisia vastauksia sain tutkimusongelmiin. Lisäksi tutkin, miten vastaajien taustatekijät vaikuttivat heidän vastauksiinsa. Tässä luvussa kerron myös yksityiskohtaisemmin tilastonkäsittelyohjelman erilaisista analysointimenetelmistä, joita aineiston analyysissä käytettiin. Tämän luvun lopuksi keskeiset tutkimustulokset esitellään vielä kerran yhteenvedon muodossa.

Seitsemännessä luvussa kerron tutkimuksen luotettavuudesta. Reliabiliteetti ja validiteetti ovat olennainen osa tutkimuksen luotettavuuden arviointia, joten niillä molemmilla on omat alalukunsa. Arvioin myös tämän tutkimuksen luotettavuutta reliabiliteetin ja validiteetin avulla sekä arvioin suomenkielisten koulujen 3.-6. -luokkien luokanopettajien populaatiosta otetun satunnaisotoksen realistisuutta opetushallituksen ”opettajat Suomessa 2010” -seurantaraportin perusteella.

Viimeisenä lukuna on pohdinta, jossa pohdin prosessia kokonaisuudessaan ja millaisia jatkotutkimusaiheita se minussa herätti sekä miten tutkimustuloksissa näkyvät teoriaosassa esitellyt asiat.

2 LAHJAKKUUSTEORIAT JA MATEMAATTINEN LAHJAKKUUS

Lahjakkuutta on jopa satoja eri lajeja, määrittelystä riippuen. Lahjakas yksilö voi olla lahjakas yhdellä tai useammalla osa-alueella. On myös mahdollista että hän on jollain toisella alueella selvästi keskimääräistä heikommalla tasolla. Joskus voi käydä jopa niin, että lahjakas löytää lahjakkuusalueensa vasta aikuisiällä tai se jää kokonaan löytymättä. Tällaisessa tapauksessa hän ei todennäköisesti ole saanut tukea läheisiltään tai opettajaltaan, jolloin lahjakkuus on jäänyt kehittymättä sille tasolle, jolle sen olisi ollut mahdollista kehittyä oikeissa olosuhteissa. (Uusikylä 1994.)

Tämän luvun tarkoituksena on käsitellä lahjakkuutta teoreettisesta näkökulmasta. Lahjakkuuden tutkijat ovat kehitelleet runsaasti erilaisia lahjakkuusteorioita, joista käyn keskeisien teorioiden pääkohdat läpi. Toisaalta syvennytään hieman matemaattiseen lahjakkuuteen sekä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamiseen. Matemaattinen lahjakkuus, joka on eräs lahjakkuuden osa-alue, kuvataan usein matemaattisena kyvykkyytenä. Lahjakkuuden tunnistamiseen on kehitelty avuksi erilaisia tunnistamismenetelmiä ja -listoja. Tämän lisäksi esitellään seikkoja, jotka voivat estää syystä tai toisesta matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamisen.

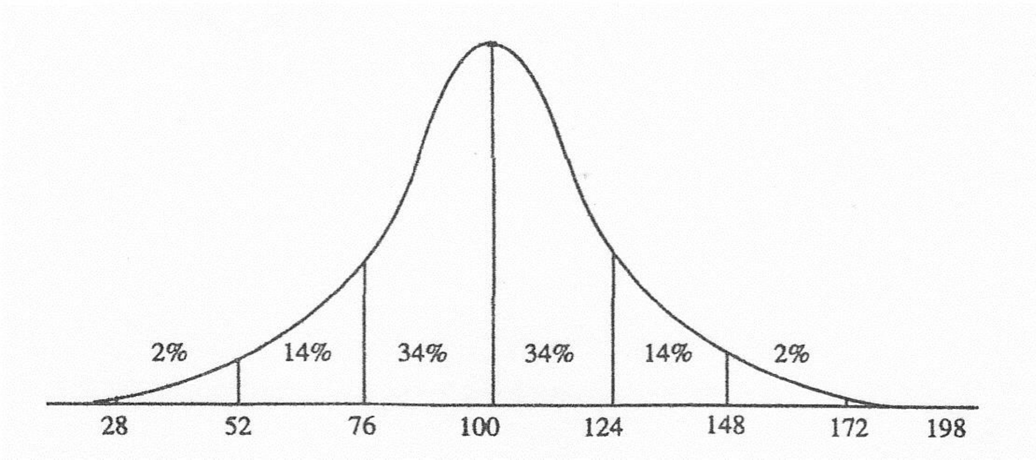
2.1 Lahjakkuus käsitteenä

Uusikylän (1989, 7) mukaan lahjakkuus on kulttuurisidonnainen käsite ja se käsitetään eri tavalla erilaisissa kulttuureissa. Muinaisessa Spartassa erinomaiset sodankäyntitaidot rinnastettiin lahjakkuuteen ja samoihin aikoihin Ateenassa arvostettiin akateemisia taitoja, joita opiskeltiin muun muassa Platonin johdolla. Renessanssin aikaan Euroopassa arvostettiin taiteilijoita, arkkitehtejä ja kirjailijoita, jotka saivat osakseen vaurautta ja kunnianosoituksia. (Colangelo & Davis 1997, 5.) Hieman tarkennettuna lahjakkuutta voidaankin sanoa suhteelliseksi käsitteeksi, joka on riippuvainen maantieteellisistä, ajallisista ja kulttuuriin liittyvistä tekijöistä (Uusikylä 1989, 7). Suomessa vuonna 1970 erityisopetuksen suunnittelutoimikunnan I osamietinnössä todettiin ”lahjakkaita oppilaita ovat ne, joiden älyllinen suorituskyky älykkyysosamäärällä mitattuna on poikkeuksellisen hyvä ja toisaalta ne, joiden taipumukset viittaavat erityislahjakkuuteen.” (Holopainen & Laakso 1982, 157; Runsas 1991, 234.)

Moderni lahjakkuudentutkimus sai alkunsa, kun Francis Galton julkaisi vuonna 1869 teoksensa Hereditary Genius. Teoksen sanoma oli lahjakkuuden periytyminen eikä ympäristön ja kasvatuksen vaikutusta ollut huomioitu. Ikävänä puolena oli se, että teos antoi alkusysäyksen rasistiselle rodunparannusopille. Älykkyysosamäärä käsite tuli käyttöön, kun Albert Binet julkaisi vuonna 1905 älykkyystestin, jonka tarkoituksena oli löytää heikkolahjaiset erityiskasvatuksen piiriin. Älykkyysosamäärä ilmaisee yksilön testiälykkyyden suhteessa muihin testattaviin ja älykkyysosamäärien keskiarvo on 100. Binet´n viitoittamalla tiellä jatkoi Lewis M. Terman, jonka vuonna 1916 julkaiseman Stanford-Binet´n älykkyystestin jälkeen älykkyystestien käyttö laajeni varsinkin Yhdysvalloissa. Luovuustutkimus puolestaan koki voimakkaan kasvun J.P. Guilfordin vuonna 1950 amerikkalaisille psykologeille pitämän puheen jälkeen. Hankaluutena on ollut luovuuskäsitteen määrittämisen vaikeus. 1970-luvulta lähtien lahjakkuus on laajentunut pelkän älykkyyden ulkopuolelle, jokaisella on lahjakkuutta, kunhan se löydetään. Metakognitiiviset prosessit ovat korostuneet 1980-luvulta lähtien lahjakkuuden tutkimuksessa. Metakognitiolla tarkoitetaan tietoisuutta omasta ajattelusta sekä kykyä säädellä ja arvioida omia ajatteluprosesseja. (Uusikylä 1994, 14.)

Lahjakkuus on pitkään määritelty älykkyyden avulla ja niinpä korkea älykkyysosamäärä on ollut merkki lahjakkuudesta. Älykkyys puolestaan voidaan määritellä kyvyksi käyttäytyä tarkoituksenmukaisesti uudessa tilanteessa, johon ei saa tukea aiemmasta osaamisesta. Älykkyyttä voidaan mitata älykkyystestillä, jonka tuloksena yksilölle saadaan älykkyysosamäärä, jonka jakautuminen väestössä noudattaa normaalijakaumaa eli Gaussin käyrää. Suomen Mensa ry:n jäseneksi pääseminen edellyttää sellaista älykkyysosamäärää, jonka saavuttaa korkeintaan kaksi prosenttia väestöstä, vuonna 1998 käytössä olleessa testissä tämä älykkyysosamäärä oli 148, Gaussin käyrä kyseisestä testissä esitetään kuviossa

1. (Malin & Männikkö 1998, 8.) Vuonna 2007 käyttöön otetussa testissä tämä älykkyysosamäärä on 131 (Suomen Mensa ry, 2011).



KUVIO 1. Älykkyyttä kuvaavan pistemäärän (älykkyysosamäärän) jakautumista väestössä esittävä normaalijakauma, jonka keskiarvo on 100 ja hajonta 24 (Malin & Männikkö 1998, 8.)

Älykkyys ei kuitenkaan ole sama asia kuin älykkyystestissä menestyminen, sillä ihmisen kaiken älykkyyskapasiteetin tiivistäminen yhteen ja ainoaan numeroon on mahdotonta. Älykkyystestin tulos ei kerro vain yksilön perimästä älykkyydestä, vaan myös ympäristön ja ihmisen omista vaikutuksista älykkyyden kehittymiseen. Älykkyyden mittaamisessa on kyse sellaisen piilossa olevan ominaisuuden mittaamisesta, jota ei voida suoraan havaita. Ongelmana on saada aikaan onnistunut mittaus, jolloin kyettäisiin tarkasti määrittelemään, mitä halutaan mitata ja tehtävät laadittaisiin mittaamaan juuri näitä asioita. Lukuisista virhelähteistä huolimatta älykkyystestien tuloksia voidaan pitää kohtuullisen luotettavina ja testitulokset korreloivat monien eri asioiden kanssa. (Malin 2005, 240–241.)

Perinteinen käsitys älykkyydestä on se, että älykkyys on pysyvä, geenien määräämä, synnynnäinen ja muuttumaton ominaisuus, jota voidaan mitata objektiivisesti älykkyystesteillä. Joskus älykkyyttä jopa kuvaillaan kehäpäätelmällä, ”älykkyys on sitä, mitä älykkyystestit mittaavat”. Tämä psykometrinen testiälykkyyden käsite on kuitenkin muuttumassa dynaamisempaan suuntaan, jolloin korostetaan älykkyyden tilanneriippuvuutta ja sosiaalista puolta. Älykkyyttä voidaankin kuvata sopeutumisena vallitseviin olosuhteisiin riippumatta siitä ovatko ne stabiilit vai muuttuvat. (Portin 1998, 30–31.)

Älykkyys ei kuitenkaan ole pelkästään nerojen yksinoikeus, vaan älykkyys ilmenee kaikessa monipuolisuudessaan myös arkisessa elämässä suhteessa siihen ympäristössään, jossa ihminen elää. Monet ihmiset eivät välttämättä edes huoma oma älykkyyttään, koska se ilmenee vaivihkaa jokapäiväisessä elämässä eikä esimerkiksi ihmiskuntaa mullistavina keksintöinä. (Malin 2005, 239.)

Yhdysvaltain koululaitoksen menettelytapalautakunta on rinnastanut älykkyyden ja lahjakkuuden. Lahjakkaiksi on luokiteltu yksilöt, jotka ovat ylittäneet tietyn älykkyysosamäärän. Älykkyystestien tulokset eivät kuitenkaan aina kerro lahjakkuudesta tai sen määrästä, älyllisessä suorituskyvyssä ei oteta huomioon lasten erilaisia ominaisuuksia ja kykyjä. Saman älykkyysosamäärän omaavat voivat olla lahjakkaita täysin eri alueilla tai lahjakkuuden määrässä voi ilmetä isoja eroja. Myös lasten kasvuympäristö saattaa vaikuttaa testituloksiin. (Thomas & Crescimbeni 1970, 11–12.)

Arvioitaessa lahjakkaiden lukumäärää yhteiskunnassa, poikkeavat arviot huomattavasti toisistaan, riippuen käytetyistä kriteereistä. Käytettäessä esimerkiksi Gallagherin (1967) kolmea koulukyvykkyystasoa, jotka hän on määritellyt käyttäen Stanford-Binetin testillä mitattuja älykkyysosamääriä, päästään arvioon, jossa lahjakkaita on 15–20 %, hyvin lahjakkaita 2–4 % ja erittäin lahjakkaita noin 0,1 % oppilaista. Jos lahjakkuuden älykkyysosamääräraja on alun perin käytetty 130, niin lahjakkaiden määrä on noin 10 % väestöstä ja erittäin lahjakkaita on tällöin 2–3 % väestöstä. Pedagoginen kriteeri määrittelee lahjakkaiksi sellaiset henkilöt, joiden suorituskapasiteetti ylittää selvästi normaalitason. Tällöin lahjakkuuden esiintymistiheys on 18–20 % väestöstä. (Runsas 1991, 235, 237.)

Lahjakkuus voi ilmentyä monella tavalla. Ihmelapsi on eräänlainen lahjakkuusharvinaisuus, joka pystyy alle 10-vuotiaana aikuisen tasoisiin suorituksiin jollakin erityisalueella kuten musiikissa tai matematiikassa. Ihmelapsesta ei kuitenkaan välttämättä tule hallitsemansa alan ammattilaista. Lahjakkuutta voi myös käyttää väärin. Tästä esimerkkinä on nero nimeltä Ted Kaczinsky, joka tunnetaan nimellä myös ”unabomber”. Kuuluisaksi hän tuli pommipaketeista, joita hän lähetti lähes 20 kappaletta vuosien 1978–1994 välisenä aikana yliopistojen professoreille ja lentoyhtiöiden virkailijoille. (Uusikylä 2003, 81–83, 90.)

2.2 Lahjakkuusteoriat

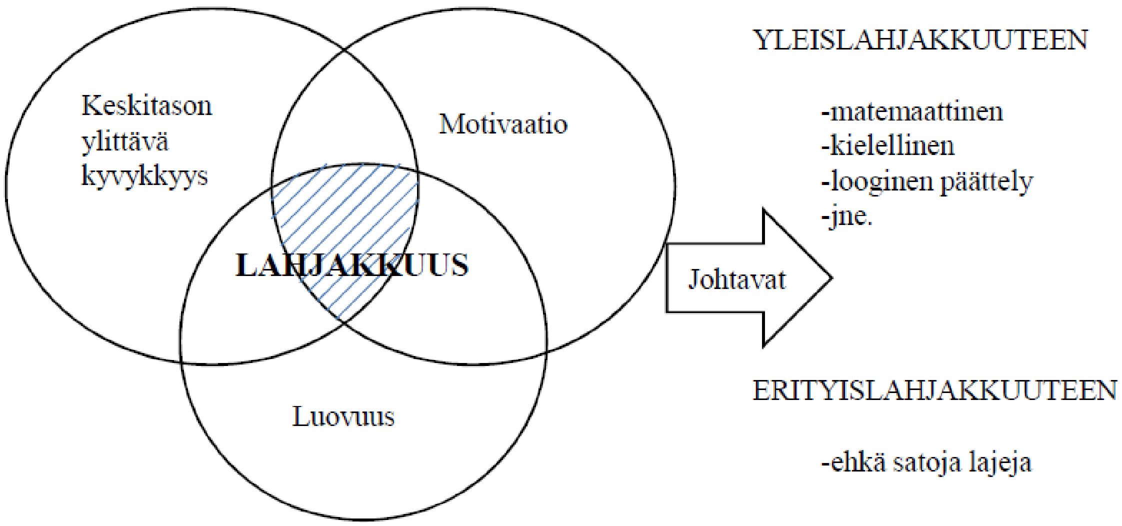
Tutkittaessa lahjakkuutta teoreettisesti, ei voi olla törmäämättä asiantuntijoiden laatimiin lahjakkuusteorioihin ja älykkyysmalleihin, joista esittelen seuraavaksi muutamia. Uusikylän (1994, 44–45) mukaan Sternberg ja Davidson (1986) ovat jaotelleet käsitykset lahjakkuudesta kahteen pääryhmään, implisiittiseen ja eksplisiittiseen teoriaan. Implisiittiset teoriat ovat asiantuntijoiden tai maallikoiden näkemyksiä, eivätkä näin ollen ole testattavissa kokemusperäisesti. Eksplisiittiset teoriat ovat testattavissa empiirisesti ja sikäli ”tieteellisempiä”.

Sternberg ja Davidson jakavat eksplisiittiset teoriat vielä kognitiivisiin ja kehitysteorioihin. Kognitiiviset teoriat korostavat prosesseja, jotka ovat kognitiivisia. Kehitysteoriat kiinnittävät huomion siihen, että lahjakkuuden tajuaminen edellyttää lapsen ja aikuisen kehityksen ymmärtämistä, lahjakkuutta ei voi eristää kulttuurista ja ajan hengestä, sillä lahjakkuuden sisältö vaihtelee ajasta riippuen. Lisäksi kehitysteoreetikot korostavat lahjakkuuden olevan seurausta inhimillisten, yksilöllisten ja yhteiskunnallisten tekijöiden välisestä monimutkaisesta vuorovaikutuksesta. (Uusikylä 1994, 44–45.)

2.2.1 Renzullin lahjakkuusmalli

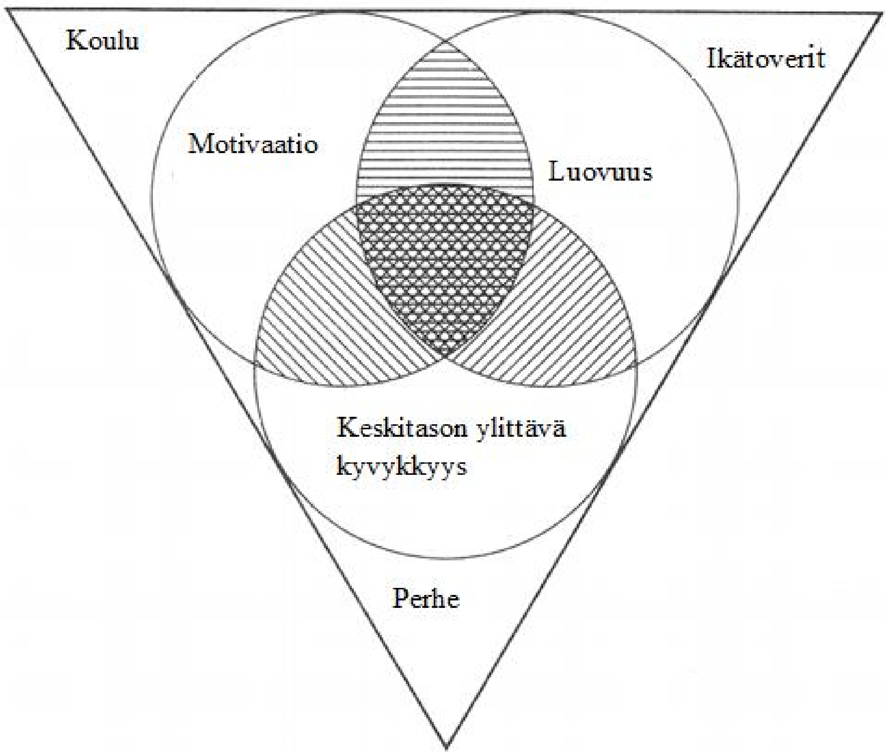
Yhdysvaltalaisen lahjakkuustutkijan, professori Joseph S. Renzullin (1985) kolmen ympyrän lahjakkuusmalli on implisiittiseen teoriaryhmään kuuluva, mutta yksinkertaisuutensa vuoksi on kyseenalaista voidaanko sitä nimittää teoriaksi. Toisaalta yksinkertaisuus ja selkeys antavat opetuksen käytännön suunnittelulle hyvät lähtökohdat ja Renzullin lahjakkuusmalli onkin tunnetuimpia lahjakkaiden opetuksen pohjana käytetyistä malleista. (Uusikylä 1992, 41 ja 1994, 45.)

Kuviossa 2. kuvataan Renzullin lahjakkuusmalli, jossa kukin kolmesta ympyrästä kuvaa yhtä lahjakkuuden keskeistä elementtiä. Nämä elementit ovat keskitason selvästi ylittävä kyvykkyys, opiskelumotivaatio (task commitment) ja luovuus. Näistä keskitason selvästi ylittävä kyvykkyys jakautuu kahteen osaan, yleiseksi lahjakkuudeksi ja erityislahjakkuudeksi. (Lehtonen 1994a, 14–15; Uusikylä 1992, 42; 1994, 45–46.) Renzulli on täsmentänyt lahjakkuusmallin osia jonkin verran. Näistä täsmennyksistä matemaattiseen lahjakkuuteen liittyvät yleisen lahjakkuuden sisältämä korkeatasoinen ajattelu, numeerinen järkeily ja avaruudellinen hahmotuskyky. Erityiskyvyistä puolestaan kyky erotella ongelmaratkaisutilanteissa olennainen informaatio epäolennaisesta sekä kyky hankkia ja käyttää ongelmanratkaisun avuksi tietoa, tekniikoita ja strategioita. Opiskelumotivaation tai ”tehtävään sitoutumisen” voi katsoa kokonaisuudessaan tukevan matemaattista lahjakkuutta ja myös luovuuteen liittyvän uteliaisuuden ja epäilyn. (Uusikylä 1992, 42–43; 1994, 46–47.)



KUVIO 2. Renzullin (1985) kuvaus lahjakkuuden osa-alueista (Uusikylä 1994, 46, mukaillen)

Kolmen ympyrän lahjakkuusmallin tärkeimmäksi sanomaksi koetaan se, että lahjakkuuden lajeja on hyvin runsaasti ja jokainen on omalla tavallaan lahjakas. Lahjakkaiksi luetaan Renzullin mukaan ne, jotka kykenevät soveltamaan kolmen tekijän yhdistelmää jollain hyväksyttävällä inhimillisen elämän osa-alueella. Myöhemmin, ilmeisesti kritiikin vuoksi, Renzulli lievensi kantaansa siten, että kaikkien kolmen elementin ei tarvitse olla läsnä jokaisessa lahjakkuutta vaativassa tilanteessa. Renzullin malli kattaa lähes kaiken lahjakkuuteen liittyvän, mutta kaikenkattavuus on samalla myös heikkous, sillä malli koetaan laajaksi, luettelomaiseksi ja epäteoreettiseksi. (Uusikylä 1992, 41–43; 1994, 45–47.) Mönks ja van Boxtel (1985, 283) ovat esittäneet täydennystä Renzullin malliin. He lisäävät siihen sosiaalisen ympäristön merkityksen, jolloin lahjakkuuden osa-alueet esiintyvät koulun, perheen ja tovereiden muodostamassa sosiaalisessa ympäristössä. Kuviossa 3. esitetään Mönksin ja van Boxtelin versio Renzullin kolmen ympyrän lahjakkuusmallista.



KUVIO 3. Sosiaalisen ympäristön huomioiminen Renzullin lahjakkuusmallissa (Mönks & van Boxtel 1985, 283, mukaillen)

Gagné (1985, 104–107) on kritisoinut Renzullin mallia monestakin syystä. Hänen mielestään mallissa jätetään alisuoriutujat lahjakkaiden ulkopuolelle opiskelumotivaation puutteen vuoksi. Ongelmallisena hän kokee myös luovuuden sisällyttämisen Renzullin malliin, sillä on olemassa aloja, joilla voi olla lahjakas ilman luovuutta, esimerkkinä mainitaan liikunnallinen lahjakkuus, johon ei välttämättä aina tarvitse liittää luovuutta kahden muun elementin lisäksi. Näiden lisäksi Gagné kritisoi käsitettä ”keskitason ylittävä älykkyys”, joka on kovin selkiytymätön. (Emt. 104–107.)

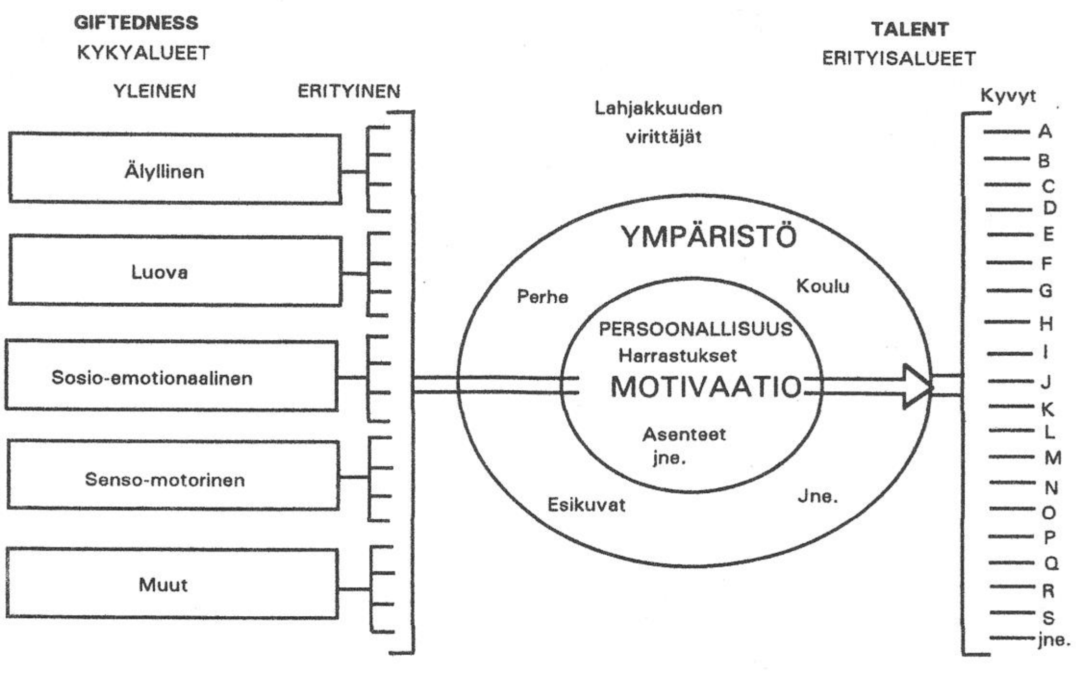
Myös luovuuden yksiselitteinen määrittely on äärimmäisen hankalaa. Malin (2005, 242) on määritellyt luovuuden ”kyvyksi tuottaa tarkoituksella jotain uutta ja ainutlaatuista.” Malin (2005, 243) toteaa myös, että luovuus on suhteellisen riippumatonta älykkyydestä ja se näyttää useimmissa muodoissaan vaativan keskitason ylittävää älykkyyttä, vaikka toisaalta keskitasoinen älykkyys riittää hyvinkin korkeatasoiseen luovuuteen.

2.2.2 Gagnén malli

Gagnén (1991, 65–67) implisiittisiin lahjakkuusteorioihin kuuluva malli erottelee toisistaan lahjakkuuden (giftedness) ja erityislahjakkuuden (talent). Ruokamon (2000, 9) mukaan näiden kahden termin käyttö on ollut sekavaa, jokainen ”talented” on myös ”gifted”, mutta päinvastainen ei ole mahdollista. Lehtosen (1994a, 17) mukaan Gagné (1985, 108) on määritellyt lahjakkuuden ja erityislahjakkuuden käsitteitä seuraavasti:

> Giftedness (lahjakkuus) liittyy kyvykkyyteen, joka on selvästi keskitason yläpuolella yhdellä tai useammalla kykyalueella. Lahjakkuuden toteamiseksi on olemassa kapea-alaisia standardoituja mittareita, joiden avulla voidaan ennustaa yksilön tulevia suorituksia.
> Talent (erityislahjakkuus) ilmenee suorituksissa, jotka ovat selvästi keskitason yläpuolella yhdellä tai useammalla alueella. Erityislahjakkuus liittyy johonkin laajuudeltaan vaihtelevaan inhimilliseen toimintaan ja ilmenee käyttäytymisenä, suorituksina tuolla alueella.

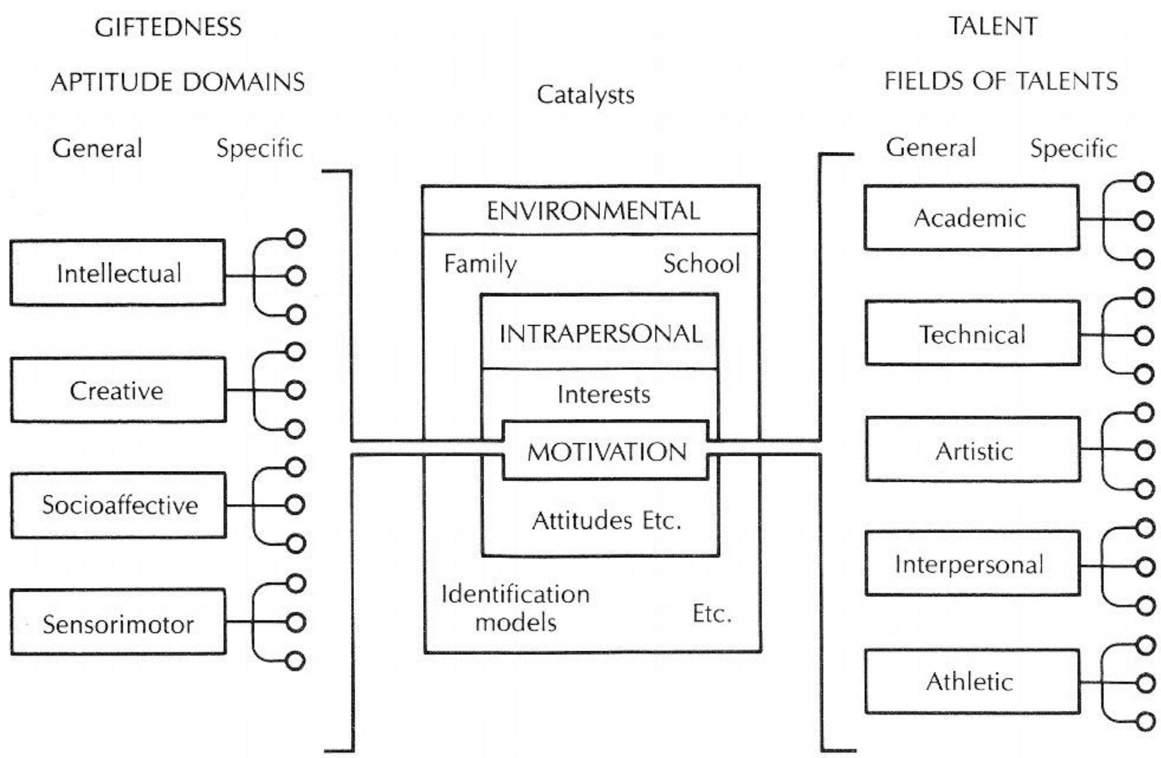
Gagnén vuonna 1985 kehittämä malli on kuvattu kuviossa 4. Vasemmalla ovat kykyalueet, keskellä lahjakkuutta virittävät tekijät ja oikealla lahjakkuuden erityisalueet.



KUVIO 4. Gagnén lahjakkuusmalli vuodelta 1985 (Lehtonen 1994a, 18)

Gagnén lahjakkuusmallissa lahjakkuus on jaettu neljään pääosioon, jotka ovat älyllinen, luova, sosio-emotionaalinen ja senso-motorinen. Nämä jakautuvat edelleen erityiskykyihin, joita ei ole nimetty ristiriitaisten ja riittämättömien tutkimustulosten vuoksi (Uusikylä 1992, 48; 1994, 50). Kykyalueiden ja lahjakkuuden erityisalueiden välissä ovat tekijät, jotka voivat olla apuna lahjakkuuden ilmenemisessä ja kehittymisessä. Lehtosen (1994a, 17) mukaan ”kykyjen kehittymiseen ja suoritusten tasoon eri lahjakkuuden alueilla vaikuttavat ratkaisevasti ympäristötekijät, persoonallisuustekijät ja kiinnostusta suuntaavat motivaatiotekijät.”

Kuviossa 5. esitetään Gagnén vuonna 1991 esittämä päivitetty malli, jossa nimetään myös viisi erityislahjakkuuden osa-aluetta. Nämä osa-alueet ovat akateeminen, tekninen, taiteellinen, ihmisten väliset suhteet ja urheilullinen. Nämä yleiset osa-alueet jakautuvat vielä erityisiin osa-alueisiin. Pientä muutosta on tapahtunut myös lahjakkuuden alueen pääosioiden nimissä, sillä sosio-emotionaalinen on vaihtunut sosioaffektiiviseksi. (Gagné 1991, 67.)



KUVIO 5. Gagnén lahjakkuusmalli vuodelta 1991 (Gagné 1991, 67)

Gagnén mallista voi päätellä, että erityislahjakkuuden kehittymiseen vaikuttavat suuresti lapselle tärkeät henkilöt esimerkiksi kannustuksen ja oman esimerkin kautta. Lahjakkuus on synnynnäistä, mutta osalla se ei ilmene parhaalla mahdollisella tavalla virittävien tekijöiden puutteen vuoksi. Lahjakkuutta pitäisikin opetuksessa vahvistaa esimerkiksi tarjoamalla matemaattisesti lahjakkaille enemmän ja vaativampaa matematiikkaa, jolloin olosuhteet mahdollistaisivat lahjakkuuksien ilmenemisen mahdollisimman korkeatasoisesti (Lehtonen 1994a, 17).

2.2.3 Sternbergin teoria

Robert J. Sternberg on kehittänyt eksplisiittisen, kognitiivisen lahjakkuusteorian ”A triarchic theory of intellectual giftedness”. Sternbergin mukaan lahjakkuutta ei voi kuvata pelkällä älykkyysosamäärällä, vaan hän on jakanut lahjakkuuden kolmeen päälajiin, jotka ovat analyyttinen, syntetisoiva ja praktinen eli käytännöllinen lahjakkuus. (Sternberg 1997, 43–44.)

Analyyttiseen lahjakkuuteen sisältyy kyky pilkkoa ongelma ja ymmärtää sen osasia. Henkilöillä, jotka ovat vahvoja tällä alueella, on tapana menestyä tyypillisimmissä älykkyystesteissä, joissa analyyttiselle päättelykyvylle annetaan suurta arvoa. Syntetisoivasti lahjakas ei välttämättä menesty hyvin tavanomaisissa älykkyyttä mittaavissa testeissä, sillä he näkevät asiat ja ongelmat eri tavalla kuin monet muut, josta seurauksena saattaa olla väärä vastaus. Voidaankin sanoa, että tämän tyylistä lahjakkuutta on hankala mitata olemassa olevilla testeillä. Tyypillisesti syntetisoivaan lahjakkuuteen kuuluu oivalluskykyä, intuitiivisuutta ja luovuutta. Tällaiset henkilöt menestyvät tieteen, taiteen ja kirjallisuuden parissa sekä liikemaailmassa. Praktisesti lahjakkaat pystyvät soveltamaan analyyttistä tai syntetisoivaa kyvykkyyttään jokapäiväisissä käytännöntilanteissa. (Sternberg 1997, 43–44.)

Ihmisillä saattaa olla vahva analyyttinen tai syntetisoiva lahjakkuus, mutta he eivät kykene käyttämään vahvuuksiaan esimerkiksi puutteellisten sosiaalisten taitojen vuoksi. Tietenkään ihmisillä ei yleensä ole vain yhtä tiettyä lahjakkuutta näistä kolmesta, vaan kaikkien kolmen lahjakkuuden sekoitus, joka ajan myötä muuttuu. Yhden lahjakkuuden osa-alueen ollessa todella voimakas ilman muiden osa-alueiden taitoja ei menestys ole paras mahdollinen. Lahjakkuus onkin yhtä paljon lahjakkuuden kolmen osa-alueen tasapainoa kuin yhden tai useamman osa-alueen huippulahjakkuutta. (Sternberg 1997, 43–44.)

Sternberg (1991) pyrkii kognitiivisessa lahjakkuusteoriassaan kuvaamaan sellaisia henkisiä rakenteita ja prosesseja, jotka erottavat lahjakkaat muista ihmisistä. Huomion tulisi kiinnittyä tuotosten sijaan prosesseihin ja keskeisintä ovatkin erot informaation prosessoinnissa. Teorian lähtökohtana voidaan pitää sitä, että lahjakkuudessa on aina huomioitava yksilön sisäiset tekijät, ulkoiset tekijät ja näiden vuorovaikutus. (Lehtonen 1994a, 18; 1994b, 42.)

Stenbergin älykkyysteoria perustuu moderniin kognitiiviseen tutkimukseen. Teoria on kolmitasoinen, sillä Stenberg analysoi älykkyyttä suhteessa 1) ihmisen sisäiseen maailmaan, 2) kokemukseen ja 3) ympäristöön. Teorian ensimmäinen osa, joka käsittelee älykkyyden sisäistä maailmaa, on jakautunut Stenbergin teoriassa kolmeen osaan: suoritus-, tiedonhankinta- ja metatekijöhin. (Hakkarainen, Lonka & Lipponen 1999, 53.)

Uusikylän (1994, 59–60) mukaan Sternberg haluaa ymmärtää lahjakkuutta informaation prosessointiteorian kautta, jossa perusyksikkönä on komponentti. Tässä yhteydessä tulee mukaan käsite metakognitio, jolla tarkoitetaan tietoisuutta omasta ajattelusta sekä kykyä säädellä ja arvioida omia ajatteluprosesseja. Sternberg jakaa teoriassaan komponentit kolmeen osaan, metakomponentteihin, suorituskomponentteihin ja tiedonhankintakomponentteihin. (Emt, 61–65.)

1. Metakomponentit ovat
   a. ongelmien tunnistaminen,
   b. ongelman määrittely,
   c. alemman tason ongelmanratkaisukomponenttien valinta,
   d. ongelmanratkaisustrategioiden valinta,
   e. informaatiomuotojen valinta,
   f. päätökset resurssien saatavuudesta,
   g. ratkaisun ohjaaminen prosessin aikana sekä
   h. ratkaisun evaluointi.
2. Suorituskomponenttien avulla toteutetaan metakomponentteja käyttäen luodut suunnitelmat. Suorituskomponenttien luettelointi on määrästä johtuen mahdotonta.
3. Keskeiset tiedonhankintakomponentit ovat
   a. valikoiva tiedonhankinta,
   b. valikoiva tiedon yhdistäminen sekä
   c. valikoiva tiedon vertaaminen.

Teorian toinen, älykkyyden kokemusosa, pureutuu yksilön selviytymiseen uusissa tilanteissa sekä niitä vastaavien toimintamallien ja menetelmien automatisoitumisen nopeuteen. Kun uuden tilanteen hallitsemisessa tarvittavat toimintamallit automatisoituvat nopeasti, yksilö pystyy käsittelemään entistä monimutkaisempia tilanteita, koska älyllistä kapasiteettia vapautuu ongelmien kohtaamiseen. Teorian viimeisessä, älykkyyden ympäristöön sopeutuvassa osassa, Stenberg määrittelee ”älykkyyden olevan joko tarkoituksenmukaista sopeutumista elinympäristöön, tämän ympäristön muokkaamista tai toisen ympäristön valitsemista yksilön tarpeita silmällä pitäen.” Ihmisen älykkyyden sopeutuvaisuudesta johtuen on ihmisen mahdollista toimia älykkäästi erilaisissa kulttuureissa ja elinympäristöissä. Olennaista on se, että ihminen löytäisi sellaisen ympäristön, jossa hänellä olisi parhaat edellytykset kehittää omia älyllisiä taipumuksiaan. (Hakkarainen ym. 1999, 53–54.)

2.2.4 Gardnerin moniälykkyysteoria

Howard Gardner on luonut eksplisiittisen kehitysteorian, joka tunnetaan nimellä moniälykkyysteoria. Siinä hän jakaa älykkyyden seitsemään eri lahjakkuuteen, joita ovat lingvistinen eli kielellinen, loogis-matemaattinen, spatiaalinen eli avaruudellinen hahmotuskyky, kehollis-kinesteettinen, musikaalinen, intrapersoonallinen eli kyky ymmärtää itseä ja interpersoonallinen eli kyky ymmärtää muita ihmisiä. (Ruokamo 2000, 10.) Myöhemmin hän lisäsi siihen naturalistisen älyn, joka ilmenee kykynä havainnoida luontoa ja sen ilmiöitä, sekä eksistentiaalisen älyn eli ymmärryksen elämästä ja olemassaolosta (Kuusela & Hautamäki 2001, 323–324).

Älykkyyden määritelmäksi ei ole saatu luotua kaikkien hyväksymää yleispätevää määritelmää. Howard Gardnerin ytimekäs määritelmä ”Älykkyys on kyky ratkaista ongelmia tavalla, joka on arvokas ainakin yhden kulttuurin piirissä.” on hyvin suosittu älykkyyden määritelmä. Älykkyys ajatellaan yksilölliseksi kyvyksi, mutta se riippuu monin tavoin myös ympäristöstä. Se mikä on meidän kulttuurissamme älykästä ja älykkyyteen viittaavaa, ei välttämättä ole sitä joissain muissa kulttuureissa ja päinvastoin. (Malin 2005, 238.)

On aivan sama, puhutaanko älykkyyksistä, lahjakkuuksista vai kyvyistä, kunhan jokaisesta käytetään samaa nimitystä. Nimityksen valinta älykkyydeksi liittää Gardnerin teorian älykkyystutkimuksen perinteeseen ja samalla se korostaa sitä, että älykkyyttä on olemassa monipuolisesti ja useita eri lajeja. Gardnerin moniälykkyysteoria antaakin entistä useammalle mahdollisuuden kokea omat kykynsä ja lahjakkuutensa perinteiseen älykkyyteen rinnastettavina ominaisuuksina. Gardnerin mukaan jokaisella on kaikkia älykkyyden lajeja eli ihminen on älykäs monella eri tavalla, mutta ominaisuudet luonnollisesti vaihtelevat yksilöiden välillä. Älykkyyden eri osa-alueet ovat melko itsenäisiä, mutta voivat mennä osittain päällekkäinkin. Samalla ihmisellä voi olla lahjakkuutta useammallakin eri alueella ja toisaalta jonkin lahjakkuuden puute ei ole este muiden alueiden lahjakkuuksien ilmenemiselle. (Malin 2005, 238–239.)

Ei voida olettaa, että kyvykkäillä henkilöillä olisi korkeaa älykkyyttä kaikilla seitsemällä (tai yhdeksällä) älykkyysalueella. Lapsi voi olla niin sanottu ihmelapsi, jollain älykkyysalueella, mutta jollain toisella alueella hän voi olla jopa ikäisiään selvästi heikompi. (Uusikylä 1994, 69.) Tämän tutkimuksen kannalta tärkeimmät Gardnerin lahjakkuuksista ovat loogis-matemaattinen ja spatiaalinen lahjakkuus.

Loogis-matemaattinen lahjakkuus ilmenee jo lapsuudessa laskutaitona sekä myöhemmin esimerkiksi deduktiivisen ja induktiivisen päättelyn taitona. Matemaatikot tarvitsevat ehdottomasti tätä lahjakkuutta menestyäkseen alallaan. Spatiaalinen lahjakkuus eli avaruudellinen hahmotuskyky ilmenee lapsuudessa esimerkiksi palapelien ja muiden rakentelutehtävien helppoutena. Myöhemmin tästä lahjakkuudesta on apua muun muassa insinöörin, mekaanikon ja kuvanveistäjän ammateissa, joissa taitoja ei kuitenkaan käytetä hyväksi samantyylisesti, vaan mekaanikon on ymmärrettävä koneiden eri osien välisistä suhteista ja kuvanveistäjä käyttää lahjakkuuttaan tilan ja perspektiivien käytössä. (Uusikylä 1994, 67.)

2.3 Matemaattinen lahjakkuus

Matemaattinen lahjakkuus herättää jonkinlaisia mielikuvia suurimmassa osassa meistä, mutta millaisena se nähdään kirjallisuudessa ja asiantuntijoiden silmin? Matemaattinen lahjakkuus ei ole konkreettinen asia tai esine, joka esiintyy aina samalla tavalla samanlaisissa olosuhteissa, vaan se on vaikeasti tai jopa mahdottomasti määriteltävä ominaisuus ihmisessä. Väestöstä 2–3 % voidaan lukea kuuluvan matemaattisesti lahjakkaisiin (Miller 1990).

Eräs kasvattajan kannalta mielenkiintoinen kysymys on se, onko matemaattinen kyvykkyys mahdollista hankkia vai onko se synnynnäinen ominaisuus. Ruokamon (2000, 20) mukaan tutkijoiden käsitykset tämän asian suhteen ovat varsin yksimielisiä. Krutetskii (1976, 22–23) kertookin, että matemaattiset kyvyt eivät ole pelkästään synnynnäisiä, vaan ne on mahdollista hankkia kokemuksen kautta ja ne muotoutuvat tiettyjen taipumusten pohjalta. Taipumusten merkitys on minimaalinen yksinkertaisissa kyvyissä ja todella suuri merkittävissä matemaattisissa kyvyissä. Niinpä Krutetskiin mukaan kenestä vain voi tulla tavallinen matemaatikko, mutta merkittäväksi matemaatikoksi on synnyttävä (Emt., 22–23).

Ruokamon (2000, 18) mukaan matemaattista lahjakkuutta on ajan saatossa yritetty määritellä useasti, siinä kuitenkaan onnistumatta. Koska tutkijoiden parissa ei ole pystytty saavuttamaan yksimielisyyttä matemaattisen lahjakkuuden määritelmästä, niin useimmissa tutkimuksissa käytetäänkin matemaattisen lahjakkuuden sijaan termiä matemaattinen kyvykkyys. Sen sijaan konsensus vallitsee siinä, että tavallinen matemaattinen koulukyvykkyys ja luova matemaattinen kyvykkyys erotetaan toisistaan. Käytännössä ensimmäinen tarkoittaa kykyä pärjätä koulumatematiikan opiskelussa ja jälkimmäinen on kyvykkyyttä tieteelliseen matemaattiseen toimintaan.

Zimmermannin (1986, 19) mukaan matemaattista lahjakkuutta ei voi määritellä yksikäsitteisesti, sillä kaikkiin määritelmiin vaikuttavat erilaiset reunaehdot, joita ovat muun muassa koulujärjestelmä, oppilaiden ikä, eri käsitykset matematiikan olemuksesta, yhteiskunnan kasvatusjärjestelmien puutteellisuudet sekä kasvatuksen tavoitteet. Hän kuitenkin märittelee matemaattisen lahjakkuuden olevan joukko yksilön testattavissa olevia kykyjä. Arvioitaessa yksilön kyvyt hyviksi lähes kaikilta osilta, voidaan olettaa hänen kykenevän tulevaisuudessa toimimaan menestyksellisesti matematiikassa ja sen lähialoilla. (Emt., 19–20.) Tällaisia kykyjä Zimmermann (1987, 100) mainitsee olevan aineiston järjestely, säännönmukaisuuksien havaitseminen, ongelman kuvauksen vaihtaminen ja säännönmukaisuuksien havaitseminen uudessa osassa, hyvin mutkikkaiden rakenteiden ymmärrys ja työskentely niiden parissa, käänteinen prosessointi sekä ongelmien rakenteiden löytäminen.

Virallisen määritelmän puuttuessa, asiantuntijat ovat muodostaneet muun muassa listoja niistä ominaisuuksista, joita he katsovat matemaattisesti lahjakkailla tyypillisesti olevan. Leino (1977, 21–22) ajattelee, että matemaattiseen kyvykkyyteen kuuluu taito hankkia suullista ja kirjallista matemaattista tietoa, ymmärtää, käsitellä ja tuottaa sitä sekä lisäksi kyvyn käyttää tietoa itsenäisesti erilaisissa sovelluksissa. Myös matemaattisen tiedon muistaminen voidaan sisällyttää tähän listaan.

Koskinen ja Sieppi (1994, 12–13) kertovat Feldhusenin (1986) luetelleen neljä tekijää, jotka liittyvät aina lahjakkuuteen. Nämä tekijät ovat yleinen älykkyys, myönteinen minäkuva, motivaatio menestyä sekä erityiskyvykkyys jollain osa-alueella. Lisäksi lahjakkuus ilmenee Feldhusenin mukaan muuan muassa seuraavina piirteinä (Emt., 13):

1. Laaja tietomäärä tai poikkeuksellisia taitoja hyvin nuorena,
2. hyvä muisti ja järkeilykyky tulevat näkyviin varhain,
3. hyvä keskittymiskyky, halu omistautua opiskelulle, korkea energiataso,
4. riippumattomuus, halu opiskella yksin,
5. vahva minäkuva, johon kuuluu sisäinen kontrolli ja käsitys itsestä luovana persoonana,
6. hakeutuminen muiden lahjakkaiden lasten ja aikuisten seuraan,
7. voimakas keskittyminen yksityiskohtiin työskentelyn aikana ja
8. taiteellisista kokemuksista hyötyminen ja nauttiminen.

Haapasalo (1997, 309–310) on muokannut seuraavan listan matemaattisesti lahjakkaan oppilaan kriteereistä Hampurin yliopistossa suoritetussa Begabtenförderung -projektissa määriteltyjen kriteerien perusteella.

1. Oppilas osaa organisoida tavanomaista vaativampaa tietoa sekä tunnistaa tavanomaista monimutkaisempia säännönmukaisuuksia ongelmanasettelussa.
2. Oppilas kykenee havaitsemaan ja hallitsemaan tavanomaista monimutkaisempia ongelman struktuureja.
3. Oppilas kykenee suorittamaan ongelman tilojen välillä joustavasti erilaisia operaatioita sekä näiden käänteisiä operaatioita.
4. Oppilas kykenee näkemään ongelman osana laajempaa ongelmakenttää (silloin kun tällainen on löydettävissä) ja muotoilemaan uusia ongelmia.

Krutetskii on laajojen tutkimustensa perusteella kuvaillut, miten matemaattisesti lahjakkaat lapset erottautuvat muista ikäisistään. Ruokamo (2000, 21–22) on mukaillut näitä ajatuksia seuraavasti. Matemaattisesti lahjakkaat:

1. pystyvät näkemään ongelman matemaattisen sisällön sekä analyyttisesti että synteettisesti,
2. ovat nopeita yleistämään ongelman sisällön ja ratkaisun metodin,
3. pystyvät käyttämään supistettua ongelmanratkaisumallia, jos ovat ratkaisseet aikaisemmin samantyyppisiä ongelmia, oppivat melko nopeasti näkemään tietyn osan ongelmanratkaisua itsestään selvänä,
4. osaavat ajatella joustavasti ja sopeutuvat helposti erilaisiin kognitiivisiin prosesseihin,
5. pystyvät säätämään ongelmanratkaisutekniikkaansa, jos se osoittautuu huonoksi,
6. etsivät yksinkertaisia, elegantteja ratkaisuja,
7. pystyvät helposti kääntämään ajatuskulkunsa vastakkaiseksi,
8. tutkivat vaikeita ongelmia tarkasti, ennen kuin alkavat ratkaista niitä,
9. muistavat ongelmien ja ratkaisujen perusrakenteen ja
10. väsyvät vähemmän matematiikan tunneilla kuin muiden aineiden tunneilla.

Myös Sheffield (1994,3) on laatinut listan matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle tyypillisistä piirteistä. Tässä listassa on huomioitavaa se, että lista ei sisällä lainkaan nopeaa ja virheetöntä mekaanista laskenta, koska se ei ole välttämätön edellytys matemaattiselle lahjakkuudelle. Monet lahjakkaat oppilaat ovatkin kärsimättömiä yksityiskohtien kanssa eivätkä suorita peruslaskutoimitusten laskemista huolellisesti. Sheffieldin (1994, 3) mukaan matemaattisesti lahjakkailla esiintyy tyypillisesti seuraavia luonteenpiirteitä:

1. Varhainen tietoisuus, uteliaisuus ja ymmärrys määrällisestä tiedosta.
2. Kyky havaita, kuvitella ja yleistää kaavoja ja suhteita.
3. Kyky ajatella analyyttisesti, deduktiivisesti ja induktiivisesti.
4. Kyky muuttaa ajatteluprosesseja ja vaihtaa metodeja helposti.
5. Kyky työskennellä matemaattisten käsitteiden avulla sujuvasti, joustavasti ja luovasti.
6. Pystyy tarmokkaasti ja sitkeästi ratkomaan vaikeitakin pulmia.
7. Kyky siirtää opittu asia uuteen asiayhteyteen.
8. Kyky laatia matemaattisia pulmia.
9. Kyky työskennellä monipuolisesti ja sivuuttaa epäolennainen tieto tarvittaessa.

Sukupuolella on oma vaikutuksensa ihmisten ajatusmaailmaan siitä, kuka on lahjakas tai kyvykäs milläkin osaamisalueella. Uusikylän (2003, 199) mukaan naisten ja miesten älykkyydessä ei ole eroja, mutta pojat saavuttavat hieman parempia tuloksia matematiikan alueella, tyttöjen menestyessä paremmin kielellisen lahjakkuuden alueella. Lederin (1992) mukaan useista amerikkalaisista metatutkimuksista ilmenee, että sukupuolten välinen ero on pienentynyt edellisten vuosikymmenten aikana. Eräänä syynä tyttöjen matalampaan matematiikan osaamistasoon nähdään ympäristön asenteet tyttöjen matematiikan opiskeluun ja toisaalta myös alakoulun lopussa ilmenevä menestymisen pelko. (Lindgren 2004, 385.) Omalta osaltaan ihmisten ajatusmaailmaa muokkaa se, että Suomessa matematiikkaan liittyvät valinnat ovat selkeästi sukupuolittuneet eli tytöt ovat vähemmistönä lukion pitkän matematiikan kursseilla ja teknisillä opiskelualoilla jatko-opinnoissa. Lisäksi poikien oppimisstrategiat ovat itsenäisempiä sekä itseluottamus ja arviot omista kyvyistä korkeammat kuin tytöillä, vaikka suorituksissa ei ole sukupuolten välillä eroa. (Hannula, Kupari, Pehkonen, Räsänen & Soro 2004, 170.)

2.4 Matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden tunnistaminen

Oppilas saattaa lahjakkuudestaan huolimatta jäädä tunnistamatta ja toisaalta lahjakkaaksi voidaan tunnistaa oppilas, jolla ei kuitenkaan ole riittäviä kykyjä. Kokemus auttaa opettajaa tällaisessa tunnistustehtävässä. Lehtosen (1994a, 24–25) mukaan opettajien kyky havaita lahjakkaat oppilaat luokassa paranevat huomattavasti lyhyelläkin koulutuksella, jossa tutustutaan lahjakkuuden monipuolisuuteen käsitteenä sekä erilaisiin lahjakkuusteorioihin.

Lahjakkuuden tunnistamisen apuvälineiksi on kehitelty erilaisia tunnistamismenetelmiä. Parhaan tuloksen saamiseksi on suositeltavaa käyttää useampia erilaisia tunnistamismenetelmiä rinnakkain. Menetelminä voidaan käyttää muun muassa älykkyyden yksilö- ja ryhmätestejä sekä erilaisia koulusaavutustestejä. Myös opettajan, vanhempien ja koulutovereiden havainnointi antaa hyödyllistä tietoa. Matemaattisesti lahjakkaita on pyritty löytämään myös erilaisten, tätä tarkoitusta varten suunniteltujen, matemaattisten testistöjen ja kilpailuiden avulla. (Ruokamo 2000, 11, 23.) Lahjakkaiden tunnistamisen apuna voivat toimia myös tunnistamislistat, joiden käyttö kehittää opettajien taitoa tunnistaa lahjakkaita oppilaita (Koskinen & Sieppi 1994, 15).

Eräs tunnistusmenetelmä on arviointi koulumenestyksen perusteella, mutta pelkästään sen käyttö tunnistamismenetelmänä ei ole missään tapauksessa suositeltavaa, sillä koulumenestykseen voi päästä kovalla työnteolla ilman erityistä lahjakkuutta (Lehtonen 1994a, 21). Toinen ääripää on lahjakkaiden alisuoriutuminen, jolloin kyseessä on selkeä ristiriita oppilaan lahjakkuuden ja suoritustason välillä eikä koulumenestys ole erityisen hyvä (Uusikylä 1989, 21).

Lahjakkuutta on perinteisesti tunnistettu erilaisilla psykometrisilla testeillä, joista useimmat keskittyvät verbaaliseen, numeeriseen ja spatiaaliseen järkeilyyn. Esimerkiksi Gardnerin moniälykkyysteoriassa on useita lahjakkuuden alueita, jotka jäävät näiden ulkopuolelle, joten osa lahjakkaista saattaa jäädä tunnistamatta, jos luotetaan vain älykkyystestien tuloksiin. Psykometrisen testauksen vastakohtana voidaan pitää dynaamista lahjakkuuden arviointia, jossa arvioidaan lapsen oppimispotentiaalia, eli miten suoritus paranee ajan kuluessa ja miten lapsi oppii uutta asiaa. Dynaamiseen arviointiin kuuluu kolme vaihetta, jotka ovat alkutesti, opetus tai oppiminen ja lopputesti. Alkutesti selvittää mitä oppilas tietää asiasta ennen opetusta. Alkutestin perusteella opettaja opettaa asioita, joita oppilas ei vielä osaa. Lopputestissä selviää miten paljon oppilas hyötyi opetuksesta. Vahvaa oppimispotentiaalia osoittaa oppilas, jonka taidot kasvavat opiskelun aikana suhteellisen paljon. Dynaaminen arviointi liittyy aina tiettyyn tehtävään eikä näin ollen mittaa yleistä kyvykkyyttä. (Mäkelä 2009, 6–8.)

Ei ole aivan sama, miten tunnistamismenettelyt toteutetaan, vaan Richert kehottaa huomioimaan seuraavia asioita jo suunnitteluvaiheessa (Koskinen & Sieppi 1994, 14):

1. Tunnistamismenettelyjen tulee suuntautua kaikkien oppilaiden parhaille kiinnostuksen kohteille,
2. tunnistamislistoissa olevien piirteiden tulee perustua tutkimustuloksiin,
3. kaikilla oppilailla tulee olla tasavertainen mahdollisuus tulla tunnistetuksi,
4. lahjakkuus tulee nähdä mahdollisimman laaja-alaisesti,
5. mahdollisimman moni lahjakas oppilas tulee tunnistaa ja heille tulee tarjota sen mukaista opetusta sekä
6. tunnistamismenettelyjä suunniteltaessa on huomioitava paikalliset olosuhteet ja voimavarat.

Mäkelän (2009, 4–5) mukaan lahjakkaiden tunnistamisessa on hyvä ottaa huomioon seuraavat asiat:

1. Lahjakkuus tulisi nähdä moniulotteisena, sillä lahjakkuus voi ilmetä useilla eri alueilla.
2. Lahjakkuus voi olla jo näkyvää erinomaisuutta yhdellä tai useammalla alueella tai se voi olla vielä piilevää erinomaisuutta.

3. Lapsi voi olla lahjakas yhdellä yksittäisellä tai useammalla alueella. Lahjakkaalla voi olla myös samanaikaisesti oppimisvaikeutta ja käytösongelmia.
4. On hyvä huomioida se, minkä ikäisestä henkilöstä on kyse. Pienillä lapsilla tunnistamista vaikeuttaa kehityksen eri osa-alueiden nopeus ja epätasaisuus.
5. On tarkasteltava myös alhaisista sosioekonomisista perheistä tulevia ja vähemmistöön kuuluvia oppilaita, sillä heidän taitonsa eivät välttämättä paljastu perinteisissä testeissä.
6. Tunnistamisen on oltava tasapuolista ja sopivaa sekä olisi käytettävä useita tunnistamismenetelmiä rinnakkain.

Matemaattisesti lahjakkailla lapsilla on havaittu tiettyjä käyttäytymismalleja. Matemaattisesti lahjakkaita lapsia saattaa jo hyvin varhain kiehtoa muun muassa laskeminen, numerot, numeropelit, muodot ja palapelit. Tuntomerkkeinä voivat olla myös loogisuus ja järjestelmällisyys, esimerkiksi jo pienenkin lapsen omat tavarat voivat olla järjesteltynä koon, värin tai muiden ominaisuuksien mukaan riveihin tai pinoihin. Laskeminen ja numeroiden huomaaminen voi olla jopa pakonomaista, lapsi saattaa huomioida muun muassa puhelinnumeroita tai auton rekisteritunnusten numeroita, joita laskee tai etsii niistä loogisia yhtäläisyyksiä, jolloin jotkut numerot ovat miellyttäviä ja jotkut epämiellyttäviä. (Marjoram & Nelson 1985, 193.)

On selvää, että kaikkia lahjakkaita ei pystytä tunnistamaan. Tunnistajista johtuvia syitä voi olla monia erilaisia, mutta joskus syy voi olla oppilaassa, joka haluaa kätkeä ”poikkeavuutensa” ja olla tavallinen lapsi vailla lahjakkuuden tuottamaa sosiaalista painetta.

Thomas ja Crescimbeni (1970, 69–73) ovat pohtineet millä asioilla on vaikutusta siihen, että lahjakas lapsi jää tunnistamatta. Lahjakkailla on hyvin paljon samoja ominaisuuksia, piirteitä ja harrastuksia kuin muilla luokkatovereilla, joten tällä saralla ei ole olemassa mitään vain lahjakkaille tyypillisiä ominaisuuksia. Tunnistaminen saattaa vaikeutua, jos opettajilla on stereotypioita lahjakkaita kohtaan, vaikka todellisuudessa havainnot lahjakkaiden ja muiden oppilaiden kohdalla eivät eroa toisistaan. Tunnistamisessa saatetaan antaa liikaa painoarvoa yhden testin tulokselle, jolloin lahjakkuus voi jäädä löytymättä. Samoin arvosanoille annetaan herkästi liikaa painoarvoa, vaikka ne ovat hyvin subjektiivinen näkemys osaamisesta, sillä sukupuoli ja sosiaalinen perhetausta voivat vaikuttaa arvosanoihin. Muutenkin sosiaalisesti huonommista olosuhteista tulevat oppilaat voivat jäädä havaitsematta lahjakkaiksi vain perhetaustansa takia. Muita syitä ovat opettajan ennakkoluulot oppilasta kohtaan, kurittomien, tunnehäiriöisten ja sosiaalisesti kypsymättömien lahjakkuuden tunnustamattomuus, oppilaiden oppimishaluttomuus sekä oppilaan jatkuva koulunvaihtaminen. (Emt. 69–73.)

2.5 Yhteenveto

Renzullin kolmen ympyrän lahjakkuusmallin ydinsanoma on erinomainen. Se kertoo, että jokainen on jollain tavalla lahjakas, jokaiselle löytyy joku alue, jossa hän on omalla tavallaan lahjakas. Opettajan on hyvä muistaa tämä koulussa, vaikka jonkun oppilaan kohdalla tämä tuntuisikin kaukaa haetulta. Tällainen oppilas saattaa olla jopa alisuoriutuja, jolla on erityislahjakkuus jollain alueella, mutta kukaan ei ole sitä tunnistanut. Opettajan kannattaakin kokeilla esimerkiksi erilaisia opetustyylejä ja antaa oppilaille mahdollisuus hyödyntää opiskelussaan omia mielenkiinnon kohteitaan, jolloin motivaatio on korkeampi kuin rutiinitehtävien parissa.

Perinteisesti lahjakkuuteen on liitetty korkea älykkyys. Näin varmasti onkin monissa tapauksissa, mutta ei aina, sillä älykkyyttä mitataan älykkyystesteillä, jotka eivät tunnista kaikkia lahjakkaita älykkäiksi. Esimerkiksi Sternbergin teoriassa esitetty syntetisoiva lahjakkuus ei ilmene tavanomaisissa älykkyyttä mittavissa testeissä. Matemaattinen lahjakkuus on kuitenkin sellainen lahjakkuuden osa-alue, joka heijastuu älykkyytenä perinteisissä älykkyystesteissä, jotka on laadittu mittaamaan tietyllä tavalla määriteltyä ominaisuutta, lahjakkuutta.

Matemaattista lahjakkuutta ei ole pystytty määrittämään yksiselitteisesti, joten usein sen sijaan käytetään termiä matemaattinen kyvykkyys. Termin määrittelyn ollessa hankalaa, on luotu erilaisia listoja matemaattisesti lahjakkaan henkilön ominaisuuksista. Keskeisiä ominaisuuksia näistä ovat ongelmanratkaisukyky, monimutkaisten rakenteiden hallitseminen, taito analysoida ja muokata omaa ongelmanratkaisutekniikkaa sekä tietynlainen loogisuus. Lisäksi yleiseen lahjakkuuteen liittyvistä piirteistä motivaatio, hyvä muisti ja keskittymiskyky ovat eduksi matemaattiselle lahjakkuudelle.

Lahjakas ei ole lahjakas, ellei joku tunnista tätä lahjakkuutta. Opettajan on ehdottomasti otettava opetuksessa huomioon oppilaan poikkeuksellinen lahjakkuus, joten opettajalla on myös tarve pystyä tunnistamaan lahjakkaat oppilaat. Matemaattista lahjakkuutta on pyritty löytämään matemaattisten testistöjen ja kilpailujen avulla, lisäksi opettajilla voi olla käytössä tunnistamislistoja lahjakkaiden tunnistamisen helpottamiseksi. Myös yleinen koulumenestys, vanhempien ja muiden oppilaiden havainnot sekä esimerkiksi älykkyystestit voivat olla tunnistamisessa apuna. Tärkeää on kuitenkin se, että ei luoteta vain yhteen tunnistusmenetelmään, vaan käytetään useampaa, sillä syystä tai toisesta pelkästään yhden tyyppinen tunnistaminen ei löydä kaikkia lahjakkaita oppilaita.

3 LAHJAKKAIDEN OPPILAIDEN OPETUKSEN ERIYTTÄMINEN

Kangasniemen (1993, 53) mukaan eriyttämisestä voidaan puhua silloin, kun oppilaat etenevät opinnoissa omaa tahtiaan ja/tai suorittavat edellytystensä mukaisesti erilaisia tehtäviä. Kaikilla oppilailla on oikeus saada tasoistaan opetusta. Opetuksen tulee olla oikealla tavalla haastavaa, ei liian helppoa tai liian vaikeaa, ettei seurauksena olisi esimerkiksi oppilaiden turhautuminen. (Freeman 1985, 119–120.) Myös lahjakkailla oppilailla on siis oikeus saada opetusta, jonka haasteellisuus vastaa heidän taitojaan. Uusikylän (1994, 169) mukaan ”lahjakkaiden opetuksessa on yksinkertaisesti kysymys siitä, että opetus eriytetään vastaamaan myös lahjakkaiden kykyjä ja tarpeita.”

Moberg (1984, 51) tutki opettajien asenteita eritavoin poikkeavien oppilaiden integraatioon. Tutkimuksen mukaan opettajat eivät välttämättä tutkimusajankohtana ymmärtäneet opetuksen eriyttämisen tarvetta huippulahjakkaan oppilaan kohdalla. Tämän Moberg perusteli sillä, että opettajien suhtautuminen lahjakkaiden oppilaiden hyväksymiseen omaan opetusryhmään on lähes varaukseton. Tämä taas merkitsee sitä, että opettajat eivät koe opetustyön vaikeutuvan lahjakkaiden oppilaiden vuoksi eli lahjakkaiden opetustarpeita ei siis tuolloin huomioitu. (Emt., 51.) Tutkimustulos kertoo siitä, miten tutkimusvuonna suhtauduttiin lahjakkaiden eriyttämiseen eikä se luultavasti pidä enää paikkaansa ainakaan tässä muodossa. Lahjakkaiden osallistuminen normaaliin opetukseen on ollut yleistä, eikä asiasta ole ollut tarvetta tuohon aikaan keskustella. Kuitenkin Suomessa yhä vallallaan olevan käsityksen mukaan lahjakkaiden erityistarpeiden huomiointi olisi pois heikoilta oppilailta eli välttämättä ei ymmärretä sitä, että molemmista ryhmistä voidaan samanaikaisesti pitää huolta (Tikkanen 2007, 34).

Hirsjärven (1992, 39) mukaan koulutuksellinen eriyttäminen jaetaan koulutuksen ja opetuksen eriyttämiseen. Tämän tutkielman kannalta oleellista on opetuksen eriyttäminen opetustilanteessa. Eriyttäminen voidaan jakaa myös tavoitteiden perusteella kahteen ryhmään. Yhtenäistävässä eriyttämisessä kaikilla oppilailla on sama (perus)tavoite oppimisessa ja erilaistavassa eriyttämisessä oppilailla on toisistaan poikkeavat oppimistavoitteet. (Emt., 39)

Holopaisen ja Laakson (1982, 170) mukaan lahjakkaiden erityisopetuksen opetusjärjestelyt ja toimenpiteet noudattavat kahta päälinjaa:

1. Lahjakkaat erotetaan vähemmän kyvykkäistä ikätovereistaan ja muodostetaan lahjakkaiden opetusryhmiä. Tätä opetusjärjestelyä kutsutaan ryhmittelyksi.
2. Lahjakkaiden opetus hoidetaan erityisjärjestelyin tavallisissa luokissa. Tällaisia järjestelyjä ovat nopeuttaminen ja rikastaminen.

Lahjakkaiden opetukseen on suhtauduttu kaksitahoisesti. Ensiksi on vaadittu erityisopetuksen järjestämistä lahjakkaille heidän tasonsa mukaisesti ja toisaalta on vaadittu lahjakkaiden säilyttämistä normaaliopetuksen parissa. Ensimmäisen kerran lahjakkaiden opetuksen järjestämiseen pyrittiin ottamaan kantaa vuoden 1970 perusopetuksen opetussuunnitelmassa, jolloin todettiin, että jokaisen oppilaan tulisi saada mahdollisuus opiskelussaan edetä omien kykyjensä ja edellytystensä mukaisesti. (Runsas 1991, 239.)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (Opetushallitus 2004) opetuksen eriyttämistä sivutaan suppeasti muutamassa kohdassa. Siinä sanotaan, että oppimissuunnitelmalla voidaan eriyttää oppilaan opetusta siten, että oppilaalla on parhaat edellytykset oppia ja edetä opinnoissaan. Tukiopetus mainitaan eriyttämisen muotona, jolle ominaisia ovat yksilölliset tehtävät, yksilöllinen ajankäyttö ja ohjaus. Näiden yhteydessä ei kuitenkaan puhuta lahjakkaiden eriyttämisestä ja tukiopetuksen yhteydessä saa käsityksen, että se on tarkoitettu oppimisvaikeuksisille. (Opetushallitus 2004, 22–24.)

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden muutoksissa ja täydennyksissä (Opetushallitus 2010) eriyttämisestä sen sijaan kerrotaan selkeästi laajemmin. Opetuksen eriyttäminen on ensisijainen keino ottaa huomioon opetusryhmän tarpeet ja oppilaiden erilaisuus. Opetuksessa huomiota tulee kohdistaa muun muassa erilaisiin oppimistapoihin, kiinnostuksen kohteisiin, yksilöllisiin kehityseroihin sekä itsetuntoon ja motivaatioon kytkeytyviin emotionaalisiin tarpeisiin. Eriyttämisen ulottuvuuksina mainitaan opiskelun laajuuden, syvyyden ja etenemisnopeuden vaihtelu. Eriyttämisen kohteita voivat olla esimerkiksi opetuksen sisällöt, opetusmateriaalit ja -menetelmät, työtavat sekä koulu- ja kotitehtävien määrä ja käytettävissä oleva aika. Oppimisympäristön ja työtapojen muokkausta voidaan toteuttaa esimerkiksi joustavalla ryhmittelyllä tai hyödyntämällä koulun ulkopuolisia mahdollisuuksia. Tärkeää on myös ohjata oppilasta omaksumaan hänelle parhaiten sopiva oppimistyyli ja ottamalla opetuksessa huomioon oppilaiden erilaiset kiinnostuksen kohteet. (Opetushallitus 2010, 9.)

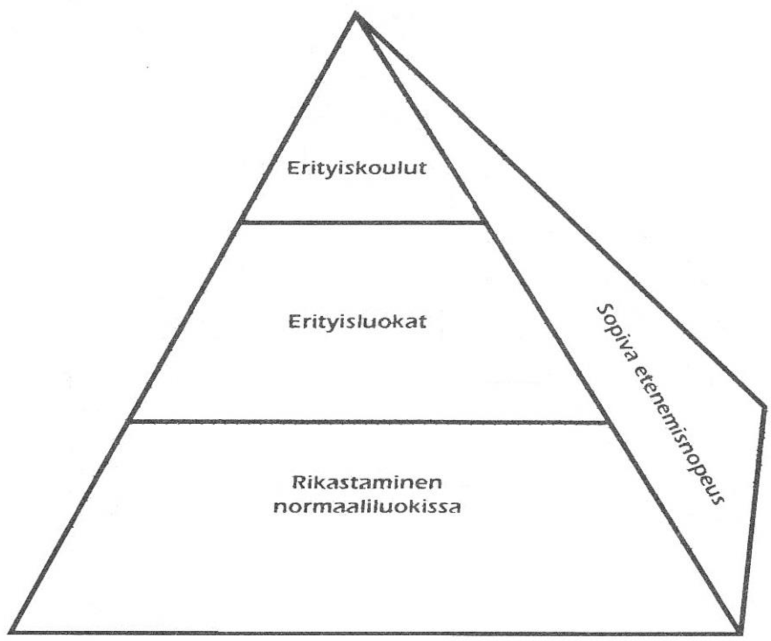
3.1 Eriyttämisen tavoitteet ja periaatteet

Uusikylä (1992, 143) on esittänyt ruotsalaisen kasvatustieteilijä Torsten Husénin ajatuksia koulutuksellisen tasa-arvon kolmijaosta.

1. Koulutukseen pääsyn tasa-arvoisuus merkitsee sitä, että jokaiselle tarjotaan mahdollisuus koulutukseen toivomallaan alalla.
2. Koulutusjärjestelyiden tasa-arvoisuus sallii jokaisen opiskella edellytystensä mukaisesti mahdollisimman hyvissä oloissa.
3. Koulutustulosten tasa-arvoisuus tarkoittaa sitä, että jokaisen tiedot, taidot ja asenteet kehitetään eheäksi, korkeatasoiseksi kokonaisuudeksi.

Kuviossa 6. on esitetty lahjakkaiden opetuksen pyramidimalli, jonka Davis ja Rimm ovat kehittäneet vuonna 1989. Mentäessä kohti pyramidin huippua, opetettava joukko pienenee ja opetus keskittyy yhä kapeammalle alueelle. Mallissa erityisopetus jakautuu kolmeen osaan seuraavasti. (Uusikylä 1994, 169–170.)

1. Luokassa annettavan erityisopetus, jossa käytetään ryhmityksiä, lisämateriaaleja ynnä muita,
2. täysiaikainen erityisopetus ja
3. erityiskouluissa annettava ja opetettavan ryhmän erityistarpeet huomioon ottava opetus.



KUVIO 6. Lahjakkaiden opetuksen pyramidimalli (Uusikylä 1994, 170)

Yleisintä on opetuksen eriyttäminen omassa luokassa. Tämän tutkielman empiirisessä osassa kysyn juuri tähän liittyviä asioita luokanopettajilta: Millaisia menetelmiä luokissa käytetään eriytettäessä matemaattisesti lahjakkaita oppilaita ja mitkä niistä ovat luokanopettajien mielestä näille oppilaille hyödyllisimpiä oppimisen kannalta.

3.2 Lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämistapoja

Kuusela ja Hautamäki (2001) ovat esittäneet 16 erilaista käytettävissä olevaa eriyttämiskeinoa, joiden lisäksi oppilaitosten verkottuminen saattaa tarjota lisää mahdollisuuksia eriyttämiseen. Viisi ensimmäistä ovat luokan sisäistä eriyttämistä, seitsemän seuraavaa täydentäviä ratkaisuja ja loput ovat selektiivisiä vaihtoehtoja, joihin oppilaat valikoidaan tai valikoituvat tietyin perustein. Didaktisesti vaativinta on luokan sisäinen eriyttäminen, sillä se vaatii opettajalta opetusryhmän heterogeenisuuden huomioivia toimenpiteitä opetusjärjestelyiden suhteen. (Emt. 326–328.)

1. Horisontaalinen rikastuttaminen, jossa nopeasti oppivat oppilaat perehtyvät opittavaan ainekseen laajemmin. Esimerkiksi lisälukemistot kuuluvat tähän ryhmään. Huomioitavaa on, että perinteiset matematiikan lisätehtävät eivät ole didaktisesti perusteltavissa pelkästään horisontaalisen rikastuttamisen kautta, sillä se, että nopeimmin oppivat harjoittelisivat rutiinitehtäviä enemmän kuin muut on ajatuksena järjetön.
2. Vertikaalinen rikastuttaminen, jossa lahjakkaat oppilaat perehtyvät oppiainekseen syvemmin ja saavat muita haastavampia tehtäviä.
3. Työtapojen mukainen rikastuttaminen. Esimerkiksi projektityö, jossa pyritään laajojen kokonaisuuksien hallintaan ja annetaan mahdollisuus toimia omien kykyjensä mukaan.
4. Roolin mukainen eriyttäminen, jolloin lahjakasta oppilasta voidaan käyttää harjoitteluvaiheessa apuopettajana.
5. Henkilökohtainen opetuksen järjestämistä koskeva suunnitelma. Käytetään erityisopetuksessa, mutta ei ole poissuljettua käyttää myös lahjakkaiden opetuksessa.
6. Tietoverkkoihin perustuva opiskelu, joka voidaan toteuttaa sekä luokan sisäisenä että luokkaopetusta täydentävänä ratkaisuna.
7. Valinnaisaineita voitaisiin käyttää entistä joustavammin lahjakkaiden oppilaiden opetukseen.
8. Resurssiluokat, jotka toimivat pajatyyppisesti, nopeimmin edistyville oppilaille.
9. Kerhotoiminta.
10. Koko ikäluokalle toteutettava interventio, joka tähtää ajattelun taitojen kehittymiseen.
11. Opistot ja harrasteryhmät.
12. Kesäkurssit, jotka on suunnattu tietylle kohderyhmälle.
13. Eri oppiaineisiin painottuneet luokat, kuten matematiikka-, kieli- tai liikuntapainotteiset luokat.
14. Liikuntaan, kuvataiteisiin, matemaattisluonnontieteellisiin aineisiin, kieliin tai ilmaisutaitoihin painottuneet erityiskoulut.
15. Vaihto-oppilastoiminta.
16. Nopeuttaminen, johon voivat kuulua koulun aloitusiän varhaistaminen tai luokan yli hyppääminen. Luokattomaan opetukseen siirtyminen saattaisi tarjota mahdollisuuden osittaiseen nopeuttamiseen.

Seuraavassa esittelen, miten opetuksen eriyttäminen jakautuu opetuksen nopeuttamiseen, ryhmittelyyn ja opetuksen rikastamiseen.

3.2.1 Opetuksen nopeuttaminen

Lahjakkaan yksilön ollessa biologisesti valmis, hänelle tulisi antaa mahdollisuus todelliseen edistymiseen omaan tahtiinsa. Nopeuttaminen mahdollistaa tällöin tehokkaan opiskelun eikä oppilas joudu jatkuvasti toimimaan omien kykyjensä alapuolella. Samalla lahjakkaan oppilaan kouluviihtyvyys paranee ja hän saattaa löytää itsestään uusia vahvuuksia ja kykyjä. (Uusikylä 1994, 171.)

Opetuksen nopeuttamisella saavutetaan etuja, mutta nopeuttamisella on myös haittapuolia, joten jokainen nopeuttamispäätös tuleekin harkita tarkoin ja yksilökohtaisesti. Nopeuttamisen avulla on mahdollista suorittaa normaalin opetussuunnitelman mukainen oppivelvollisuus lyhyemmässä ajassa, lisäksi nopeuttamisen katsotaan edistävän oppilaan henkistä valppautta ja tuotteliaisuutta. Van Tassel-Baskan (1992) mukaan nopeuttamisella on ollut merkittävä myönteinen vaikutus oppilaiden kognitiiviseen kehitykseen ja opiskeluasenteisiin. Myös Grossin (1992) mukaan nopeuttamisella on monia positiivisia vaikutuksia. Esimerkiksi oppilaiden motivaation lisääntyminen, alisuoriutuminen ikätovereiden hyväksynnän saamiseksi on merkittävästi vähentynyt ja asenteet koulua kohtaan ovat tulleet myönteisiksi. Ongelmia saattaa tulla, jos lapsen kehitys on epätasaista eri alueilla tai jos sosiaalinen ja emotionaalinen kehitys ovat selvästi jäljessä älyllisestä kehityksestä. Lisäksi nopeuttamisen yhteydessä lahjakkaalta lapselta jää pois mahdollisuus harjoittaa johtajan kykyjään, jos hänen fyysinen ja sosiaalinen kehityksensä on jäljessä vanhemmista opiskelutovereista. (Lehtonen 1994a, 37–38.)

Uusikylä (1994, 173–174) on listannut seuraavasti asioita nopeuttamisen puolesta ja sitä vastaan:

Nopeuttamisen puolesta:

1. Lahjakkaat oppilaat oppivat nopeammin,
2. tutkimusten mukaan on vain vähäistä yhteyttä lahjakkaiden saavutusten ja opiskeluun käytetyn ajan välillä,
3. lahjakkaita lapsia tulisi rohkaista opiskelemaan omaan tahtiin,
4. akseleraatio edistää parhaiten opiskelijoiden henkistä valppautta ja tuotteliaisuutta,
5. oppilaille, jotka eivät saa normaaliluokassa tarpeeksi haasteita, saattaa kehittyä heikkoja opiskeluasenteita ja työtapoja,
6. akseleraatio on monipuolinen keino edistää opetusta,
7. tavallinen täysiaikainen opiskelu on lahjakkaille oppilaille turhaa ja
8. akseleraatio on taloudellisesti edullista.

Nopeuttamista vastaan:

1. Opiskelua ei voi jakaa tarkkoihin, ennalta suunniteltuihin sekvensseihin; opiskelu ei noudata aina samaa mallia,
2. jos normaalit opetusohjelmat eivät ole kyllin haastavia niitä voidaan parantaa muilla tavoin kuin oppimisaikaa vähentämällä,
3. nuoret oppilaat saattavat olla älyllisesti kehittyneitä, mutta sosiaalisesti ja emotionaalisesti jopa ikätasoaan alempana,
4. älykkyysosamäärä ei merkitse älyllistä kypsyyttä,
5. lapsen kehitys voi eri aloilla olla epätasaista,
6. akseleraatio eristää lahjakkaat oppilaat tovereistaan ja
7. luokan yli hypänneillä voivat aukot vaikuttaa oppimisen laatuun myöhemmin.

Nopeuttaminen voidaan toteuttaa monella tavalla. Seuraavassa listassa on käyty läpi erilaisia nopeuttamismenetelmiä, jotka eivät kuitenkaan kaikki ole toteuttamiskelpoisia Suomessa. (Runsas 1991, 241–242.)

1. Koulunkäynnin aloittaminen normaalia aiemmin.
2. Luokkatason yli siirtyminen.
3. Luokkatasojen supistaminen.
4. Oppilas hyväksytään ylempiin oppilaitoksiin normaalia aikaisemmin.
5. Luokkajaon muuttaminen kurssijaoksi.
6. Luokka-asteeton koulu.

Näistä menetelmistä kaksi ensimmäistä ovat olleet Suomessa käytössä ja kaksi viimeistä ovat käytössä peruskoulun jälkeisissä opinnoissa ainakin osittain. Voisin kuvitella, että tulevaisuudessa myös peruskouluun, ainakin osittain, tulisi järjestelmä, jossa ei olisi luokka-asteita ja opiskeltavat kokonaisuudet olisivat kurssimuotoisia, jolloin nopeampi eteneminen opinnoissa olisi niin haluttaessa mahdollista.

3.2.2 Ryhmittely

Ryhmittelyn tarkoituksena on koota lahjakkaat kykyjään vastaaviin opetusryhmiin, jotka voidaan muodostaa yleislahjakkuuden tai erityislahjakkuuden perusteella (Holopainen & Laakso 1982, 172). Kootut ryhmät voivat olla pysyviä tai tilannekohtaisia sekä koostumukseltaan homogeenisia tai heterogeenisia (Runsas 1991, 240). Ryhmittelyt voivat tapahtua luokan tai koulun sisällä, mutta mahdollista on myös muodostaa erityisluokkia tai jopa erityiskouluja, joihin otetaan tiettyjä erikoislahjakkuuksia. Akateemisissa aineissa erityisluokkia tai -kouluja ei ole, mutta esimerkiksi musiikkiin ja liikuntaan painottuneita yksiköitä on. (Lehtonen 1994a, 39–41.)

Luokan sisällä ryhmittelyä voidaan tehdä joustavasti ja ryhmien koostumuksia voidaan muuttaa tarpeen mukaan. Tavallisessa luokassa tapahtuvassa ryhmittelyssä on yleisimmin käytössä neljä eri tapaa, joita voidaan käyttää sellaisenaan tai yhdistettyinä (Lehtonen 1994a, 40):

1. Kykyjen mukainen ryhmittely,
2. taitojen mukainen ryhmittely,
3. kiinnostuksen mukainen ryhmittely sekä
4. eri-ikäisten ryhmät.

Koulun sisäisessä ryhmittelyssä oppilaat voivat olla eri luokka-asteilta. Ryhmä kokoontuu esimerkiksi kerran viikossa tiettynä ajankohtana opiskelemaan erityisesti heille suunnitellun ohjelman mukaan. (Lehtonen 1994a, 41.)

Opetuksen yksilöllistäminen on luokassa tai koulussa tapahtuvaa opetuksen eriyttämistä, jossa muodostetaan pieniä eriytyneitä ryhmiä. Eriyttämistä ei tapahdu koko ajan näissä ryhmissä, vaan vain tarpeen mukaan. Lähtökohtana ovat oppilaiden erilaiset kyvyt ja opettaja ohjaa oppilaita omatoimisuuteen. Opiskelunopeus sekä opintojen laajuus ja syvyys ovat tasapainossa oppilaiden kykyjen kanssa, lisäksi oppilaiden omat mielenkiinnon kohteet huomioidaan. Oppilaan kognitiivinen, emotionaalinen, sosiaalinen ja fyysinen kehitystaso huomioidaan, sillä monesti lahjakkailla kognitiivinen kehitys on selkeästi muita edellä. (Lehtonen 1994a, 41.)

Ryhmittelyllä, kuten nopeuttamisellakin, on hyviä ja huonoja puolia, joita Uusikylä (1994, 174–175) on listannut seuraavasti.

Ryhmittelyn puolesta:

1. Kun ryhmittelyn tarkoitus on ymmärretty ja oppilaat identifioitu oikein, opettajat voivat suunnitella opetuskokemuksen vastaamaan mahdollisimman tehokkaasti lahjakkaiden tarpeita,
2. kuuluminen samaan lahjakkaiden ryhmään tukee oppilaita,
3. erityisryhmissä voivat lahjakkaat oppilaat tutkia mielenkiintoisia asioita pelkäämättä toverien hyväksynnän menettämistä,

4. samanikäisten lahjakkaiden ryhmä on oppilaan kannalta parempi vaihtoehto kuin eri-ikäisten kanssa ryhmittely,
5. erityisryhmittelylle on paremmat perustelut kuin iänmukaiselle ryhmittelylle,
6. erityisryhmä mahdollistaa nopeammin edistymisen ja haastavammat opetusmuodot ja
7. erityisryhmien opettajat ovat tehtäväänsä koulutettuja ja heillä on siihen kykyä.

Ryhmittelyä vastaan:

1. Erityisryhmiin jakaminen on epädemokraattista ja johtaa elitismiin,
2. erityisryhmittely ehkäisee oppilaiden harrastusten ja toimintojen integraatiota,
3. koska mikään tunnistamisohjelma ei voi olla riittävän tarkka ja lapset kehittyvät eri lailla, tarkka selektio ja ryhmittely on vaikeaa,
4. erityisryhmien oppilaat eivät voi käyttää hyväkseen johtajankykyjään, koska heidät on siirretty erilleen ikätovereistaan,
5. erityisryhmissä on ylenpalttista kilpailua, kovia paineita ja rankkoja ajankäyttövaatimuksia ja
6. muiden oppiminen kärsii, kun lahjakkaimmat siirretään erityisluokille.

Opetusryhmän jakaminen tasoryhmiin jakaminen ei tällä hetkellä ole mahdollista lain puitteissa. Joissain kouluissa tasoryhmät ovat kuitenkin käytössä. Toivottavasti jatkossa myös laki mahdollistaa tasoryhmät, sillä oppilaiden on ehdottomasti saatava opiskella heille sopivan haastavia opintosisältöjä.

3.2.3 Opetuksen rikastaminen

Opetuksen rikastaminen merkitsee sitä, että valittujen oppilaiden opetukseen lisätään jotain, joka ei kuulu tavalliseen opetussuunnitelmaan (Thomas & Crescimbeni 1970, 119).

Opetuksen rikastaminen on mahdollista monella eri tavalla. Käytetyimmät käsitteet ovat horisontaalinen ja vertikaalinen rikastaminen. Horisontaalisessa rikastamisessa oppilaalle annetaan lisää samaa vaikeustasoa olevia tehtäviä. Vertikaalisessa rikastamisessa oppilas saa tasoltaan vaikeampia tehtäviä. (Runsas 1991, 242–243.)

Seuraavassa esittelen mielenkiintoisen lahjakkaiden opetukseen suunnitellun rikastamismallin. Se ei liene suoraan siirrettävissä suomalaiseen koulujärjestelmään, mutta antaa kuitenkin mielenkiintoisia näkökulmia lahjakkaiden oppilaiden opetuksen rikastamiseen sopivissa olosuhteissa, joissa opettajalla ja oppilailla on mielenkiintoa ryhtyä isoon, kaikkia hyödyttävään projektiin.

Kolmen tason rikastamisohjelma perustuu Renzullin kolmen ympyrän lahjakkuusmalliin, jossa lahjakkuus muodostuu keskitason ylittävästä kyvykkyydestä, motivaatiosta ja luovuudesta. Tullakseen valituksi rikastamisohjelmaan tärkein ominaisuus on oppilaan keskitason ylittävät kyvyt, oppilas ei tarvitse voimakasta suoritusmotivaatiota tai korkeatasoista luovuutta, vaan ohjelman tavoitteena on kehittää juuri näitä ominaisuuksia. (Uusikylä 1994, 176.)

Renzullin kolmen tason rikastamisohjelman neljä yleistavoitetta ovat (Uusikylä 1992, 154; 1994, 175).

1. Se edistää oppilaiden luovaa tuotteliaisuutta ja kehittää heidän opiskelutaitoaan. Ohjelmaan hyväksytään yleensä parikymmentä prosenttia oppilaista, normaalin 3-5 prosentin sijaan.
2. Se integroi erityisohjelmien palvelut säännölliseen opetussuunnitelmaan, niin että kehitetään mieluummin yhteistyötä kuin kilpailua.
3. Se minimoi elitismisyytökset ja kielteiset asenteet, joita usein ilmaistaan lahjakkaiden ohjelmiin osallistujia kohtaan.
4. Se parantaa kaikkien koulun oppilaiden opiskelua, ja erityisohjelmilla on näin säteilyvaikutus koko kouluympäristöön. On odotettavissa, että opiskelumotivaatio myös normaaliopetuksessa kasvaa.

Ohjelmassa rikastamisen tarkoituksena on kehittää tiettyjen oppilaiden lahjakkuutta tiettyinä aikoina tietyissä olosuhteissa. Näin ollen ohjelma ei sellaisenaan ole siirrettävissä erilaisiin oloihin, vaan jokaisen koulun on suunniteltava omat erityisratkaisunsa, joita ovat opetuksen perusfilosofia, resurssit, hallinnolliset järjestelyt ja koko opetusohjelman koordinointi. Olennainen osa mallia on se, että jokaiselle koulun henkilökuntaan kuuluvalle pyritään luomaan oma vastuualueensa lahjakkaiden opetuksen kehittämisessä. Ohjelman toteutuksesta vastaa koulussa valittu työryhmä, johon ihannetapauksessa kuuluu henkilöitä kaikista ryhmistä, joita rikastamisohjelma jollain tavalla koskettaa. (Uusikylä 1994, 176.)

Ohjelma jakautuu kolmeen eri rikastamisen tasoon (Lehtonen 1994a, 45):

1. Yleiset tutkivat tehtävät,
2. ryhmäharjoitukset ja
3. yksilölliset ja pienryhmässä tehtävät todellisten ongelmien tutkimukset.

Kahteen ensimmäiseen tasoon osallistuvat myös ne oppilaat, jotka eivät varsinaisesti ole mukana lahjakkaiden rikastamisohjelmassa, sillä kaikilla on mahdollisuus hyötyä tällaisesta opetuksen rikastamisesta. Lahjakkaiden oppilaiden tavoitteet ja tuotokset eroavat muiden omista. (Emt., 45.)

Ensimmäisellä tasolla oppilaat tutustuvat uusiin aihepiireihin ja ideoihin, joita ei perinteisessä opetussuunnitelmassa ole. Opetuksessa voidaan käyttää hyväksi esimerkiksi vierailevia luennoitsijoita, retkiä ja demonstraatioita. Oppilaiden mielenkiinnon ylläpitämiseksi kannattaa yhdistää tällaiseen opetukseen heidän omia mielenkiinnon kohteitaan. (Lehtonen 1994a, 46; Uusikylä 1992, 155; 1994, 176–177.)

Toisella tasolla painopiste on ryhmätoiminnassa. Menetelmä ja materiaalit tukevat ajattelun ja tunne-elämän kehitystä. Tavoitteina tällä tasolla ovat: (Lehtonen 1994a, 46; Uusikylä 1992, 155–156; 1994, 177.)

1. Kehittää kriittistä, luovaa ajattelua ja affektiivisia prosesseja, kuten eläytymiskykyä.
2. Kehittää opiskelutaitoja, kuten muistiinpanojen tekemistä, haastattelutaitoja, luokittelutaitoja, analysointikykyä ja päätelmien tekoa.
3. Opetella käyttämään lähdemateriaaleja, kuten sanakirjoja ja tietokirjoja.
4. Kehittää kielellistä ilmaisukykyä ja visuaalisia kommunikointitaitoja, jotta voitaisiin mahdollisimman tehokkaasti oppia esittämään opiskelun tulokset sopivalle kuulijakunnalle.

Tällä tasolla valmistaudutaan myös kolmannen tason vaatimuksiin harjoittelemalla ajattelu- ja työskentelytaitoja, jotka ovat tarpeellisia kolmannen tason tutkivissa ja luovissa toiminnoissa. (Lehtonen 1994a, 46; Uusikylä 1992, 156; 1994, 178.)

Kolmannen tason toiminta on lähellä oikean tutkijan toimintaa. Perustana ovat kahden ensimmäisen tason tiedot ja taidot, tälle tasolle osallistuvat vain ne opiskelijat, jotka ovat oikeasti kiinnostuneita ottamaan asioista selvää syvällisesti ja perinpohjaisesti. Kolmannen tason toiminnalla on viisi tavoitetta. Tarkoituksena on (Uusikylä 1992, 157; 1994, 178–179.)

1. tarjota oppilaalle mahdollisuuksia edetä harrastustensa, tietojensa, luovien ideoidensa ja motivaationsa pohjalta ongelmien itsenäiseen tutkimiseen,
2. hankkia korkeatasoista tietoa ja menetelmiä, joita käytetään tietyillä tieteenaloilla, taiteenaloilla ja tieteiden välisissä tutkimuksissa,
3. kehittää omia produkteja, jotka esitellään yleisölle,
4. kehittää itsenäisiä opiskelutaitoja, jotka auttavat suunnittelemaan ja organisoimaan opintoja, käyttämään aikaa tehokkaasti, harjoittelemaan päätöksentekoa ja itsearviointia sekä
5. kehittää oppilaan motivaatiota (task commitment), itseluottamusta, tunnetta siitä, että oppilas kykenee luoviin saavutuksiin ja kykyä olla vuorovaikutuksessa muiden oppilaiden, opettajien ja muun henkilökunnan kanssa tasavertaisena ja tehokkaasti.

Rikastamisohjelman kolmannella tasolla olisi hyvä, jos siihen osallistuvat oppilaat olisivat mukana suunnittelemassa työtä, jota he tällä tasolla tekevät. Työn aihe liittyy oppilaan mielenkiinnon kohteeseen ja aluksi opettajan olisi selvitettävä, miten kiinnostunut oppilas on aiheesta oikeasti ja miten voimakkaasti hän on valmis sitoutumaan paljon vaivannäköä vaativaan työhön. Kun oppilas kuuluu korkeimman asteen rikastamisohjelmaan, on opettajan velvollisuus auttaa häntä löytämään ne ongelmat ja ideat, joita hän haluaa tutkia. (Uusikylä 1992, 157–158; 1994, 179.)

Kolmannen tason rikastamisohjelmaan kuuluville oppilailla olisi hyvä olla tukena resurssiopettaja, jonka johdolla töitä tehdään. Ellei resurssiopettajaa ole, olisi luokanopettajan itse päätettävä projektin etenemisestä ja oppilaille olisi oltava käytössä resurssihuone, jossa he voisivat tiettyinä ajankohtina työskennellä projektinsa parissa rauhassa. Aluksi oppilas suunnittelee tutkimusongelmat kiinnostuksensa kohteesta ja tutkimus etenee tutkijanomaisesti siten, että tutkimuksen tuotoksena tulee jotain uutta tietoa. Prosessin aikana oppilaan tulee saada opettajalta apua sekä hänelle tulee tarjota riittävät resurssit työskentelyn onnistumiseksi. Koska opettaja on rikastamisohjelman kolmannella tasolla isossa roolissa, olisi hänellä oltava hallussaan vähintään perustiedot tutkimuksen tekemisestä, jotta oppilas saisi parhaan mahdollisen tuen omassa projektissaan. (Uusikylä 1992, 157–158: 1994, 179–180.)

3.3 Lahjakkaiden eriyttäminen matematiikassa

Ruokamo (2000, 35) esittää väitöskirjassaan miten matemaattisesti lahjakkaita oppilaita on otettu opetuksellisesti huomioon eri puolilla maailmaa. Bloomin ja Sosniakin (1981; 1985) tutkimusten mukaan matemaatikot opiskelivat lapsena itsenäisesti tai vanhemman tai kaverin kanssa. Sitoutuminen oman lahjakkuuden kehittämiseen on ollut korkea jo lapsuudesta saakka ja kouluun liittyvät ongelmat lahjakkaat ovat ratkaisseet sopeutumalla. Stanley ja Benbow (1982) ovat voimakkaan nopeuttamisen kannalla lahjakkaiden oppilaiden opetuksessa. Näin siksi, että ikävystyminen tappaa kiinnostuksen, aineen arvostuksen ja ajattelun terävyyden. Nopeuttaminen kehittää lahjakkaista kyvykkäämpiä kuin heistä tulisi ilman nopeuttamista sekä säästää opiskelijoiden aikaa ja vanhempien rahoja koulutusajan lyhentyessä. Marjoramin ja Nelsonin (1985) mukaan on havaittu, että matemaattisesti lahjakkaiden tiedonhalua on vaikea tyydyttää kouluopetuksen avulla. Niinpä muun muassa Englannissa matemaattisesti lahjakkailla on mahdollisuus osallistua vanhemmille oppilaille tarjotuille matematiikan kursseille, mutta opetussuunnitelman ulkopuolisen tiedon erityisopetus on ollut vain kilpailujen tai luentojen muotoista. (Emt., 35–38.)

Nopeuttaminen perustuu pitkälle omaan tahtoon. Stanleyn ja Benbowin (1986) SMPY-projekti on osoittanut sukupuolten välisiä eroja matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden halussa osallistua opetusta eriyttäviin toimiin. Tytöt eivät olleet yhtä halukkaita kuin pojat luokan yli hyppäämiseen tai edes osa-aikaiseen opiskeluun lahjakkaiden erityisryhmässä. Tulokset liittyivät ainoastaan matematiikan opetukseen, syiksi tutkijat arvelivat pelkoa koulukavereiden hyljeksinnästä ja tutusta ympäristöstä luopumisesta. Callahan (1990) on puolestaan löytänyt merkkejä, että tyttöjen menestys matematiikassa paranee, jos luokka koostuu pääasiassa tytöistä ja opettaja on nainen. Tällöin tytöt vapautuvat ”epänormaaliuden” tunteesta. (Uusikylä 1992, 114.) Matemaattisesti lahjakkaiden parissa toimimisessa on siis syytä huomioida oppilaiden sukupuoli ryhmäkoostumuksissa tai ainakin toimia mahdollisimman sukupuolineutraalisti.

Matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden huomioonottaminen on ollut Suomessa hyvin pitkälle riippuvainen opettajasta ja koulusta. Pääasiassa kyseessä on samanaikaiseriyttäminen normaaliluokassa, kokeilujen ja esimerkiksi projektityyppisen työskentelyn muodossa. Nykyään peruskouluasteella joissain kouluissa on olemassa matematiikassakin valinnaisia ryhmiä, joissa lahjakkaat voivat edistää lahjakkuuttaan. (Ruokamo 2000, 38.) Malaty (2008, 51) ihmettelee, miksi matemaattisesti lahjakkaille ei ole tarjolla samanlaisia mahdollisuuksia erityiskasvatukseen kuin esimerkiksi lahjakkaille on taide- ja taitoaineissa.

Vasta vuonna 1995 Helsinkiin perustettiin matematiikkaan painottuva erityislukio, mutta lahjakkaat kaipaavat erityiskasvatusta jo peruskoulussa (emt., 51).

Vuonna 1996 opetusministeriö ja opetushallitus käynnistivät hankkeen matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kehittämiseksi. Tämä niin sanottu LUMA-projekti kesti vuoteen 2002 saakka. Hankkeen tavoitteena oli parantaa matematiikan ja luonnontieteiden oppimistuloksia sekä oppilaiden yleistä kiinnostusta näitä aineita kohtaan. Lisäksi tavoitteena oli nostaa kansainvälisessä vertailussa osaamistasoa suhteessa muihin OECD-maihin. (Ilmavirta 2003, 16.) LUMA-hanke toteutettiin 16 kehittämisverkossa, joissa toimi 78 kuntaa ja yhteensä 270 oppilaitosta, mukana peruskouluja, lukioita ja ammatillisia oppilaitoksia. Verkkojen toiminnalle oli asetettu seuraavat tavoitteet (Opetushallitus 2011):

1. Sekä oppimisvaikeuksissa kamppailevia ja muuten heikosti menestyviä että lahjakkaita oppilaita tuetaan niin, että kaikilla oppijoilla on tasavertaiset mahdollisuudet matematiikan ja luonnontieteiden oppimiseen.
2. Kehitetään sopivia malleja lisäämään tyttöjen ja naisten kiinnostusta matematiikkaan ja luonnontieteisiin sekä parantamaan heidän saavutuksiaan.
3. Opetusjärjestelyjä ja menetelmiä monipuolistetaan tavoitteena rohkaista oppilaita tarkastelemaan ilmiöitä ja kokeilemaan sekä soveltamaan tietoja ja arkielämän tilanteita ongelmanratkaisussa.
4. Matematiikan ja luonnontieteiden opettajat tekevät yhteistyötä eri kouluasteilla niin, että opetussuunnitelma jatkuu luontevasti esiopetuksesta toisen asteen koulutukseen.
5. Yhteistyö lisääntyy sekä matematiikan ja luonnontieteiden että niitä soveltavien aineiden opetuksessa.
6. Matematiikan ja luonnontieteiden painoarvo lisääntyy ammatillisessa koulutuksessa.
7. Innovaatiot leviävät verkoista koulujen lähialueille ja vähitellen koko maahan.

LUMA-hankkeen päätyttyä LUMA-toimintaa jatkettiin perustamalla vuonna 2003 LUMA-keskus, jonka avajaisia vietettiin alkuvuodesta 2004. Tavoitteina keskuksella oli edistää muun muassa matematiikan oppimista, opiskelua ja opetusta kaikilla tasoilla. (Aksela & Saarikko 2008, 3.) Myöhemmin on perustettu alueellisia LUMA-keskuksia. Esimerkiksi Ouluun perustettiin vuonna 2007 Oulun LUMA-keskus, OuLUMA, Oulun yliopiston teknillisen tiedekunnan, luonnontieteellisen tiedekunnan ja Oulun kaupungin opetusviraston yhteistyöllä (OuLUMA 2011). Oulussa LUMA-keskus järjestää peruskouluikäisille ja nuoremmillekin monenlaista toimintaa, muun muassa LUMA-kahvila -toimintaa, jossa olen itse toiminut ohjaajana. LUMA-kahvila on toiminut syksyllä 2012 Tietomaan tiloissa kerran viikossa noin puolentoista tunnin ajan. Tällöin 5-15 -vuotiailla on ollut mahdollisuus pelata erilaisia pelejä ja ratkoa tehtäviä, jotka kehittävät matemaattisia ominaisuuksia ja päättelykykyä.

LUMA-hankkeessa mukana olleista pilottikouluista ainakin Salossa sijaitseva Laurin yläkoulu on jatkanut omatoimisesti luonnontieteisiin ja matematiikkaan painottuvaa opetusta. Koulussa toimii LUMA-luokka, jossa luonnontieteitä ja matematiikkaa opiskellaan muita oppilaita enemmän ja tehostetummin, tämän painotuksen avulla on tarkoitus laajentaa ja syventää opintoja. Oppilaat otetaan LUMA-luokalle erityisen kokeen perusteella. LUMA-luokan opiskelun erityistavoitteet ovat (Salon kaupunki 2011):

1. ongelmanratkaisutaidot,
2. kokeellinen työskentely,
3. matematiikan ja luonnontieteiden kokeminen hauskana ja mielenkiintoisena,
4. nykytekniikan hyödyntäminen luonnontieteissä,
5. luonnontieteellisen ajattelun kehittäminen sekä
6. loogisen päättelytaidon kehittäminen.

Ilmavirta (2003, 25–26) korostaa eriyttämisen merkitystä matematiikan opetuksessa. Omien kokemustensa perusteella hän jakaa oppilaat kolmeen erilaiseen oppijoiden ryhmään, matemaattiseesti lahjakkaat ja erinomaisesti suoriutuvat, oppimisvaikeuksien kanssa kamppailevat sekä näiden väliin jäävä ryhmä, joka oppii asiat yleensä hyvin. Oppimisen yksilöinnissä esille nousee kotitehtävillä yksilöinti, jossa lahjakkaimmat voivat valita itse kotitehtävänsä opettajan rajoittamasta materiaalista, jonka sisältö voi olla esimerkiksi opiskeltavan asian soveltamista tai laajempia tehtäväkokonaisuuksia. (Emt. 25–26.)

Oppikirjatasolla matematiikan opetuksen eriyttämisen apuna toimivat eritasoiset tehtävät, joita ilmaistaan eriväristen sivujen muodostamalla eräänlaisella spektrikuviolla, tällöin kyseessä on niin sanottu yhtenäistävä eriyttäminen. Tämä menetelmä on hyvä rintamaopetukseen, jolloin uudeksi oletettu oppiaines voidaan opettaa koko luokalla samanaikaisesti ja samalla saadaan työllistettyä kaikki oppilaat tunnin ajaksi. Ongelmana on syvyyseriyttämisen puute, joten menetelmän rinnalle tarvitaan nopeuseriyttämistä, jotta oppilaat voivat edistyä kykyjensä mukaisesti. ”Nopeuseriyttäminen ja peruskoulun matematiikan opetuksen nykyiset tavoitteet ylittävän oppiaineksen sisällyttäminen oppimateriaaleihin on tarpeen, mikäli halutaan antaa kaikille oppilaille mahdollisuus heidän oppimisedellytyksiään vastaavaan opetukseen.” (Kallonen-Rönkkö 1997, 262–263.)

Matemaattisesti lahjakkaille lapsille on tällä hetkellä vaikea tarjota riittävästi haasteita, sillä tavallinen opetussuunnitelma ei ole heille haasteellinen. Matematiikan tunnilla lisähaasteita opettajalle tuo se, että luokassa saattaa olla sekä lahjakkaita että oppimisvaikeuksissa olevia oppilaita eikä aika tällöin riitä lahjakkaille. Lahjakkaista saatetaan ajatella, että he pärjäävät kyllä, mutta todellisuudessa he kaipaavat kasvunsa tueksi sopivia haasteita. Pahimmassa tapauksessa kiinnostus matematiikkaa kohtaan hiipuu haasteiden puuttuessa. Maailmanlaajuisesti lahjakkaiden huomioonottaminen tapahtuu perustamalla matematiikkakouluja ja matematiikkaluokkia, mutta Suomessa tällainen on herättänyt perinteisesti vastustusta, ymmärrystä on riittänyt korkeintaan matematiikkakerhoille. (Malaty 2008, 51.)

3.4 Yhteenveto

Eriyttämisen kantava ajatus on se, että jokaisella oppilaalla on oikeus saada omaan kyvykkyyteensä nähden oikean tasoista opetusta. Nykyinen opetus on yleensä suunniteltu kuitenkin keskiverto-oppilaille, joten eriyttämistä kaipaavat sekä oppimisvaikeuksista kärsivät oppilaat että lahjakkaat oppilaat. Suomalaisessa peruskoulussa on otettu erinomaisesti huomioon heikosti pärjäävät oppilaat, mutta lahjakkaiden oppilaiden huomioiminen on jäänyt vähemmälle huomiolle. Myös lahjakkaille oppilaille on pystyttävä järjestämään oikean tasoista opetusta joko eriyttämällä opetusta luokan sisällä tai muiden ratkaisujen avulla, joita voivat olla esimerkiksi lahjakkaiden omat luokat, siirtyminen osittain luokattomaan peruskouluun tai verkko-opetuksen hyödyntäminen. Tulevaisuuden ratkaisuja näiltä osin saadaan varmasti lähivuosina, jolloin uusi perusopetuksen opetussuunnitelma saa muotonsa ja tulee kokonaan julkiseksi, myös teknologian kehittyminen vaikuttaa eriyttämisen opetusteknologisiin asioihin.

Tulevaisuuden visioista takaisin tähän päivään. Esittämistäni lahjakkaiden eriyttämiskeinoista, olen erityisen kiinnostunut opetuksen rikastamisesta, tarkemmin sanoen vertikaalisesta rikastamisesta, jossa oppilas saa tasoltaan vaikeampia tehtäviä. Mielenkiintoisena koen myös Renzullin kolmen tason rikastamisohjelman, joka ei sellaisenaan ole siirrettävissä olosuhteista toisiin, mutta ideana hyvin mielenkiintoinen. Siinä kahteen ensimmäiseen tasoon voivat osallistua kaikki oppilaat ja niissä rakennetaan pohjaa kolmannen tason toiminnalle. Kolmanteen ja selvästi vaativimpaan tasoon osallistuvat vain oppilaat, jotka ovat valmiita toimimaan määrätietoisesti ja uutterasti omaan mielenkiinnon kohteeseen liittyvän tutkimustyön parissa.

Suomessa matemaattisesti lahjakkaiden huomioiminen opetuksessa on paljolti riippuvainen opettajasta ja koulusta. Matemaattisesti lahjakkaille on tavallisen opetussuunnitelman parissa vaikea tarjota riittäviä haasteita, joka olisi kuitenkin tärkeää mielenkiinnon säilymisen kannalta. Pääsääntöisesti eriyttäminen tapahtuu normaaliluokassa esimerkiksi lisätehtävien tai apuopettajana toimimisen muodossa. Oppikirjat tarjoavat opettajille keinon eriyttämiseen lisätehtävien avulla, mutta tehtävien vaikeustaso ei yleensä ole riittävän haastava matemaattisesti lahjakkaille oppilaille, jotka varmasti viihtyisivät oppitunnilla paremmin saadessaan älyllisesti haastavaa tekemistä pelkkien rutiinitehtävien sijaan.

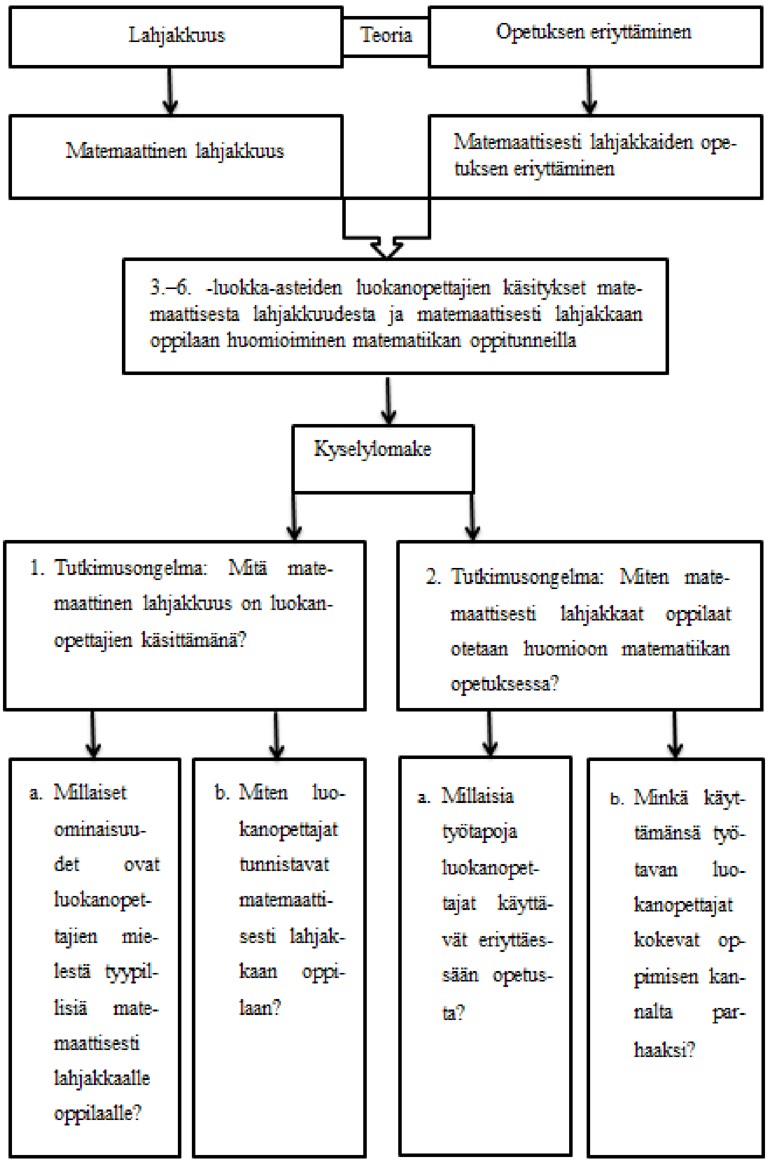
4 TUTKIMUSONGELMAT

Luokanopettajaopintojeni alusta saakka minua on kiehtonut matemaattinen lahjakkuus. Niinpä on luonnollista, että se on tämän pro gradu -tutkielman aiheena. Ruokamo (2000, 18) toteaa, että matemaattista lahjakkuutta on ajan saatossa yritetty määritellä useasti, siinä kuitenkaan onnistumatta. Ensimmäinen pääongelmani liittyy juuri tähän kysymykseen: ”Mitä matemaattinen lahjakkuus on luokanopettajien käsittämänä?” Pääongelmaan haetaan vastauksia kahden alaongelman avulla: ”Millaiset ominaisuudet ovat luokanopettajien mielestä tyypillisiä matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle?” sekä ”Miten luokanopettajat tunnistavat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan?”.

Toinen minua kiehtova asia on se, miten luokanopettajat toimivat sen jälkeen, kun ovat tunnistaneet matemaattisesti lahjakkaan oppilaan. Tällöin on kyseessä opetuksen eriyttäminen, kuten Uusikylä (1994, 169) toteaa: ”lahjakkaiden opetuksessa on yksinkertaisesti kysymys siitä, että opetus eriytetään vastaamaan myös lahjakkaiden kykyjä ja tarpeita.” Toinen pääongelmani on ”Miten matemaattisesti lahjakkaat oppilaat on otettu huomioon matematiikan opetuksessa?” Tähänkin pääongelmaan haetaan vastauksia kahden alaongelman avulla: ”Millaisia työtapoja luokanopettajat käyttävät eriyttäessään opetusta?” sekä ”Minkä käyttämänsä työtavan luokanopettajat kokevat oppimisen kannalta parhaaksi?”.

Seuraavassa esitetään tämän tutkielman päätutkimusongelmat sekä niihin liittyvät alaongelmat. Lisäksi kuviossa 7. havainnollistetaan koko tutkielman rakennetta teoriasta tutkimusongelmiin.

1. Mitä matemaattinen lahjakkuus on luokanopettajien käsittämänä?
    a. Millaiset ominaisuudet ovat luokanopettajien mielestä tyypillisiä matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle?
    b. Miten luokanopettajat tunnistavat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan?
2. Miten matemaattisesti lahjakkaat oppilaat otetaan huomioon matematiikan opetuksessa?
    a. Millaisia työtapoja luokanopettajat käyttävät eriyttäessään opetusta?
    b. Minkä käyttämänsä työtavan luokanopettajat kokevat oppimisen kannalta parhaaksi?



KUVIO 7. Tutkielman rakennetta kuvaava malli

Teoriaosassa lahjakkuutta ja opetuksen eriyttämistä lähestytään matemaattisen lahjakkuuden näkökulmasta. Tätä näkökulmaa kohdennetaan edelleen kohti matemaattisesti lahjakasta alakouluikäistä oppilasta siten, että 3.-6. -luokka-asteiden luokanopettajilta kysytään kyselylomakkeella tutkimusongelmiin liittyviä kysymyksiä sekä vastaajien taustatietoja. Kyselylomakkeella saatujen vastausten avulla etsitään ratkaisuja päätutkimusongelmiin sekä niiden alaongelmiin. Apuna käytetään tilastonkäsittelyyn suunniteltua ohjelmaa, jonka avulla pystytään tutkimaan esimerkiksi, miten taustamuuttujat vaikuttavat annettuihin vastauksiin.

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

5.1 Tutkimusote

Valitsin pro gradu -tutkielmani päämetodologiaksi kvantitatiivisen tutkimusotteen, sillä halusin tutkia suuremman ihmisjoukon mielipiteitä matemaattisesta lahjakkuudesta ja matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämisestä. Kvantitatiivisessa tutkimuksessa aineisto edustaa tilastollisesti perusjoukkoa sekä sille on ominaista aineiston keräämisen, käsittelyn ja analyysin selkeä erottuminen toisistaan. Lisäksi aineisto on esitettävissä numeerisessa muodossa havaintomatriisissa, jota pystytään tilastollisesti analysoimaan tilastonkäsittelyohjelmilla. (Uusitalo 1991, 79–81.)

Parhaiten tässä tutkimuksessa aineiston keräämiseen soveltui kyselylomake, sillä sen avulla pystyy helposti tavoittamaan laajan vastaajajoukon. Kyselylomakkeen etuihin kuuluu myös vastaajan henkilöllisyydensuoja, jolloin vastaajan on helpompi vastata kysymyksiin täysin rehellisesti sekä kyselylomakkeessa kysymykset ovat kaikille vastaajille yhdenmukaisia. Kyselytutkimuksessa on myös haittoja, sillä aineistoa pidetään usein pinnallisena ja tutkimuksia teoreettisesti vaatimattomina. Vastaajien suhtautumisesta kyselyyn vastaamiseen ei ole mitään tietoa eikä mahdollisia väärinymmärryksiä tai vastaajien asiantuntemusta pystytä kontrolloimaan. Hyvin laadittu kyselylomake vie laatijalta paljon aikaa ja vaatii monenlaista osaamista. Ongelmana on myös vastaamattomuus, jolloin kyselylomakkeista saattaa palautua vain murto-osa takaisin tutkijalle. (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2004, 184.)

Tutkimukseni on kyselytutkimus, joka on survey-tutkimuksen alatyyppi. Survey-tutkimuksessa kerätään tietoa standardoidussa muodossa yksilöiltä, jotka on poimittu tietystä ihmisjoukosta. Standardoituvuudella tarkoitetaan sitä, että kysyttäessä vastaajilta jotain asiaa, on se kysyttävä jokaiselta vastaajalta täsmälleen samalla tavalla. Tyypillisesti Survey-tutkimuksessa käytetään kyselylomaketta tai strukturoitua haastattelua. Saadun aineiston avulla pyritään kuvailemaan, vertailemaan ja selittämään erilaisia ilmiöitä. (Hirsjärvi ym. 2004, 125, 182.)

Kyselytutkimuksen avulla voidaan kerätä tietoa erilaisista yhteiskunnan ilmiöistä suhteellisen vaivattomasti, sillä siinä tutkija esittää vastaajalle kysymyksiä kyselylomakkeen avulla. Kyselytutkimus on suurimmaksi osaksi määrällistä tutkimusta ja siinä sovelletaan tilastollisia menetelmiä, koska kyselyaineistojen vastaukset koostuvat pääosin luvuista ja numeroista, vaikka kysymykset esitetäänkin sanallisessa muodossa. Sanallisesti annetaan ainoastaan täydentäviä tietoja tai vastauksia sellaisiin kysymyksiin, jotka on epäkäytännöllistä esittää numeerisesti. Kyselytutkimuksen mittausvaiheeseen kannattaa panostaa, sillä tässä vaiheessa tehtyjä virheitä on mahdotonta paikata analysointivaiheessa. (Vehkalahti 2008, 11, 13, 17.) Voidaankin sanoa, että kyselytutkimuksen tärkein työkalu on erinomaisesti laadittu kyselylomake, niinpä panostin tässä tutkielmassa erityisesti kyselylomakkeen selkeyteen ja toimivuuteen.

5.2 Mittareiden ja muuttujien laatiminen

Kyselytutkimuksessa mittareilla tarkoitetaan sellaisten kysymysten ja väitteiden kokoelmaa, joilla pyritään mittaamaan erilaisia moniulotteisia ilmiöitä kuten asenteita tai arvoja. Mittareita on mahdollista rakentaa itse tai soveltaa aiemmin käytettyjä mittareita. Valmiisiin mittareihin kannattaa kuitenkin suhtautua varauksella, sillä niiden toimivuus alkuperäisestä poikkeavassa yhteydessä ei ole itsestäänselvyys. (Vehkalahti 2008, 12.)

Tässä tutkielmassa olen rakentanut kaikki mittarit itse. Mittarin rakentamisessa olen käyttänyt apuna matemaattisen lahjakkuuden tutkimuksia, joissa esiintyneitä mittareita olen muokannut tähän tutkimukseen sopiviksi. Osa mittarin väittämistä on siis tehty teorian pohjalta ja osa liittyy omiin mielenkiinnon kohteisiin. Olen laatinut mittarit huolellisesti ja pyrkinyt siihen, että ne ovat selkeitä, yksiselitteisiä ja ymmärrettäviä. Suurimmassa osassa kysymyksistä on valmis Likert-asteikollinen vastausvaihtoehto, sillä ne selkeyttävät vastaamista ja helpottavat tietojen käsittelyä.

Teoreettisen osuuden hahmottelun jälkeen mietin tarkasti ja huolella, millaiset tutkimusongelmat asetan tälle tutkimukselle. Tutkimusongelmien perusteella laadin kyselylomakkeen, jonka avulla saisin selville luokanopettajien mielipiteet sekä taustatiedot, joiden avulla voisin tutkia, vaikuttavatko vastaajien taustat annettuihin vastauksiin.

Kuusisivuisen kyselylomakkeen (Liite 1) aluksi kerron lyhyesti tutkielman taustoja ja vastausohjeet. Päätin sijoittaa henkilökohtaisia tietoja koskevat kysymykset kyselylomakkeen alkuun, sillä se on yleinen järjestys kyselyissä. Kysymykset 1–7 liittyvät vastaajien taustatekijöihin ja osan näistä lajittelen analysointivaiheessa ryhmiksi, jotta taustatekijöiden vaikutusta vastauksissa olisi helpompi tutkia. Kyselylomakkeessa pyydettiin vastaajaa kertomaan seuraavat taustatiedot itsestään: sukupuoli, ikä, tällä hetkellä opetettava luokka, opetuskokemuksen määrä vuosina, luokan koko, onko kelpoisuutta luokanopettajan työhön sekä onko vastaajalla matematiikan lisäopintoja. Valitsin nämä taustatiedot, koska niihin on helppo antaa vastaus, niiden avulla on mahdollista vertailla otosta koko populaatioon ja ne ovat hyvin oleellisia taustatietoja, joiden avulla on mahdollista vertailla erilaisten ryhmien vastauksia.

Kysymyksellä 8 selvitetään vastauksia tutkimusongelmaan 1a eli millaiset ominaisuudet ovat luokanopettajien mielestä tyypillisiä matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle. Kysymyksessä 8 on 21 erilaista ominaisuutta, joiden kuvaavuutta matemaattisesti lahjakkaaseen oppilaaseen vastaaja arvioi kuusiportaisella Likert-asteikolla (1 ei lainkaan, 6 täysin). Parilliseen asteikkoon päädyin, jotta vastaajan on otettava kantaa puoleen tai toiseen, koska täysin neutraalia keskivaiheen vastausvaihtoehtoa ei ole olemassa. Ominaisuuksista 14 esiintyy jossain muodossa teoriaosassa ja loput ovat valikoituneet omiin mielenkiinnon kohteisiin pohjautuen. Kaksi ominaisuutta esitetään käännetyssä muodossa, jolloin niiden arvot täytyy skaalata analysointivaiheessa käänteisiksi, jotta ne ovat suoraan verrattavissa muihin saman kysymyksen kohtiin. Kyselylomakkeessa oli käännettyjä osioita, koska Metsämuurosen (2006, 103) mukaan niitä on hyvä olla mukana mittarissa, mutta suositeltavaa on, että niitä käytettäisiin kuitenkin vain vähän.

Kysymykset 9 ja 13 antavat vastauksia tutkimusongelmaan 1b eli miten luokanopettajat tunnistavat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan. Kysymyksessä 9 on kolme väittämää, joihin sain tiivistettyä haluamani asiat ja Likert-asteikko on samanlainen kuin edellisessä kysymyksessä. Väittämien määrä on pieni, koska niiden vaatima aika on suurempi kuin esimerkiksi edelliseen kysymykseen vastaaminen. Kysymys 13 on avoin kysymys, sillä halusin opettajien kertovan omin sanoin matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistusprosessista. Avoin kysymys oli tässä tapauksessa parempi vaihtoehto kuin valmiit vaihtoehdot, koska olisi ollut hankala tehdä tiivis, mutta kattava kooste vastausvaihtoehdoista. Analysointivaiheessa kysymyksen 13 vastaukset luokitellaan noin 5-10 kategoriaan riippuen siitä, millaisia kokonaisuuksia vastauksista on mahdollista muodostaa.

Kysymyksillä 10 ja 11 haetaan vastauksia tutkimusongelmaan 2a, millaisia työtapoja luokanopettajat käyttävät eriyttäessään opetusta. Kysymyksessä 10 on 21 työtapavaihtoehtoa sekä kolme avointa kohtaa, joihin voi lisätä oman vaihtoehdon, jos kaikkia käytetyimpiä työtapoja ei löydy valmiista työtapavaihtoehdoista. Työtavoista 11 pohjautuu teoriaan ja 10 omiin mielenkiinnon kohteisiin. Likert-asteikko on samanlainen kuin edellisissä vastaavissa kysymyksissä. Kysymyksessä 11 järjestetään edellisen kysymyksen sarakkeeseen A1 viisi käytetyintä työtapaa. Huomioitavaa on, että tietoja halutaan ainoastaan lukuvuoden 2011–2012 (syksyn kyselyssä myös lukuvuoden 2012–2013) työtavoista, sillä ajankohtainen tieto on kiinnostavampaa kuin vuosien takainen ja varmasti helpottaa myös vastaajien työtä.

Kysymyksellä 12 halutaan vastauksia tutkimusongelmaan 2b, minkä käyttämänsä työtavan luokanopettajat kokevat oppimisen kannalta parhaaksi. Tehtävänä on järjestää viisi matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle oppimisen kannalta hyödyllisintä työtapaa kysymyksen 10 sarakkeeseen B1.

Lopuksi kysymyksessä 14 vastaajilla on mahdollisuus kommentoida kyselyä, kertoa tarkemmin omista vastauksistaan tai jakaa omia kokemuksiaan matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opetuksesta. Käsittelen myös näitä avoimen kysymyksen vastauksia tutkimustuloksia esitellessäni, jos kommenteissa on jotain esille nostettavia asioita tai johdonmukaisuuksia.

5.3 Tutkimusaineiston kerääminen

Päädyin sähköisen kyselylomakkeen sijaan lähettämään paperisen kyselylomakkeen, sillä sähköinen kysely on liian helppo ohittaa, toisin kuin paperinen kyselylomake. Paperisen kyselylomakkeen käyttöä puoltaa minun tapauksessani myös se, että sen avulla pääsee paremmin tutkimuksenteon tunnelmaan ja tutustuu kattavammin saatuun aineistoon. Saadut vastaukset on itse syötettävä käytettyihin analysointiohjelmiin, jolloin tulee automaattisesti perehdyttyä jo siinä vaiheessa itse tuloksiin.

Ennen aineiston keräämistä suoritin suppean esitestauksen, johon osallistui kolme luokanopettajaa. Esitestauksen tarkoituksena oli löytää kyselylomakkeesta mahdolliset puutteet tai epäselvyydet, saada rakentavaa palautetta kyselylomakkeen rakenteesta ja kysymyksistä sekä testata, miten kauan kyselylomakkeen täyttäminen kestää. Esitestauksessa ei ilmennyt sellaisia epäkohtia, jotka olisivat vaatineet kyselylomakkeen päivittämistä. Näitä kolmea vastausta ei otettu mukaan varsinaiseen tutkimusaineistoon, vaikka kyselylomake ei muuttunutkaan esikyselyn jälkeen.

Aineiston kerääminen alkoi huhtikuussa 2012, tavoitteena oli saada vähintään 100 vastausta. Valitsin tutkimuskouluiksi eripuolilla Suomea sijaitsevia kouluja, joiden yhteystiedot löytyivät Internetistä. Tarkoitus oli saada kattava otos populaatiosta valitsemalla kouluja erikokoisista kunnista ja kaupungeista eripuolilta Suomea. Seuraavaksi otin puhelimitse tai sähköpostilla yhteyttä koulujen rehtoreihin ja kysyin, olisiko heidän koulullaan mahdollisuus olla avuksi tutkimusaineiston keräämisessä. Lähetin osallistuville kouluille sähköpostilla tiedotteen kyselystä sekä valmiit kyselylomakkeet ja vastauskuoren postitse. Kirjeessä oli rehtorille myös saatekirje, jossa ilmoitin minne saakka kyselyyn vastaamiseen oli varattu aikaa. Keskimäärin annoin vastausaikaa noin kaksi viikkoa. Tutkimusaineiston keräämiseen suostuneiden koulujen rehtorit olivat yhteyshenkilöinä, he jakoivat kyselylomakkeet luokanopettajille sekä keräsivät ja postittivat valmiit lomakkeet takaisin.

Lähetin keväällä 2012 kyselylomakkeita 23 koululle yhteensä 227 kappaletta. Vastauksia sain 16 eri koululta yhteensä 52 kappaletta, joka jäi selvästi alle tavoitteen. Loppukevät ei selvästikään ollut otollinen aika aineiston keräämiselle, sillä opettajilla oli runsaasti muun muassa kevätjuhliin ja oppiaineiden arviointeihin liittyviä kiireitä. Vähäisistä vastauksista johtuen jouduin jatkamaan tutkimusaineiston keräämistä syksyllä 2012. Tällöin lähetin 14 koululle yhteensä 167 kyselylomaketta. Myös syksyn vastausmäärä oli pieni, sillä vastauksia sain vain kahdeksalta eri koululta yhteensä 36 kappaletta, jolloin vastausten yhteenlaskettu lukumäärä oli 88.

5.4 Tutkimusaineiston käsittely ja analysointi

Ensimmäisessä käsittelyvaiheessa merkitsin palautetut kyselylomakkeet juoksevalla numerolla. Numerointia käytin, jotta voin syöttövirheiden minimoimiseksi tarkistaa valmiin havaintomatriisin myöhemmin ja toisaalta, jotta voin korjata mahdolliset analysointivaiheessa ilmitulleet selkeät virheet. Numerointivaiheessa merkitsin taulukkoon muistiin, millä koululla mikäkin numeroitu kyselylomake on täytetty, sillä numerointivaiheen jälkeen en voi kyseistä muistiin merkitsemistä tehdä.

Toisessa käsittelyvaiheessa syötin kyselylomakkeiden kysymysten 1–10 vastaukset sellaisenaan tilastonkäsittelyohjelmaan IBM SPSS Statistics 19. Kysymyksissä 11 ja 12 pisteytin vastaukset siten, että vastaus 1 on viisi pistettä, 2 on neljä pistettä, 3 on kolme pistettä, 4 on kaksi pistettä ja 5 on yksi piste. Kysymykseen 13. vastaajat saivat omin sanoin kertoa, miten he tunnistavat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan luokassaan. Luokittelin nämä vastaukset seitsemään pääkategoriaan. Osa vastaajista ei vastannut lainkaan tähän kysymykseen, osa hyvin lyhyesti ja osa kertoi hyvin laajasti siitä, miten ja millä menetelmillä he tunnistavat matemaattista lahjakkuutta luokassaan. Kysymyksessä 14 vastaajat saivat avata vastauksiaan enemmän tai kertoa vapaasti omista kokemuksistaan liittyen tutkielman aiheeseen. Lähes puolet vastaajista oli kertonut kokemuksistaan matematiikan opettamisesta ja näistä kommenteista kerron tutkimustuloksissa tarkemmin.

Syöttövirheiden määrän minimoimiseksi tarkistin havaintomatriisin ennen varsinaista analysoinnin aloittamista. Seuraavaksi käänsin kysymyksen 8 b- ja j-kohtien merkityksen käänteiseksi, sillä olin kyselylomakkeeseen tarkoituksella laittanut nämä kaksi arvoa käänteisiksi verrattuna muihin kysymyksiin. Metsämuurosen (2006, 478) mukaan on ongelmallista, jos aineistossa on puuttuvia havaintoja eli puuttuvia tietoja, jolloin esimerkiksi monimuuttujamenetelmissä kyseistä vastaajaa tai havaintoyksikköä ei oteta lainkaan mukaan analyysiin. Vastauksissa oli jonkin verran puuttuvia havaintoja, joista osa oli perusteltu ja osa johtui luultavasti huolimattomuudesta. Kyselyn anonymiteetistä johtuen ei ollut mahdollista kysyä vastaajilta vastauksia puuttuviin havaintoihin, joten päätin korvata puuttuvat tiedot muiden vastaajien antamien vastausten keskiarvoilla. Joskus havainnoissa saattaa ilmetä analysointivaiheessa selkeitä virheitä, jotka luonnollisesti vääristävät keskiarvoa. Tällaisessa tapauksessa poistan virheellisen havainnon ja korvaan sen oikealla arvolla, jos se on tiedossa, muuten korvasin kyseisen havainnon keskiarvolla sekä aiemmin puuttuneet havainnot uudella keskiarvolla.

Taustamuuttujissa kysyttiin asioita, joissa vastausten hajonta oli analysoinnin kannalta liian suuri. Tästä syystä luokittelin muuttujista iän (ikäjakauma), opetuskokemuksen (opkokjakauma), luokan koon (lkokojakauma) ja matematiikkaan liittyvät lisäopinnot (lisäopjakauma) uudelleen. Jaoin muuttujat kolmeen tai neljään ryhmään, jotka on esitelty taulukossa 1. Taustamuuttujissa kysyttiin opetettavaa luokka-astetta. Ongelmalliseksi muodostuivat vastaukset, joissa opettajalla oli yhdysluokka tai hän opetti usealle eri luokka-asteelle matematiikkaa. Tällaisissa tapauksissa (n=3) merkitsin luokka-asteeksi ylimmän luokka-asteen, jota luokanopettaja ilmoitti opettavansa.

TAULUKKO 1. Taustamuuttujien uudelleenluokittelu

Uusi merkintä	Ikä	Opetuskokemus	Luokan koko	Lisäopinnot
1	<31	0–5	<18	Ei
2	31–40	6–10	18–22	Muu
3	41–50	11–20	>22	Sivuaineopinnot
4	>50	21–30		

Seuraavaksi mietin, miten olisi mahdollista ottaa kysymysten 11 ja 12 vastaukset mukaan SPSS:llä analysointiin. Päädyin ratkaisuun, jossa lisäsin havaintomatriisiin muuttujat k11käytetyin1…k11käytetyin5 sekä k12tehokkain1…k12tehokkain5. Lisäksi määrittelin kyselylomakkeen kysymysten 11 ja 12 vastausvaihtoehdoille lukuarvot siten, että A=1, B=2,…, V=22, jolloin niitä on mahdollista käsitellä SPSS-ohjelmistolla. Kysymyksissä 13 ja 14 tällainen menetelmä ei toiminut, koska sanallisista vastauksista ei löytynyt riittävän selkeitä johdonmukaisuuksia ja ryhmiä, joita olisi voinut käyttää hyväksi vastausten muokkaamisessa numeeriseen muotoon.

Tämän jälkeen oli mahdollista aloittaa tutkimusaineiston analysointivaihe, jossa käytin apuna alan kirjallisuutta. Aluksi kuvailin havaintoaineistoa frekvenssien, keskiarvojen, keskihajontojen, mediaanien ja moodien avulla. Tutkiessani seuraavaksi taustamuuttujien vaikutusta vastauksiin, muodostin pääkomponenttianalyysillä kysymysten 8 ja 10 vastauksista kuusi pääkomponenttia. Varsinaisen analyysin tein riippumattomien ryhmien t-testillä, Mann-Whitneyn U-testillä, yksisuuntaisella varianssianalyysillä sekä non-parametrista Kruskal-Wallis -testiä. Analysointimenetelmistä kerrotaan yksityiskohtaisesti tutkimustulosten yhteydessä.

6 TUTKIMUSTULOKSET

Tässä luvussa esittelen tutkimusongelmiin vastaavat tutkimustulokset sekä analysointimenetelmät. Tutkimusaineiston analyysissa käytin IBM SPSS Statistics 19 tilastonkäsittelyohjelmaa, joka on Metsämuurosen (2003, 408) mukaan suunniteltu nimenomaan kvantitatiivisen aineiston analyysiin.

Käytän aineiston kuvaamisessa seuraavia keskiluvuiksi luokiteltuja termejä, jolloin aineiston informaatio ilmaistaan yhdellä ainoalla luvulla. Aritmeettinen keskiarvo tunnetaan yleisemmin nimellä keskiarvo, ja se lasketaan summaamalla kaikki arvot yhteen ja jakamalla saatu summa arvojen lukumäärällä. Keskihajonta kuvaa arvojen vaihtelua keskiarvon ympärillä. Mitä pienempi keskihajonta on, sitä paremmin havainnot ovat keskittyneet keskiarvon ympärille. Mediaani on järjestetyn aineiston keskimmäisin arvo tai kahden keskimmäisen arvon puoliväli. Mediaanin ylä- ja alapuolelle jää siis täsmälleen yhtä monta havaintoa eli 50 % havainnoista. Moodi kertoo, minkä muuttujan arvon frekvenssi eli esiintymistiheys on suurin. Toisin sanoen moodi ilmaisee, mitä muuttujan arvoa on eniten. (Metsämuuronen 2006, 339–342.)

Muuttujat jaetaan mittaustasonsa mukaan neljään asteikkoon, jotka ovat laatuero-, järjestys-, välimatka- ja suhdeasteikko. Yksinkertaisin näistä on laatueroasteikko, jolla mitataan asioita, jotka voidaan erotella toisistaan laadullisesti. Tällainen muuttuja on esimerkiksi sukupuoli. Järjestysasteikolla muuttujat pystytään laittamaan järjestykseen sen mukaan, onko jotain ominaisuutta enemmän vai vähemmän, mutta se ei kerro kuinka paljon ominaisuuksien määrät toisistaan poikkeavat. Esimerkiksi armeijan arvojärjestys on järjestysasteikollinen muuttuja. Välimatka-asteikolla saadaan tietoa muuttujan arvojen välisistä eroista, lämpötila on tyypillinen tähän asteikkoon kuuluva muuttuja. Tyypillisesti välimatka-asteikolla olevalla muuttujalla ei ole absoluuttista nollakohtaa ja keskeinen mittarityyppi on 5-7 portainen Likert-asteikko. Suhdeasteikolla on edellisen asteikon ominaisuudet sekä lisäksi absoluuttinen nollapiste eivätkä arvot voi olla negatiivisia. Esimerkiksi pituus, paino ja ikä ovat suhdeasteikollisia muuttujia. (Metsämuuronen 2006, 58–62.) SPSS:n käyttäjän on oltava tietoinen, mihin mitta-asteikkoon muuttujat kuuluvat, sillä analysointimenetelmillä on erilaisia vaatimuksia, jotta niitä voidaan käyttää aineiston analyysiin.

Mittaustason ohella muuttujat voidaan luokitella myös diskreetteihin eli epäjatkuviin ja jatkuviin muuttujiin. Diskreetillä muuttujalla on äärellinen määrä arvoja. Esimerkiksi Likert-asteikolliset muuttujat ovat diskreettejä. Jatkuvalla muuttujalla sen sijaan voi periaatteessa olla ääretön määrä arvoja, esimerkiksi pituus ja ikä ovat tällaisia. (Läärä 2013, 15.) Tässä tutkimuksessa käytettyjen muuttujien luokittelut esitetään taulukossa 2.

TAULUKKO 2. Muuttujien luokittelu

Muuttuja	Asteikko	Jatkuva	Diskreetti
Sukupuoli	Laatuero		X
Ikä	Suhde	X	
Ikäjakauma	Järjestys		X
Opetettava luokka	Järjestys		X
Opetuskokemus	Suhde	X	
Opkokjakauma	Järjestys		X
Luokan koko	Suhde	X	
Lkokojakauma	Järjestys		X
Kelpoisuus	Järjestys		X
Lisäopjakauma	Järjestys		X
Kysymykset 8–10	Välimatka		X
Kysymykset 11–12	Laatuero		X
Pääkomponentit	Välimatka	X	

Aineiston analysointimenetelmien valinnassa on otettu huomioon muuttujien ominaisuudet. Analysointivaiheessa apuna on käytetty alan kirjallisuutta, joiden perusteella muuttujille on tehty erilaisia testejä, jotta on voitu todeta analysointimenetelmien soveltuvuus kullekin muuttujalle. Yleisin testi on ollut jakauman normaalisuuden tarkastaminen. Ellei jakauma ole ollut normaalinen, on käytetty jakaumasta riippumattomia eli non-parametrisia testejä.

6.1 Vastaajien taustatiedot

Vastaajia oli yhteensä 88. Taustatietoja koskeviin kysymyksiin oli vastattu huolellisesti, muutamia puuttuvia tietoja lukuun ottamatta. Taulukoissa 3. ja 4. esitetään tilastoja kaikkien vastaajien taustatiedoista.

TAULUKKO 3. Tilastoja vastaajien taustatiedoista

Taustamuuttuja	Keskiarvo	Keskihajonta	Mediaani	[Pienin arvo, suurin arvo]
Ikä	42,1	9,7	43,0	[24, 60]
Luokka	4,6	1,2	5,0	[3, 6]
Opetuskokemus	14,9	10,0	14,0	[1, 36]
Luokan koko	19,8	4,2	20,0	[7, 32]

Kaikkien vastaajien ikäkeskiarvo oli 42,1 vuotta ja opetuskokemusta oli keskimäärin 14,9 vuotta. Keskiarvot olivat hyvin lähellä mediaania, joten jakaumat eivät ole vääristyneitä. Opetusluokista laskettu keskiarvo oli 4,6. Vastaajissa on siis hieman enemmän 5. ja 6. luokan opettajia kuin 3. ja 4. luokan opettajia. Tämä näkyy myös mediaanissa, joka on 5. luokka. Luokan koosta laskettu keskiarvo oli 19,8, joka on hyvin lähellä mediaania. Taustamuuttujien pienimmät ja suurimmat arvot antavat suuntaa vastausten jakautumisesta ja suhteesta keskiarvoihin ja mediaaneihin.

TAULUKKO 4. Tilastoja vastaajien ryhmiin luokitelluista taustatiedoista

Taustamuuttuja	1	2	3	4
Sukupuoli	59 (Nainen)	28 (Mies)		
Ikä (Ikäjakauma)	15 (-30v)	25 (31–40v)	30 (41–50v)	18 (51v-)
Luokka	16 (3)	24 (4)	19 (5)	27 (6)
Opetuskokemus (Opkokjakauma)	20 (-5v)	19 (6–10v)	21 (11–20v)	27 (21v-)
Luokan koko (Lkokojakauma)	24 (-17)	45 (18–22)	18 (23-)	
Kelpoisuus	85 (Kyllä)	3 (Ei)		
Lisäopinnot (Lisäopjakauma)	57 (Ei)	19 (Muu)	12 (sivuaine)	

Vastaajista naisia oli 59, miehiä 28 ja yksi vastaaja ei ilmoittanut sukupuoltaan. Ikäjakauma oli varsin tasainen, vastaajista alle 31-vuotiaita oli 15, 31–40 -vuotiaita 25, 41–50 -vuotiaita 30 ja yli 50-vuotiaita 18. Kysely oli tarkoitettu 3-6 -luokkien luokanopettajille, 86 vastaajaa kuului tähän ryhmään ja kaksi vastaajista opetti ensimmäisen luokan oppilaita. Opetuskokemusta oli korkeintaan viisi vuotta 20 vastaajalla, 6–10 vuotta 19 vastaajalla, 11–20 vuotta 21 vastaajalla ja yli 20 vuotta 27 vastaajalla, yksi vastaaja ei antanut vastausta tähän kysymykseen. Opetettavan luokan koko oli 24 vastaajalla alle 18 oppilasta, 45 vastaajalla 18–22 oppilasta ja 18 vastaajalla yli 22 oppilasta, yksi vastaaja jätti vastaamatta tähän kysymykseen. Vastaajat olivat pääsääntöisesti kelpoisia luokanopettajan työhön, sillä 85 vastasi myönteisesti ja vain kolme kielteisesti kysyttäessä, onko heillä kelpoisuus luokanopettajan työhön. Matematiikan lisäopintoja ei ollut suorittanut lainkaan 57 vastaajaa, 12 vastaajaa oli suorittanut 25 tai 60 opintopisteen sivuaineen ja 19 vastaajaa jonkinlaista muuta matematiikkaan liittyvää koulutusta, esimerkiksi koulutuspäiviä.

6.2 Matemaattinen lahjakkuus

Ensimmäisen päätutkimusongelman avulla halusin selvittää, mitä matemaattinen lahjakkuus on luokanopettajien käsittämänä. Ensimmäinen alaongelma käsittelee, millaisia ominaisuuksia luokanopettajat liittävät matemaattiseen lahjakkuuteen. Kysymyksellä 8. halusin vastauksia siihen, millaiset ominaisuudet ovat luokanopettajien mielestä tyypillisiä matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle. Kysymyksessä kahdeksan muoto oli, miten seuraavat ominaisuudet kuvaavat mielestäsi matemaattisesti lahjakasta oppilasta. Vaihtoehtoja oli kuusi, joista 1 tarkoitti, että ominaisuus ei kuvaa lainkaan matemaattisesti lahjakasta oppilasta. Vastaus 6 tarkoitti, että ominaisuus sopii täysin kuvaamaan matemaattisesti lahjakasta oppilasta.

Taulukossa 5. esitetään luokanopettajien vastausten tunnuslukuja järjestettynä aritmeettisen keskiarvon mukaan suuruusjärjestykseen. Vastausten jakauman kuvaamiseksi esitetään keskiarvon lisäksi myös keskihajonta, mediaani ja moodi.

TAULUKKO 5. Millaiset ominaisuudet ovat luokanopettajien mielestä tyypillisiä matemaattisesti lahjakkaille oppilaille, suuruusjärjestyksessä aritmeettisen keskiarvon mukaan järjestettynä

Ominaisuus	Keskiarvo	Keskihajonta	Mediaani	Moodi
Hyvä hahmotuskyky	5,33	0,64	5	5
Looginen / loogisesti ajatteleva / päättelykykyinen	5,25	0,73	5	5
Ongelmanratkaisukykyinen	5,24	0,73	5	5
Hyvä muisti	5,00	0,71	5	5
Älykäs	4,81	0,76	5	5
Nopea oppimaan	4,78	0,82	5	5
Kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta	4,64	0,94	5	5
Keskittymiskykyinen	4,58	1,18	5	5
Hyvä lukutaito	4,51	0,86	5	5
Omatoiminen	4,48	0,84	4,74	5
Idearikas / kekseliäs	4,38	1,04	4	5
Sosiaalinen	4,38	1,02	4	4
Ahkera	4,37	0,87	4	4
Motivoitunut	4,37	0,96	4	5
Hyvä itsetunto	4,28	0,97	4	4
Järjestelmällinen	4,28	0,97	4	4
Utelias / kyselee paljon	4,14	1,02	4	4
Luova	3,94	0,96	4	4
Hyvä kaikissa kouluaineissa	3,91	0,92	4	4
Käytökseltään haasteellinen	2,75	1,09	3	3
Lahjakas vain matematiikassa	2,30	1,02	2	2

Mitä suurempi vastausten keskiarvo on, sitä paremmin tämä ominaisuus luokanopettajien mielestä kuvasi matemaattisesti lahjakasta oppilasta. Vastausten perusteella matemaattisesti lahjakkaalla oppilaalla on hyvä hahmotuskyky, hän on looginen ja ongelmanratkaisukykyinen, mutta hän ei ole lahjakas pelkästään matematiikassa eikä käytökseltään haasteellinen.

Ensimmäisen päätutkimusongelma toinen alaongelma käsitteli matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamista. Kysymyksessä 9. oli kolme väittämää, joihin oli kuusi vastausvaihtoehtoa, 1 tarkoitti täysin eri mieltä ja 6 tarkoitti täysin samaa mieltä. Väittämät ja niihin liittyvät tunnusluvut esitetään taulukossa 6.

TAULUKKO 6. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamiseen liittyvien väittämien tunnuslukuja

Väite	Keskiarvo	Keskihajonta	Mediaani	Moodi
Tunnistan matemaattisesti lahjakkaan oppilaan helposti.	4,63	0,79	5	5
Matemaattisesti lahjakas tyttö on helpompi tunnistaa kuin matemaattisesti lahjakas poika.	2,51	1,12	2	2
Matemaattista osaamista arvioivat testit ovat hyödyllisiä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamisessa.	4,03	1,10	4	4

Näiden tulosten perusteella luokanopettajat kykenevät mielestään tunnistamaan matemaattisesti lahjakkaan oppilaan melko helposti. Kysymyksessä 9 Likert-asteikko on parillinen ja vaikka se ei ole aidosti välimatkallinen, niin voidaan ajatella vaihtoehtojen 1–3 vastaavan väittämään kielteisesti ja vaihtoehtojen 4–6 myönteisesti. Tämän perusteella viisi vastaajaa ei tunnista matemaattisesti lahjakasta oppilasta omasta mielestään helposti, toisin kuin selkeä enemmistö eli 83 vastaajaa. Matemaattisesti lahjakkaan tytön tunnistaminen ei ole vastausten keskiarvon perusteella helpompaa kuin pojan. Edellistä selkeämmin asia ilmenee, kun vertaillaan myönteisiä ja kielteisiä vastauksia. Vastausvaihtoehdon 1–3 valitsi 72 vastaajaa ja 16 vastaajaa vastausvaihtoehdon 4–6. Vastausten keskiarvon perusteella matemaattista osaamista arvioivat testit ovat luokanopettajien mielestä jonkin verran hyödyllisiä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamisessa. Vaihtoehdon 1–3 valitsi 27 vastaajaa ja vaihtoehdon 4–6 61 vastaaja. Vastaamiseen ei kuitenkaan edellytetty, että luokanopettaja olisi käyttänyt jotain osaamista arvioivaa testiä tunnistamismenetelmänä. Tämä on ongelma, sillä kysymyksen 13 perusteella vain seitsemän vastaajaa ilmoitti käyttävänsä testejä tunnistamismenetelmänä. Niinpä tässä kysymyksessä mitattiin asennetta testejä kohtaan eikä niinkään käyttökokemuksia.

Kysymyksessä 13 kysyttiin avoimella kysymyksellä, miten luokanopettajat tunnistavat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan ja mitä menetelmiä heillä on apunaan. Tähän kysymykseen jätti kokonaan vastaamatta 16 luokanopettajaa, mikä heikentää tutkimuksen luotettavuutta näiltä osin. Vastaukset olivat osin tulkinnallisia, eikä niistä löytynyt selkeitä johdonmukaisuuksia. Suurin osa vastaajista kertoi useamman kuin yhden tunnistamiskeinon. Luokittelin vastaukset seitsemään ryhmään, jotka esitetään taulukossa 7.

TAULUKKO 7. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamiskeinoja

Tunnistaminen	Lukumäärä
Nopea laskemaan ja päättelemään, hyvä päässälaskuissa	33
Motivoitunut, pitää ja osaa pulma-, päättely- ja ongelman-ratkaisutehtävistä	31
Kokeissa menestyminen / tuntiosaaminen	21
Oppilaan työskentelyn seuraaminen	16
Nopea oppimaan	14
Kysymysten esittäminen / tuntiaktiivisuus	10
Testit	7

Luokanopettajat kertoivat pääasiassa ominaisuuksia, joiden avulla he tunnistavat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että he tarkkailevat oppilaan toimintaa matematiikan oppitunnilla ja tämän tarkkailun perusteella luokittelevat oppilaan matemaattisesti lahjakkaaksi, jos siihen on syytä. Pääasiassa tunnistamiseen liittyvät ominaisuudet ovat sellaisia, jotka saivat isoja arvoja edellisen alatutkimusongelman vastauksissa. Matemaattisista osaamista kartoittavia testejä luokanopettajista käytti vain pieni osa.

Tarkoitus oli kartoittaa matematiikan tunnistusmenetelmiä, mutta saadut vastaukset eivät antaneet riittävästi aineistoa siihen. Kysymyksen muotoilu antoi mahdollisuuden vastata siten, että luetteli vain ominaisuuksia eikä kertonut menetelmistä. Näiltä osin kyselylomake ei toiminut niin kuin olisin sen halunnut toimivan, joten saaduista vastauksista ei pysty päättelemään käytetyistä tunnistusmenetelmistä kovinkaan paljon. Tämä vaikuttaa heikentävästi tutkimuksen validiteettiin. Kysymys ei kysynytkään sitä asiaa, jota oli tarkoitus selvittää.

6.3 Lahjakkaiden opetuksen eriyttäminen

Toisen päätutkimusongelman avulla halusin selvittää, miten matemaattisesti lahjakkaat oppilaat on otettu huomioon matematiikan opetuksessa. Ensimmäisen alaongelman avulla tutkin, millaisia työtapoja luokanopettajat käyttävät eriyttäessään matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetusta. Taulukossa 8 esitetään tähän liittyvien vastausten tunnuslukuja.

TAULUKKO 8. Tunnuslukuja matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämiseen käytetyistä työtavoista

Työtapa	Keskiarvo	Keskihajonta	Mediaani	Moodi
Oppikirjan lisätehtävät	5,61	0,70	6	6
Päässälaskutehtävät	4,00	1,37	4	4
Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	3,82	1,37	4	5
Pelit (päättelykykyä vaativat pulmat, sudokut, nopat, yms.)	3,57	1,22	3	3
Omatoiminen opiskelu/eteneminen	3,48	1,54	3,24	3
Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla	3,38	1,36	3,69	4
Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen	3,33	1,27	3	3
Havainnollistavan materiaalin käyttö opetuksessa	3,32	1,40	3	3
Yksilölliset kotitehtävät	3,26	1,63	3	1 ja 5
Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan	3,12	1,51	3	3
Integrointi muihin oppiaineisiin	3,02	1,10	3	3
Oppilas opiskelee tietokoneen avulla (ohjelmat, pelit yms.)	2,99	1,35	3	2
Toiminnallisuus (konkreettiset välineet, esim. geotaulu, multilink yms.)	2,42	1,16	2	2
Itse tekemäni lisämateriaali	2,35	1,31	2	1
Verkkomateriaalit tai -kurssit	2,22	1,36	2	1
Laskimen käyttö (oppilas käyttää)	2,21	1,21	2	1
Oppilaat tekevät itse matemaattisia ongelmia / tehtäviä oppitunnin aiheesta	2,21	1,18	2	2
Ylempien luokkien oppimateriaali	1,94	1,26	1	1
Projektit / itsenäiset tutkimukset	1,67	0,98	1	1
Erityisopettajan antama opetus	1,33	0,79	1	1
Matematiikkakerho	1,08	0,41	1	1

Kysymyksessä 10 kysyttiin, miten usein olet käyttänyt kyseisen lukuvuoden aikana seuraavia työtapoja eriyttäessäsi matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetusta. Tällä kysymyksellä selvitettiin, miten usein määrällisesti matematiikan oppitunnilla käytetään tiettyä työtapaa matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden eriyttämiskeinona. Valmiita vaihtoehtoja oli 21. Lisäksi oli mahdollisuus kertoa muista käyttämistään työtavoista, mutta tätä vaihtoehtoa ei käyttänyt kuin kaksi vastaaja, jotka kertoivat käyttävänsä toisen kirjasarjan tehtäviä eriyttääkseen opetusta. Vastausvaihtoehtoja oli kuusi, joista 1 tarkoitti ”En kertaakaan” ja 6 ”Lähes jokaisella matematiikan oppitunnilla”.

Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetusta eriytettäessä on vastausten mukaan ylivoimaisesti käytetyin työtapa oppikirjan lisätehtävät, jonka keskiarvo 5,61. Oppikirjan lisätehtävät ovat käytetyin työmuoto sekä käyttökerroiltaan että suhteessa muihin työtapoihin, joka nähdään taulukosta 9 Muita käyttökerroiltaan käytetyimpiä työtapoja ovat päässälaskutehtävät (keskiarvo 4,00), apuopettajana toimiminen (3,82) sekä pelit (3,57). Erityisen harvoin matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetusta eriytetään matematiikkakerhon (1,08), eritysopettajan antaman opetuksen (1,33) sekä projektien (1,67) avulla.

Kysymyksessä 11 piti järjestää eriyttämisessä käytetyistä työtavoista viisi eniten käyttämäänsä järjestykseen. Tällä kysymyksellä selvitettiin, miten käytettyjä eri työtavat ovat suhteessa muihin työtapoihin. Käytetyintä työtapaa merkattiin 1:llä ja viidenneksi käytetyintä 5:lla. Pisteytin vastaukset siten, että käytetyin oli viisi pistettä, 2. käytetyin neljä pistettä, 3. käytetyin kolme pistettä, 4. käytetyin 2 pistettä ja 5. käytetyin yksi piste. Mitä suurempi pistemäärä työtavalla on, sitä käytetympi se on. Tällöin voidaan vertailla, ovatko kysymyksien 10 ja 11 vastaukset keskenään samanlaisia eli onko käytetyin työtapa myös se, jota käytetään lukumääräisesti useimmiten. Kysymykseen 11 jätti kokonaan tai osittain vastaamatta 13 vastaajaa, mikä heikentää kysymyksen luotettavuutta sekä kysymysten 10 ja 11 vertailtavuutta. Taulukossa 9 esitetään kysymyksen 11 vastausten frekvenssit ja pistemäärät.

TAULUKKO 9. Viiden käytetyimmän työtavan yhteenveto

Työtapa	Käytetyin	2. käytetyin	3. käytetyin	4. käytetyin	5. käytetyin	Pisteet
Oppikirjan lisätehtävät	52	16	8	0	1	349
Päässälaskutehtävät	2	8	9	7	7	90
Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	5	10	9	10	7	119
Pelit (päättelykykyä vaativat pulmat, sudokut, nopat, yms.)	2	7	8	4	8	78
Omatoiminen opiskelu/eteneminen	4	9	5	6	8	91
Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla	2	7	3	9	9	74
Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen	0	0	4	8	2	30
Havainnollistavan materiaalin käyttö opetuksessa	3	3	4	3	4	49
Yksilölliset kotitehtävät	2	5	11	5	6	79
Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan	4	6	5	4	2	69
Integrointi muihin oppiaineisiin	0	1	1	4	1	16
Oppilas opiskelee tietokoneen avulla (ohjelmat, pelit yms.)	0	2	7	5	7	46
Toiminnallisuus (konkreettiset välineet, esim. geotaulu, multilink yms.)	0	0	0	2	4	8
Itse tekemäni lisämateriaali	2	2	0	3	2	26
Verkkomateriaalit tai -kurssit	0	1	3	2	1	18
Laskimen käyttö (oppilas käyttää)	0	1	0	0	1	5
Oppilaat tekevät itse matemaattisia ongelmia / tehtäviä oppitunnin aiheesta	1	0	2	4	1	20
Ylempien luokkien oppimateriaali	0	0	0	0	3	3
Projektit / itsenäiset tutkimukset	0	0	0	0	0	0
Erityisopettajan antama opetus	0	1	0	1	2	8
Matematiikkakerho	0	0	0	0	1	1
Lisäkirja	0	0	0	1	0	2

Viiden käytetyimmän työtavan pisteytyksen mukaan oppikirjan lisätehtävien (pistemäärä 349) jälkeen käytetyimpiä ovat apuopettajana toimiminen (119), omatoiminen opiskelu/eteneminen (91) sekä päässälaskutehtävät (90). Projektit (0), matematiikkakerho (1) sekä ylempien luokkien oppimateriaali (3) sen sijaan saavat vähiten pisteitä. Kysymysten 10 ja 11 vastausten välillä on pieniä eroavaisuuksia työtapojen välillä. Esimerkiksi yksilölliset kotitehtävät sijoittuu korkeammalle kysyttäessä viittä käytetyintä työtapaa kuin kysyttäessä, miten usein käytät seuraavia työtapoja. Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen sekä matematiikan integrointi muihin oppiaineisiin ovat sen sijaan vähemmän käytettyjä työtapoja suhteessa muihin kuin kysyttäessä, miten usein käytät seuraavia työtapoja.

Toisen päätutkimusongelman toinen alaongelma selvittää, mitkä näistä työtavoista ovat luokanopettajan mielestä tehokkaimpia matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta. Kysymyksessä 12 piti järjestää viisi matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta tehokkainta työtapaa järjestykseen. Kysymys 12 oli muodoltaan samanlainen kuin kysymys 11 Kysymykseen 12 jätti kokonaan tai osittain vastaamatta 13 vastaajaa, mikä heikentää sekä kysymyksen luotettavuutta että vertailtavuutta kahteen edelliseen kysymykseen.

Taulukossa 10 esitetään kysymyksen 12 vastausten frekvenssit ja pistemäärät. Esitetyt tulokset on järjestetty kysymyksen 10 mukaiseen järjestykseen eli ylimpänä on työtapa, joka on kysymyksen 10 vastausten mukaan useimmin käytetty työtapa. Tällöin on helppo vertailla, ovatko useimmin käytetyt matemaattisesti lahjakkaan oppilaan eriyttämisen työtavat myös niitä, jotka ovat vastaajien mielestä myös tehokkaimpia matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta.

Kysymyksen 12 vastauksista ei löydy työtapaa, joka olisi vastaajien mielestä ylivoimaisesti tehokkain. Sekä kokonaispistemäärällä mitattuna että huomioimalla pelkästään tehokkain työtapa, vastaukset jakautuvat huomattavasti tasaisemmin kuin kahdessa edellisessä kysymyksessä. Peräti 15 eri työtapaa on luokiteltu matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta tehokkaimmaksi työtavaksi.

TAULUKKO 10. Viisi luokanopettajien mielestä tehokkainta työtapaa matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta

Työtapa	Tehokkain	2. tehokkain	3. tehokkain	4. tehokkain	5. tehokkain	Pisteet
Oppikirjan lisätehtävät	8	7	3	5	3	90
Päässälaskutehtävät	0	3	6	3	3	39
Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	1	3	3	4	6	40
Pelit (päättelykykyä vaativat pulmat, sudokut, nopat, yms.)	7	10	7	4	5	109
Omatoiminen opiskelu/eteneminen	4	5	8	3	8	78
Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla	10	4	3	4	5	88
Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen	7	8	11	8	4	120
Havainnollistavan materiaalin käyttö opetuksessa	6	0	2	2	3	43
Yksilölliset kotitehtävät	1	4	5	20	6	82
Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan	11	4	4	3	4	93
Integrointi muihin oppiaineisiin	0	1	0	2	1	9
Oppilas opiskelee tietokoneen avulla (ohjelmat, pelit yms.)	0	4	3	5	4	39
Toiminnallisuus (konkreettiset välineet, esim. geotaulu, multilink yms.)	1	5	1	3	3	37
Itse tekemäni lisämateriaali	1	1	1	2	0	16
Verkkomateriaalit tai -kurssit	0	0	3	2	4	17
Laskimen käyttö (oppilas käyttää)	0	0	1	0	0	3
Oppilaat tekevät itse matemaattisia ongelmia / tehtäviä oppitunnin aiheesta	4	9	2	6	5	79
Ylempien luokkien oppimateriaali	0	0	4	2	4	20
Projektit / itsenäiset tutkimukset	2	2	2	5	0	34
Erityisopettajan antama opetus	3	0	0	2	3	22
Matematiikkakerho	10	6	7	4	4	107

Vastausten mukaan luokanopettajien mielestä tehokkaimmat työtavat eriytettäessä matemaattisesti lahjakasta oppilasta ovat oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen, erilaisten pelien käyttö sekä matematiikkakerho. Annetuista työtapavaihtoehdoista tehottomimmiksi eriyttämisessä osoittautuvat laskimen käyttö sekä matematiikan integrointi muihin oppiaineisiin.

Erityisesti huomio kiinnittyy vastauksissa kuitenkin siihen, että useimmin käytetyt työtavat eivät olekaan luokanopettajien mielestä kaikkein tehokkaimpia oppilaan oppimisen kannalta. Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen, joka on vastausten mukaan tehokkain eriyttämistyötapa oppilaan oppimisen kannalta, on seitsemänneksi useimmin käytetty ja suhteessa muihin työtapoihin vasta 11:ksi käytetyin. Matematiikkakerho on kolmanneksi tehokkain työtapa, mutta sitä käytetään kaikista vastausten mukaan kaikkein vähiten. Päässälaskutehtävien käyttö on toiseksi useimmin käytetty työtapa, mutta se on vasta 12:ksi tehokkain. Oppikirjan lisätehtävät, joka on ylivoimaisesti käytetyin työtapa eriyttämisessä, on viidenneksi tehokkain.

Tutkittaessa pelkästään vastaajien tehokkaimmaksi arvioimaa työtapaa eli sitä, joka on saanut kysymykseen 12 vastauksen 1. Tällöin tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan nousee tehokkaimmaksi työtavaksi. Sama asia esiintyy myös kysymyksen 14 vastauksissa, jossa sana on vapaa. Hyvin monet vastaajat kertovat resurssien kuluvan heikompien oppilaiden kanssa toimimiseen ja lahjakkaat saavat työskennellä itsekseen. Toisaalta toivotaan lisää resursseja lahjakkaiden hyväksi eli halua eriyttämiseen olisi, mutta käytännössä heille ei riitä aikaa. Näin ollen on ymmärrettävä, että tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan koetaan tehokkaaksi työtavaksi, jolloin olisi mahdollista keskittää huomio pelkästään matemaattisesti lahjakkaisiin oppilaisiin.

Seuraavassa esitetään vastaajien kommentteja matemaattisesti lahjakkaan oppilaan eriyttämisestä.

> *Eriyttävää materiaalia lahjakkaille on liian vähän saatavilla. (Vastaaja 87)*

> *Mielestäni oppilaita tulisi opettaa enemmän matemaattiseen ajatteluun erilaisten pulmien avulla. Erilaiset logiikkapelit tuovat mukavaa harjoitusta. (Vastaaja 85)*

Sopivan eriyttävän materiaalin löytäminen ei aina ole helppoa. (Vastaaja 49)

Olemme pitäneet kerran viikossa tasoryhmätunteja, joissa kaikki kuudesluokkalaiset on jaettu neljään eritasoiseen ryhmään. Näin myös lahjakkaammat saavat haastetta työskentelyyn. (Vastaaja 6)

Kahdessa kommentissa ilmenee sopivan eriyttävän oppimateriaalin puute, joka helpottaisi eriyttävän opetuksen antamista lahjakkaille. Hyvä materiaali tietenkin auttaisi aikapulasta kärsivien luokanopettajien eriyttäviä toimia lahjakkaiden suuntaan, mutta tärkeää olisi myös monipuolisuus. Yhdessä kommentissa otetaan kantaa pulmien ja pelien käytön puolesta. Näiden suosio näkyi myös vastauksissa, sillä sekä käyttötiheydessä ja tehokkuudessa pelit olivat lähellä kärkeä. Eräässä kommentissa esitellään tasoryhmätoimintaa, jolloin lahjakkaimmille oppilaille annetaan mahdollisuus haastavampiin tehtäviin vertaisryhmässä. Tasoryhmittely esiintyi oppimisen kannalta tehokkaimpien työtapojen listalla saaden eniten kannatusta, jos otetaan huomioon vain tehokkain työtapa. Lahjakkaille oppilaille toivotaan laajempia mahdollisuuksia taitojensa kehittämiseen, mutta ainakin toistaiseksi resurssipula estää tämän.

6.4 Taustamuuttujien vaikutuksen tutkiminen

Faktorianalyysin ja pääkomponenttianalyysin avulla etsitään suuresta muuttujajoukosta sellaisia muuttujia, jotka muodostavat kokonaisuuden ja näin ollen niitä on mahdollista käsitellä yhtenä muuttujana. Faktori- ja pääkomponenttianalyyseillä on mahdollista tiivistää useiden muuttujien tieto muutamaan faktoriin tai pääkomponenttiin. Muuttujien on oltava mitattu vähintään hyvällä järjestysasteikolla, esimerkiksi Likert-asteikolla. (Metsämuuronen 2006, 581.) Tutkiessani taustamuuttujien vaikutusta kysymysten 8 ja 10 vastauksiin, tein aluksi pääkomponenttianalyysin, joka oli mahdollista tehdä Likert-asteikollisille muuttujille. Kysymyksissä 8 ja 10 sain molemmissa tiivistettyä muuttujat kuuteen pääkomponenttiin, joiden rotatoidut painokertoimet esitellään taulukoissa 11 ja 12.

TAULUKKO 11. Kysymyksestä 8 muodostettujen pääkomponenttien painokertoimet

	Pääkomponentit					
	1	2	3	4	5	6
Hyvä kaikissa kouluaineissa	0.770					
Ahkera	0.736					
Hyvä lukutaito	0.655					
Motivoitunut	0.643					
Hyvä itsetunto	0.587					
Looginen / loogisesti ajatteleva / päättelykykyinen		0.781				
Ongelmanratkaisukykyinen		0.736				
Hyvä hahmotuskyky		0.631				
Kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta		0.611				
Käytökseltään haasteellinen			-0.827			
Keskittymiskykyinen			0.795			
Lahjakas vain matematiikassa			-0.635			
Luova				0.851		
Utelias / kyselee paljon				0.746		
Idearikas / kekseliäs				0.713		
Nopea oppimaan					0.719	
Älykäs					0.718	
Omatoiminen					0.632	
Hyvä muisti					0.435	
Järjestelmällinen						0.632
Sosiaalinen						-0.511

Painokerrointen rajana oli 0,40, jota pienemmät painokertoimet eivät tulleet analyysissä näkyviin. Jokainen muuttuja on merkitty vain siihen pääkomponenttiin, johon se latautui voimakkaimmin. Ensimmäiseen pääkomponenttiin latautui viisi muuttujaa ja sen nimeksi laitettiin koulumyönteisyys. Toiseen pääkomponenttiin, jonka nimi on matemaattiset kyvyt, latautui neljä muuttujaa. Seuraava pääkomponentti on nimeltään käyttäytyminen ja siihen latautui kolme muuttujaa. Painokerrointen perusteella muuttujat latautuivat voimakkaimmin neljänteen pääkomponenttiin, joka nimettiin tiedonhaluiseksi toimijaksi. Viides pääkomponentti on nimeltään oppiminen ja siihen kuului neljä muuttujaa. Kuudes pääkomponentti nimettiin yhteisöllisyydeksi ja siihen latautui ainoastaan kaksi muuttujaa, joiden painokerrointen itseisarvojen keskiarvo oli kaikista kuudesta pääkomponentista alhaisin.

TAULUKKO 12. Kysymyksestä 10 muodostettujen pääkomponenttien painokertoimet

	Pääkomponentit					
	1	2	3	4	5	6
Integrointi muihin oppiaineisiin	0.718					
Laskimen käyttö (oppilas käyttää)	0.654					
Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen	0.568					
Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	0.479					
Itse tekemäni lisämateriaali		0.834				
Oppilaat tekevät itse matemaattisia ongelmia / tehtäviä oppitunnin aiheesta		0.625				
Projektit / itsenäiset tutkimukset		0.600				
Ylempien luokkien oppimateriaali		0.533				
Yksilölliset kotitehtävät		0.506				
Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla		0.440				
Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan			0.808			
Pelit (päättelykykyä vaativat pulmat, sudokut, nopat, yms.)			0.611			
Oppilas opiskelee tietokoneen avulla (ohjelmat, pelit yms.)			0.572			
Oppikirjan lisätehtävät			0.533			
Havainnollistavan materiaalin käyttö opetuksessa				0.735		
Päässälaskutehtävät				0.670		
Verkkomateriaalit tai -kurssit				0.528		
Toiminnallisuus (konkreettiset välineet, esim. geotaulu, multilink yms.)				0.469		
Omatoiminen opiskelu/eteneminen					0.683	
Erityisopettajan antama opetus					0.675	
Matematiikkakerho						0.745

Kysymyksessä 10 muodostui myös kuusi pääkomponenttia. Kaikki rotatoidut painokertoimet olivat positiivisia. Pääkomponenteille annettiin nimet oppilaan toiminta (neljä muuttujaa), oppikirjan ulkopuolinen materiaali (kuusi), oppilaan taitojen huomiointi (neljä), kaikille sopivat työtavat (neljä), omatoiminen opiskelu (kaksi) ja matematiikkakerho (yksi). Pääkomponenteille annetut ryhmiä kuvailevat nimet esitellään taulukossa 13.

TAULUKKO 13. Pääkomponenttien nimet

Pääkomponentti	Kysymys 8.	Kysymys 10.
1	Koulumyönteisyys	Oppilaan toiminta
2	Matemaattiset kyvyt	Oppikirjan ulkopuolinen materiaali
3	Käyttäytyminen	Oppilaan taitojen huomiointi
4	Tiedonhaluinen toimija	Kaikille sopivat työtavat
5	Oppiminen	Omatoiminen opiskelu
6	Yhteisöllisyys	Matematiikkakerho

Pääkomponenteille on annettu niitä mahdollisimman hyvin kuvaavat nimet. Osa muuttujista latautui kohtuullisen voimakkaasti useammalle pääkomponentille, mutta jokainen muuttuja asetettiin kuluvaksi vain yhdelle pääkomponentille. Yksityiskohtaisempia tietoja esitetään liitteen 2 taulukoissa 1 ja 2.

Taustamuuttujia on yhteensä seitsemän kappaletta ja näiden mitta-asteikot eroavat toisistaan. Lisäksi osa taustamuuttujista on luokiteltu uudelleen ryhmiksi, joita on helpompi käsitellä ja tuloksia analysoida. Taustamuuttujien vaikutusta selvitetään yksilöllisesti suhteessa aiemmin luotuihin pääkomponentteihin menetelmillä, jotka sopivat kyseisen taustamuuttujan mitta-asteikolle ja vastausvaihtoehtojen lukumäärään. Analyysimenetelminä toimivat Studentin t-testi ja sen non-parametrinen vastine Mann-Whitneyn U-testi sekä yksisuuntainen varianssianalyysi ja sen non-parametrinen vastine Kruskal-Wallisin testi. Lisäksi analyysimenetelmät vaativat jonkin verran normaalisuuden ja eri ryhmien varianssien yhtä suuruuden tarkistamista sekä lopuksi tutkin eri ryhmien välisten keskiarvojen eroja tarkemmin Tukeyn testillä. Tarkempia tietoja analyysimenetelmistä ja niiden vaatimuksista kerrotaan niiden käytön yhteydessä. Kyseisiin analyysimenetelmiin liittyvät yksityiskohtaisemmat tulokset esitetään liitteissä 3–8.

6.4.1 Sukupuoli

Otoksen koon ollessa yli 20, mittayksikön vähintään välimatka-asteikollinen (tai hyvä järjestysasteikollinen, kuten Likert -asteikollinen) ja jakauman normaalinen, voidaan käyttää t-testiä. T-testin avulla voidaan vertailla kahta keskiarvoa keskenään. Jos jakauma ei ole riittävän normaalinen tai mitta-asteikko ei ole sopiva, on mahdollista käyttää Mann-Whitneyn U-testiä. Tämä testi on non-parametrinen, mikä tarkoittaa sitä, että se on jakaumasta riippumaton. (Metsämuuronen 2006, 530.)

Naisten ja miesten ryhmät ovat riippumattomia toisistaan. Pääkomponenttien normaalisuus testattiin Kolmogorov-Smirnovin testin avulla, jonka mukaan lähes kaikki pääkomponentit ovat riittävän hyvin normaalijakautuneita. Ainoastaan pääkomponentit ”omatoiminen opiskelu” ja ”matematiikkakerho” eivät täyttäneet normaalisuusehtoa. T-testin käyttö on siis mahdollista kymmenelle pääkomponentille ja lopuille kahdelle on tehtävä Mann-Whitneyn U-testi. Otoskoko on reilusti yli 20, joten se ei tuota ongelmia. Pääkomponentit ovat luokka-asteeltaan vähintään välimatka-asteikollisia, joten on mahdollista tutkia t-testin avulla, poikkeavatko naisten ja miesten keskiarvot keskenään.

T-testissä ja U-testissä asetetaan nollahypoteesi ja tässä tapauksessa tutkitaan, onko naisten ja miesten välillä tilastollisesti merkitsevää eroa suhteessa jokaiseen pääkomponenttiin erikseen. Taulukossa 14. esitetään t-testillä saadut p-arvot ja 95 %:n luottamusväli sekä U-testillä saadut p-arvot. P-arvon ollessa alle 0,05, saadaan näyttöä nollahypoteesia vastaan ja voidaan todeta, että naisten ja miesten välillä on eroa keskiarvoissa. Metsämuurosen (2006, 424) mukaan tulokset raportoidaan yleisesti kolmella eri merkitsevyystasolla, $p<0{,}001$ erittäin merkitsevä (merkintä taulukoissa ***), $p<0{,}01$ merkitsevä (**) ja $p<0.05$ melkein merkitsevä (*). 95 %:n luottamusväli puolestaan kertoo, mille välille keskiarvo sijoittuu 95 %:n todennäköisyydellä (emt. 440). Jos luottamusväli ei sisällä arvoa nolla, niin nähdään, että keskiarvoissa on eroa ryhmien välillä.

TAULUKKO 14. Sukupuolen vaikutusta pääkomponentteihin tutkivan t-testin p-arvot ja 95 % luottamusvälit

		95 % luottamusväli	
Pääkomponentti	P-arvo	Alaraja	Yläraja
Koulumyönteisyys	0,635	-0,559	0,343
Matemaattiset kyvyt	0,008**	-0,937	-0,149
Käyttäytyminen	0,475	-0,623	0,292
Tiedonhaluinen toimija	0,681	-0,556	0,365
Oppiminen	0,086	-0,057	0,843
Yhteisöllisyys	0,401	-0,262	0,647
Oppilaan toiminta	0,103	-0,822	0,077
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	0,521	-0,610	0,311
Oppilaan taitojen huomiointi	0,680	-0,365	0,557
Kaikille sopivat työtavat	0,598	-0,583	0,338
Omatoiminen opiskelu	0,238	.	.
Matematiikkakerho	0,490	.	.

Nyt nähdään, että naisten ja miesten vastausten keskiarvojen välillä ei ole eroa kuin matemaattiset kyvyt -pääkomponentissa. P-arvo on 0,008, mikä tarkoittaa, että ero on merkitsevä. Ero on nähtävissä myös 95 %:n luottamusvälistä, sillä se ei sisällä arvoa nolla. Tästä ei kuitenkaan nähdä, millä tavalla ryhmien välinen keskiarvo eroaa toisistaan, joten on tutkittava pääkomponenttia ”matemaattiset kyvyt” hieman tarkemmin. Naisten keskiarvo on matemaattiset kyvyt -pääkomponentille -0,176 ja miesten 0,367, joten miesten mielestä tähän pääkomponenttiin kuuluvat väittämät kuvaavat matemaattisesti lahjakasta oppilasta merkitsevästi paremmin kuin naisten mielestä. Pääkomponentissa ”matemaattiset kyvyt” on yhdistetty neljä eri muuttujaa. Näiden muuttujien keskiarvot on esitetty taulukossa 15.

TAULUKKO 15. Matemaattiset kyvyt -pääkomponenttiin kuuluvien muuttujien arvojen keskiarvot jaoteltuna sukupuolen mukaan

	Keskiarvo	
Muuttuja	Naiset	Miehet
Looginen / loogisesti ajatteleva / päättelykykyinen	5,186	5,393
Ongelmanratkaisukykyinen	5,191	5,366
Hyvä hahmotuskyky	5,288	5,440
Kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta	4,492	4,929

On nähtävissä, että kaikissa neljässä muuttujassa miesten vastausten keskiarvot ovat naisten omia korkeammat. Näille neljälle muuttujalle on mahdollista tehdä Mann-Whitneyn U-testi, jossa ei kuitenkaan ilmennyt, että ryhmien keskiarvojen välillä olisi merkitseviä eroja näissä yksittäisissä muuttujissa. Erot sukupuolten vastausten keskiarvojen välillä ovat löydettävissä ainoastaan pääkomponentista ”matemaattiset kyvyt”. Yksityiskohtaisemmat taulukot esitetään liitteen 3 taulukoissa 4–7.

6.4.2 Ikä

Tässä tutkimuksessa suurin osa taustamuuttujista on jaettu useampaan kuin kahteen aliryhmään, jolloin t-testin käyttäminen ei ole mahdollista. Tällöin on käytettävä varianssianalyysiä, jonka avulla tutkitaan, onko aliryhmien välisissä keskiarvoissa tilastollisesti merkitseviä eroja. Yksisuuntainen varianssianalyysi sopii tapaukseen, jossa ryhmitteleviä taustamuuttujia on yksi. Useamman taustamuuttujan aliryhmien vaikutuksen tutkimiseen olisi käytettävä monisuuntaista varianssianalyysiä. (Metsämuuronen 2006, 708–709.)

Varianssianalyysin käytöllä on kolme keskeistä oletusta, joiden pitäisi toteutua. Ensimmäiseksi havaintojen on oltava toisistaan riippumattomia, tässä tutkimuksessa tämä ehto toteutuu. Toiseksi kunkin ryhmän populaatioiden olisi oltava riittävän hyvin normaalisti jakautuneita. Pienehköstä otoskoosta johtuen tämä ehto saattaa olla tässä tutkimuksessa ongelmana. Mikäli normaalisuus ei toteudu, niin on mahdollista käyttää jotain non-parametrista menetelmää, esimerkiksi Kruskal-Wallisin testiä. Kolmanneksi kunkin ryhmän varianssien on oltava yhtä suuria. Tämä testataan analyysin yhteydessä Levenen varianssitestillä ja ehdon toteutuessa käytetään one-way ANOVA -testiä. Mikäli varianssit ovat erisuuret eli ehto ei toteudu, niin on käytettävä Brown-Forsythe -testiä tai Welch -testiä. (Karhunen, Rasi, Lepola, Muhli & Kanniainen 2011, 71–72; Metsämuuronen 2006, 710–711.) Ensimmäisenä tutkin, ovatko pääkomponentit normaalisti jakautuneita jokaisen neljän ikäryhmän sisällä. Normaalisuuden tutkimiseen on käytettävä nyt Shapiro-Wilk-testiä, koska havaintoja on ryhmissä 50 tai vähemmän (Karhunen ym. 2011, 37). Normaalisuustestien nollahypoteesina on, että jakauma noudattaa normaalijakaumaa. Tällöin p-arvon ollessa yli 0,05 voidaan olettaa nollahypoteesin olevan voimassa.

Normaalisuuden kanssa oli jonkin verran ongelmia, sillä viidessä pääkomponentissa vähintään yhden ikäryhmän jakauma ei ole normaalijakautunut. Näissä tapauksissa on käytettävä non-parametrista Kruskal-Wallisin testiä, jolla on myös rajoituksia ja oletuksia, jotka eivät kuitenkaan ole yhtä rajoittavia kuin yksisuuntaisessa varianssianalyysissä. Havaintojen on oltava satunnainen otos ryhmien populaatioista. Tämä ehto toteutuu, koska tässä tutkimuksessa on kyseessä satunnaisotos. Toiseksi havaintojen ja ryhmien on oltava toisistaan riippumattomia. Myös nämä ehdot toteutuvat. Kolmanneksi vastemuuttujan on oltava jatkuva. Pääkomponentit toimivat vastemuuttujina ja ovat jatkuvia muuttujia. Neljänneksi muuttujien on oltava vähintään järjestysasteikollisia. Tutkittaessa taustamuuttujien vaikutusta pääkomponentteihin, taustamuuttujista käytetään järjestysasteikollisia muuttujia ja pääkomponentit ovat välimatka-asteikollisia, joten tämäkin ehto toteutuu. On siis mahdollista käyttää Kruskal-Wallisin testiä tutkittaessa taustamuuttujien vaikutusta pääkomponentteihin. (Metsämuuronen 2004, 195.)

Lopuille seitsemälle pääkomponentille on mahdollista käyttää yksisuuntaista varianssianalyysiä, jonka aluksi testasin ryhmien varianssien yhtäsuuruuden Levenen varianssitestillä. Levenen varianssitestin nollahypoteesi on, että eri ryhmien väliset varianssit ovat yhtä suuret. Nyt koulumyönteisyys saa p-arvon, joka on alle 0,05, joten ryhmien väliset varianssit ovat todennäköisesti erisuuret. Tällöin käytetään Brown-Forsythe ja Welch -testejä. Eri testeillä saadut p-arvot esitetään taulukossa 16.

TAULUKKO 16. Iän vaikutusta pääkomponentteihin tutkivien testien antamat p-arvot

Pääkomponentti	p-arvo
Koulumyönteisyys	0,075 ja 0,117
Matemaattiset kyvyt	0,763
Käyttäytyminen	0,726
Tiedonhaluinen toimija	0,599
Oppiminen	0,062
Yhteisöllisyys	0,384
Oppilaan toiminta	0,152
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	0,300
Oppilaan taitojen huomiointi	0,504
Kaikille sopivat työtavat	0,717
Omatoiminen opiskelu	0,240
Matematiikkakerho	0,764

Kaikkien testien nollahypoteesina on, että ryhmien välisissä keskiarvoissa ei ole eroja. Kaikkien pääkomponenttien p-arvot ovat suurempia kuin 0,05. Tämä on raja, jota pienemmät p-arvot antavat näyttöä nollahypoteesia vasta. Laskettujen p-arvojen perusteella ei ole siis syytä uskoa, että ryhmien välisissä keskiarvoissa olisi eroja. Yksityiskohtaisempia tietoja SPSS-analyyseistä esitetään liitteen 4 taulukoissa 8–12.

6.4.3 Opetettava luokka

Tutkimuksen kohderyhmänä olivat 3.-6. -luokkien luokanopettajat. Poistin ennen analysointia kaksi vastausta, koska nämä vastaajat olivat 1. -luokan luokanopettajia. Tutkittavana on siis neljä ryhmää, jotka edustavat eri vuosiluokkien luokanopettajia. Koska ryhmiä on useampi kuin kaksi, on käytettävä yksisuuntaista varianssianalyysiä.

Ensimmäisenä tein Shapiro-Wilk -normaalisuustestin, jonka perusteella kolmessa pääkomponentissa oli vähintään yksi ryhmä, jonka jakauma ei ollut normaalinen. Tästä syystä yksisuuntaista varianssianalyysiä ei voida käyttää näissä tapauksissa. Oppikirjan ulkopuolinen materiaali, omatoiminen opiskelu ja matematiikkakerho -pääkomponenttien ryhmien keskiarvojen välisiä eroavaisuuksia tutkitaan näin ollen non-parametrisella Kruskal-Wallisin testillä.

Lopuista pääkomponenteista tutkittiin aluksi Levenen varianssitestillä eri ryhmien varianssien yhtäsuuruudet. P-arvojen perusteella eri ryhmien varianssit olivat yhtä suuret. Tällöin oli mahdollista käyttää kaikille näille yhdeksälle pääkomponentille yksisuuntaista varianssianalyysiä. Taulukossa 17 esitetään Kruskal-Wallisin testillä ja yksisuuntaisella varianssianalyysillä saadut opetettavan luokan vaikutusta pääkomponentteihin kuvaavat p-arvot.

TAULUKKO 17. Opetettavan luokan vaikutusta pääkomponentteihin tutkivien testien antamat p-arvot

Pääkomponentti	p-arvo
Koulumyönteisyys	0,045*
Matemaattiset kyvyt	0,588
Käyttäytyminen	0,375
Tiedonhaluinen toimija	0,973
Oppiminen	0,425
Yhteisöllisyys	0,650
Oppilaan toiminta	0,863
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	0,229
Oppilaan taitojen huomiointi	0,560
Kaikille sopivat työtavat	0,537
Omatoiminen opiskelu	0,548
Matematiikkakerho	0,009**

Lähes kaikilla pääkomponenteilla nollahypoteesi saa tukea aineistosta, sillä ainoastaan tähdillä merkattujen pääkomponenttien joidenkin ryhmien välisissä keskiarvoissa on merkitseviä eroja. Matematiikkakerho -pääkomponentin p-arvo on nyt kuitenkin selvästi pienempi ja koulumyönteisyys -pääkomponentin niukasti pienempi kuin 0,05, joten p-arvojen perusteella näiden kahden pääkomponenttien ryhmien välisissä keskiarvoissa näyttäisi olevan eroja. Pelkkä p-arvo ei kuitenkaan kerro mitään muuta kuin sen, että ryhmien välillä on eroja. Se, millaisia eroja ryhmien välillä on ja mitkä ryhmät eroavat toisistaan, vaatii pääkomponenttien ja niihin kuuluvien muuttujien eri ryhmien keskiarvojen tarkempaa tutkimista.

Post-hoc -testin avulla selvitetään, mitkä ryhmät erosivat tilastollisesti merkitsevästi toisistaan. Nyt molempien pääkomponenttien ryhmien väliset varianssit ovat yhtä suuret Levenen varianssitestin perusteella, joten Tukeyn testi on käyttökelpoinen vaihtoehto. Jos ryhmien väliset varianssit olisivat erisuuret, olisi käytettävä Tamhanen testiä. (Metsämuuronen 2006, 718–721.) Taulukossa 18 esitetään näiden kahden pääkomponentin eri luokka-asteiden keskiarvot.

TAULUKKO 18. Koulumyönteisyys ja matematiikkakerho -pääkomponenttien keskiarvot eri luokka-asteilla

	Pääkomponentin keskiarvo	
Opetettava luokka	Koulumyönteisyys	Matematiikkakerho
3	-0,39	0,61
4	-0,27	-0,11
5	0,07	0,10
6	0,37	-0,28

Keskiarvoista nähdään, että molemmissa pääkomponenteissa suurin ero on 3. ja 6. -luokkien välillä. Jos merkitseviä eroja keskiarvoissa todella on, niin ne erot ovat ainakin näiden ryhmien välillä. Taulukossa 19 esitetään Tukeyn testillä saadut p-arvot eri luokka-asteiden välisten keskiarvojen eroille.

TAULUKKO 19. Koulumyönteisyys ja matematiikkakerho -pääkomponenttien p-arvot vertailtaessa eri luokka-asteiden keskiarvojen eroavaisuuksia

		p-arvo	
Vertailtavat luokat		Koulumyönteisyys	Matematiikkakerho
3	4	0,979	0,108
	5	0,505	0,427
	6	0,070	0,025*
4	3	0,979	0,108
	5	0,672	0,886
	6	0,097	0,931
5	3	0,505	0,427
	4	0,672	0,886
	6	0,730	0,561
6	3	0,700	0,025*
	4	0,097	0,931
	5	0,730	0,561

Koulumyönteisyydessä ei aiemmasta tuloksesta huolimatta ole ryhmien välillä merkitseviä eroja. Matematiikkakerhon käytössä eriytettäessä matemaattisesti lahjakasta oppilasta on 3. ja 6. -luokkien välillä melkein merkitsevä ero. Tämä tarkoittaa käytännössä sitä, että 3. -luokkien luokanopettajat käyttävät eriyttävänä työtapana matematiikkakerhoa merkitsevästi useammin kuin 6. -luokkien luokanopettajat. Tarkemmat tiedot SPSS-analyyseistä esitetään liitteen 5 taulukoissa 13–18.

6.4.4 Opetuskokemus

Opetuskokemus on jaettu neljään ryhmään, joten analyysimenetelmänä on käytettävä yksisuuntaista varianssianalyysiä. Normaalisuustestin perusteella neljän pääkomponentin kohdalla normaalisuusoletus ei toteudu jokaisessa ryhmässä. Käyttäytyminen, oppikirjan ulkopuolinen materiaali, omatoiminen opiskelu ja matematiikkakerho -pääkomponenteille oli käytettävä Kruskal-Wallisin testiä. Lopuille pääkomponenteille tehtiin seuraavaksi Levenen varianssitesti, jonka perusteella oppilaan taitojen huomiointi -pääkomponentti ei täyttänyt eri ryhmien varianssien yhtäsuuruusoletusta. Tässä tapauksessa oli käytettävä Brown-Forsythe ja Welch -testejä. Muille pääkomponenteille oli mahdollista käyttää yksisuuntaista varianssianalyysiä. Näiden testien p-arvot esitetään taulukossa 20.

TAULUKKO 20. Opetuskokemuksen vaikutusta pääkomponentteihin tutkivien testien antamat p-arvot

Pääkomponentti	p-arvo
Koulumyönteisyys	0,046*
Matemaattiset kyvyt	0,653
Käyttäytyminen	0,318
Tiedonhaluinen toimija	0,397
Oppiminen	0,678
Yhteisöllisyys	0,218
Oppilaan toiminta	0,170
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	0,720
Oppilaan taitojen huomiointi	0,387 ja 0,402
Kaikille sopivat työtavat	0,555
Omatoiminen opiskelu	0,040*
Matematiikkakerho	0,911

Suurimmalla osalla pääkomponenteista ei ole ryhmien välisillä keskiarvoilla merkitseviä eroja. Koulumyönteisyys ja omatoiminen opiskelu -pääkomponentit saavat p-arvoksi alle

0,05, joten niiden sisällä ryhmien välisillä keskiarvoilla näyttäisi oleva eroja. Tutkin aluksi näiden kahden pääkomponentin eri ryhmien keskiarvot, jotka esitetään taulukossa 21.

TAULUKKO 21. Koulumyönteisyys ja omatoiminen -pääkomponenttien keskiarvot eri opetuskokemusryhmissä

	Pääkomponentin keskiarvo	
Opetuskokemus	Koulumyönteisyys	Omatoiminen opiskelu
Alle 6v	-0,54	0,12
6-10v	0,12	0,21
11-20v	0,26	-0,53
Yli 20v	0,10	0,21

Koulumyönteisyys -pääkomponentissa luokanopettajat, joilla on alle kuusi vuotta opetuskokemusta, näyttäisivät saavan selvästi alemman keskiarvon kuin muut ryhmät. Omatoiminen opiskelu -pääkomponentissa puolestaan selvästi muista poikkeavan ja alemman keskiarvon saavat ne luokanopettajat, joilla on 11–20 vuotta opetuskokemusta. Molempien pääkomponenttien ryhmien väliset varianssit ovat yhtä suuret, joten tutkin Tukeyn testillä eroavatko ryhmien keskiarvot toisistaan merkitsevästi. Tukeyn testin p-arvot esitetään taulukossa 22.

TAULUKKO 22. Koulumyönteisyys ja omatoiminen -pääkomponenttien p-arvot vertailtaessa eri luokka-asteiden keskiarvojen eroavaisuuksia

Vertailtavat opetuskokemukset		p-arvo	
		Koulumyönteisyys	Omatoiminen opiskelu
Alle 6v	6-10v	0,149	0,989
	11-20v	0,048*	0,151
	Yli 20v	0,117	0,988
6-10v	Alle 6v	0,149	0,989
	11-20v	0,972	0,800
	Yli 20v	1,000	1,000
11-20v	Alle 6v	0,048*	0,151
	6-10v	0,972	0,080
	Yli 20v	0,948	0,050
Yli 20v	Alle 6v	0,117	0,988
	6-10v	1,000	1,000
	11-20v	0,948	0,050

Tukeyn testistä nähdään, että ne pääkomponenttien ryhmät, jotka saivat muista poikkeavan keskiarvon, saavat pienen p-arvon vertailussa muihin ryhmiin. Koulumyönteisyys -pääkomponentissa niiden luokanopettajien ryhmä, jolla on alle kuusi vuotta opetuskokemusta, eroaa melkein merkitsevästi niistä, joilla on 11–20 vuotta opetuskokemusta. Muita merkitseviä eroja ei tässä pääkomponentissa ole. Omatoiminen opiskelu -pääkomponentissa merkitseviä eroja ei ole lainkaan. Ero on melkein merkitsevä, jos p-arvo on pienempi kuin 0,05. Tässä tapauksessa 11–20 vuotta ja yli 20 vuotta -ryhmien p-arvo on tasan 0,05, joten ero ei ole melkein merkitsevä.

Koulumyönteisyys -pääkomponenttiin kuuluu viisi alkuperäistä muuttujaa, jotka ovat hyvä kaikissa kouluaineissa, ahkera, hyvä lukutaito, motivoitunut ja hyvä itsetunto. Näiden muuttujien keskiarvot eri ryhmissä esitetään taulukossa 23.

TAULUKKO 23. Koulumyönteisyys -pääkomponenttiin kuuluvien muuttujien keskiarvot opetuskokemusryhmittäin

	Keskiarvo				
Muuttuja	Alle 6v	6-10v	11-20v	Yli 20v	Yhteensä
Hyvä kaikissa kouluaineissa	3,55	4,00	4,14	3,92	3,91
Ahkera	4,05	4,28	4,71	4,41	4,37
Hyvä lukutaito	4,10	4,53	4,57	4,74	4,51
Motivoitunut	4,00	4,39	4,48	4,56	4,37
Hyvä itsetunto	3,91	4,07	4,57	4,41	4,26

Taulukosta 23. näkyy selvästi, että alle kuusi vuotta opetuskokemusta omaavien luokanopettajien vastausten keskiarvo on jokaisen muuttujan kohdalla selvästi alle keskiarvon. Tämä ryhmän mielestä kyseiset ominaisuudet kuvaavat melkein merkitsevästi vähemmän matemaattisesti lahjakasta oppilasta kuin 11–20 vuotta opetuskokemusta omaavien luokanopettajien mielestä. Muihin ryhmiin eikä muiden ryhmien välillä ole analyysien perusteella merkitsevää eroa. SPSS-analyysien tarkemmat yksityiskohdat esitetään liitteen 6 taulukoissa 19–25.

6.4.5 Luokan koko

Luokan koko on jaettu kolmeen ryhmään, jolloin analyysimenetelmänä käytetään varianssianalyysia. Normaalisuustestin perusteella koulumyönteisyys, käyttäytyminen, omatoiminen opiskelu ja matematiikkakerho eivät ole normaalijakautuneita jokaisessa ryhmässä. Näille pääkomponenteille on käytettävä Kruskal-Wallisin testiä. Muille pääkomponenteille tehtiin seuraavaksi Levenen varianssitesti, jonka perusteella kaikille sopivat työtavat -pääkomponentti ei täyttänyt varianssien yhtäsuuruusoletusta. Tälle pääkomponentille tehtiin Brown-Forsythe ja Welch -testit. Lopuille seitsemälle pääkomponentille olisi mahdollista tehdä yksisuuntainen varianssianalyysi. Pääkomponenteille tehtyjen testien p-arvot esitetään taulukossa 24.

TAULUKKO 24. Luokan koon vaikutusta pääkomponentteihin tutkivien testien antamat p-arvot

Pääkomponentti	p-arvo
Koulumyönteisyys	0,701
Matemaattiset kyvyt	0,896
Käyttäytyminen	0,917
Tiedonhaluinen toimija	0,830
Oppiminen	0,403
Yhteisöllisyys	0,799
Oppilaan toiminta	0,844
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	0,319
Oppilaan taitojen huomiointi	0,581
Kaikille sopivat työtavat	0,326 ja 0,247
Omatoiminen opiskelu	0,773
Matematiikkakerho	0,875

Laskettujen p-arvojen perusteella ei ole syytä uskoa, että ryhmien välisissä keskiarvoissa olisi eroja. P-arvot ovat huomattavasti suurempia kuin raja-arvona pidetty 0,05, joten ei ole syytä tutkia ryhmien välisiä keskiarvoja tarkemmin. SPSS-analyysien tarkemmat yksityiskohdat esitetään liitteen 7 taulukoissa 26–30.

6.4.6 Lisäopinnot matematiikassa

Lisäopinnot matematiikassa on jaettu kolmeen ryhmään, joista ”Ei lisäopintoja” -ryhmässä on 57 vastaajaa. Tällöin tämän ryhmän normaalisuustestauksessa käytetään Kolmogorov-Smirnovin testiä, muissa ryhmissä edelleen Shapiro-Wilk -testiä (Karhunen ym. 2011, 37). Normaalisuusoletus toteutuu tällä kerralla vain seitsemässä pääkomponentissa, muille viidelle on tehtävä Kruskal-Wallisin testi. Käyttäytyminen, tiedonhaluinen toimija, oppiminen, yhteisöllisyys, oppilaan toiminta, oppikirjan ulkopuolinen materiaali ja kaikille sopivat työtavat -pääkomponenttien osalta voitiin testaamista jatkaa yksisuuntaisella varianssianalyysilla. Aluksi testattiin ryhmien varianssien yhtäsuuruus Levenen varianssitestillä, jonka perusteella kaikille sopivat työtavat -pääkomponentti ei toteuttanut tätä vaatimusta. Tällöin tutkittiin ryhmien keskiarvojen eroja Brown-Forsythe ja Welch -testeillä. Jäljelle jääneille kuudelle pääkomponentille oli mahdollista suorittaa keskiarvojen eroavaisuuksien testaus yksisuuntaisella varianssianalyysillä. Testeillä saadut p-arvot esitetään taulukossa 25.

TAULUKKO 25. Lisäopintojen vaikutusta pääkomponentteihin tutkivien testien antamat p-arvot

Pääkomponentti	p-arvo
Koulumyönteisyys	0,610
Matemaattiset kyvyt	0,791
Käyttäytyminen	0,170
Tiedonhaluinen toimija	0,897
Oppiminen	0,219
Yhteisöllisyys	0,015*
Oppilaan toiminta	0,969
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	0,018*
Oppilaan taitojen huomiointi	0,612
Kaikille sopivat työtavat	0,449 ja 0,515
Omatoiminen opiskelu	0,915
Matematiikkakerho	0,539

P-arvojen perusteella on syytä olettaa, että yhteisöllisyys ja oppikirjan ulkopuolinen materiaali -pääkomponenttien eri ryhmien välisillä keskiarvoilla saattaisi olla eroja. Tutkin aluksi näiden pääkomponenttien eri ryhmien keskiarvot, jotka esitetään taulukossa 26.

TAULUKKO 26. Yhteisöllisyys ja oppikirjan ulkopuolinen materiaali -pääkomponenttien keskiarvot eri määrillä lisäopintoja

	Pääkomponentin keskiarvo	
Matematiikan lisäopinnot	Yhteisöllisyys	Oppikirjan ulkopuolinen materiaali
Ei	0,19	-0,22
Muu	-0,57	0,39
Sivuaine	-0,02	0,43

Yhteisöllisyys -pääkomponentin eri ryhmien keskiarvoista näkee, että ei lisäopintoja saa suurimman arvon ja muita lisäopintoja pienimmän arvon. Näiden kahden ryhmän välillä on siis todennäköisimmin jollain tasolla merkitsevä ero. Oppikirjan ulkopuolinen materiaali -pääkomponentin eri ryhmien keskiarvoista huomataan, että ei lisäopintoja saa selvästi muista ryhmistä poikkeavan arvon. Verrattaessa muita ryhmiä tähän, on todennäköisintä löytää merkitsevä ero ryhmien välillä.

Molempien pääkomponenttien ryhmien väliset varianssit ovat Levenen varianssitestin perusteella yhtä suuret. Tällöin on mahdollista tutkia Tukeyn testillä eroavatko ryhmien keskiarvot toisistaan merkitsevästi. Tukeyn testin p-arvot esitetään taulukossa 27.

TAULUKKO 27. Yhteisöllisyys ja oppikirjan ulkopuolinen materiaali -pääkomponenttien p-arvot vertailtaessa eri lisäopintomäärien keskiarvojen eroavaisuuksia

		p-arvo	
Vertailtavat lisäopinnot		Yhteisöllisyys	Oppikirjan ulkopuolinen materiaali
Ei	Muu	0,011*	0,051
	Sivuaine	0,777	0,092
Muu	Ei	0,011*	0,051
	Sivuaine	0,273	0,992
Sivuaine	Ei	0,770	0,092
	Muu	0,273	0,992

P-arvojen perusteella oppikirjan ulkopuolinen materiaali -pääkomponentin eri ryhmien keskiarvot eivät eroa toisistaan merkitsevästi. Yhteisöllisyys -pääkomponentin ei lisäopintoja -ryhmän ja muita lisäopintoja -ryhmän välillä on p-arvojen perusteella lähes merkitsevä ero. Yhteisöllisyys -pääkomponenttiin kuuluu alkuperäisistä muuttujista järjestelmällinen ja sosiaalinen. Taulukossa 28. esitetään näiden kahden muuttujan eri ryhmien keskiarvot.

TAULUKKO 28. Yhteisöllisyys -pääkomponenttiin kuuluvien muuttujien keskiarvot lisäopintoryhmittäin

	Keskiarvo			
Muuttuja	Ei	Muu	Sivuaine	Yhteensä
Järjestelmällinen	4,39	3,90	4,33	4,28
Sosiaalinen	4,28	4,73	4,25	4,38

Selviä johdonmukaisuuksia ei nyt löydy, sillä ei lisäopintoja -ryhmän keskiarvo on korkeampi järjestelmällinen -ominaisuudessa ja matalampi sosiaalinen -ominaisuudessa. Erot saattavat johtua siitä, että ryhmien koot poikkeavat toisistaan huomattavasti ja pienessä otoksessa tämä saattaa aiheuttaa harhaa. Selvää on kuitenkin se, että yhteisöllisyys -pääkomponentissa ryhmien välisissä keskiarvoissa on merkitsevä ero. SPSS-analyysien tarkemmat yksityiskohdat esitetään liitteen 8 taulukoissa 31–37.

6.4.7 Kelpoisuus luokanopettajan työhön

Kelpoisuus luokanopettajan työhön -kysymyksessä on kaksi vastausvaihtoehtoa, joten voidaan käyttää t-testiä. Hankaluutena on kuitenkin se, että ei-vastauksia on ainoastaan kolme kappaletta, joka saattaa vääristää tuloksia voimakkaasti. Näin ollen ei ole järkevää lähteä analysoimaan mahdollisia eroja näiden kahden ryhmän pääkomponenttien keskiarvoissa.

6.5 Yhteenveto tutkimustuloksista

Ensimmäinen tutkimusongelma käsitteli matemaattista lahjakkuutta. Tutkimustulosten mukaan matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle tyypillisiä ominaisuuksia ovat hyvä hahmotuskyky, loogisuus, kyky ratkaista ongelmia ja hyvä muisti. Ominaisuuksia, jotka matemaattisesti lahjakkaaseen oppilaaseen yhdistetään harvemmin, ovat lahjakas vain matematiikassa, käytökseltään haasteellinen, hyvä kaikissa kouluaineissa ja luova.

Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistaminen on tutkimustulosten perusteella kohtuullisen helppoa luokanopettajille. Selkeän enemmistön ja vastausten keskiarvon perusteella matemaattisesti lahjakasta tyttöä ei ole helpompi tunnistaa kuin matemaattisesti lahjakasta poikaa. Luokanopettajien mielestä matemaattista osaamista arvioivat testit ovat hyödyllisiä, mutta silti niitä ei käyttänyt tunnistusmenetelmänä kuin seitsemän vastaajaa. Kysymys, jolla haluttiin selvittää luokanopettajien käyttämiä tunnistusmenetelmiä, ei ollut täysin validi. Niinpä tutkimustulokset jäivät vaatimattomiksi, koska en saanut vastauksia siihen kysymykseen, jota oli aikomus tutkia.

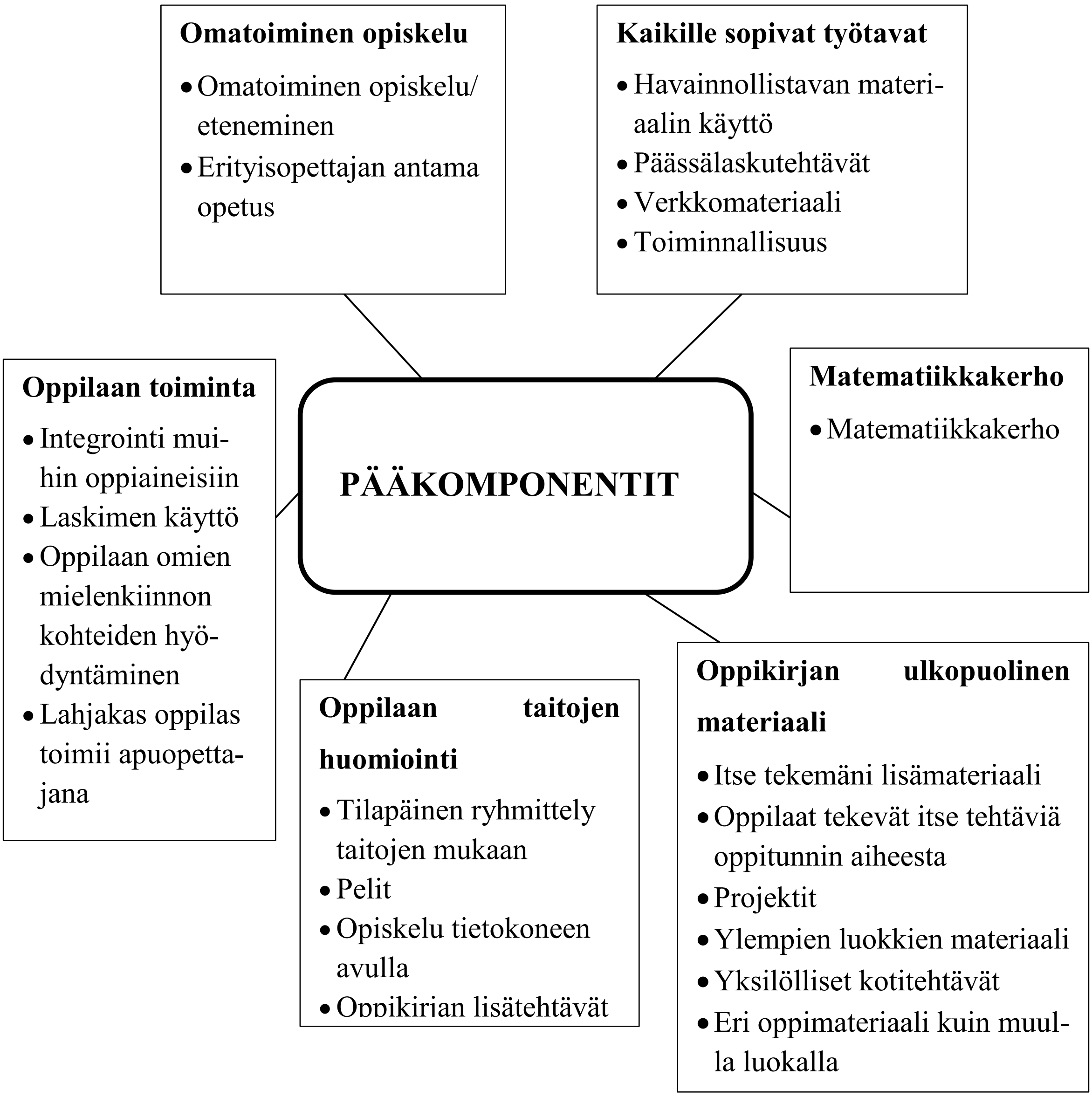
Toinen tutkimusongelma tutki matemaattisesti lahjakkaan oppilaan huomioimista opetustilanteessa. Selkeästi yleisin työtapa matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämisessä on oppikirjan lisätehtävien käyttäminen. Muita yleisiä työtapoja ovat päässälaskutehtävät, lahjakkaan toimiminen apuopettajana sekä pelit. Harvoin käytettyjä keinoja ovat matematiikkakerho, erityisopettajan antama opetus, projektit ja ylempien luokkien materiaalin käyttäminen.

Opetuksen eriyttämisestä kysyttäessä selvitettiin myös, mitkä työtavat ovat luokanopettajien mielestä tehokkaimpia matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta. Tehokkaimmiksi työtavoiksi paljastuivat oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen, pelien käyttäminen, matematiikkakerho sekä tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan. Vähiten kannatusta tehokkaiksi työtavoiksi saivat laskimen käyttö, integrointi muihin oppiaineisiin, itse tekemäni lisämateriaali sekä verkkomateriaalin tai -kurssien käyttö. Huomioita kiinnittää erityisesti se, että tehokkaimmiksi paljastuneet työtavat eivät kuitenkaan ole kaikkein käytetyimpiä työtapoja eriytettäessä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetusta. Monet vastaajat kertoivat ”sana on vapaa” -osiossa, että resurssit eivät yksinkertaisesti riitä lahjakkaiden huomioimiseen. Tämä lieneekin suurin syy siihen, että opettajalle työläät, mutta lahjakkaalle oppilaalle hyödylliset työtavat eivät ole kaikkein käytetyimpiä.

Kyselylomakkeella selvitettiin vastaajien taustatietoja. Tutkin SPPS:llä näiden taustatietojen vaikutusta vastauksiin. Aluksi muodostin vastausten perusteella sekä matemaattista lahjakkuutta kuvaavista ominaisuuksista että matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämisessä käytetyistä työtavoista yhteensä 12 pääkomponenttia. Kuvioissa 8 ja 9 esitetään muuttujien jakautuminen eri pääkomponentteihin.

KUVIO 8. Matemaattisesti lahjakasta oppilasta kuvaavista ominaisuuksista muodostetut pääkomponentit

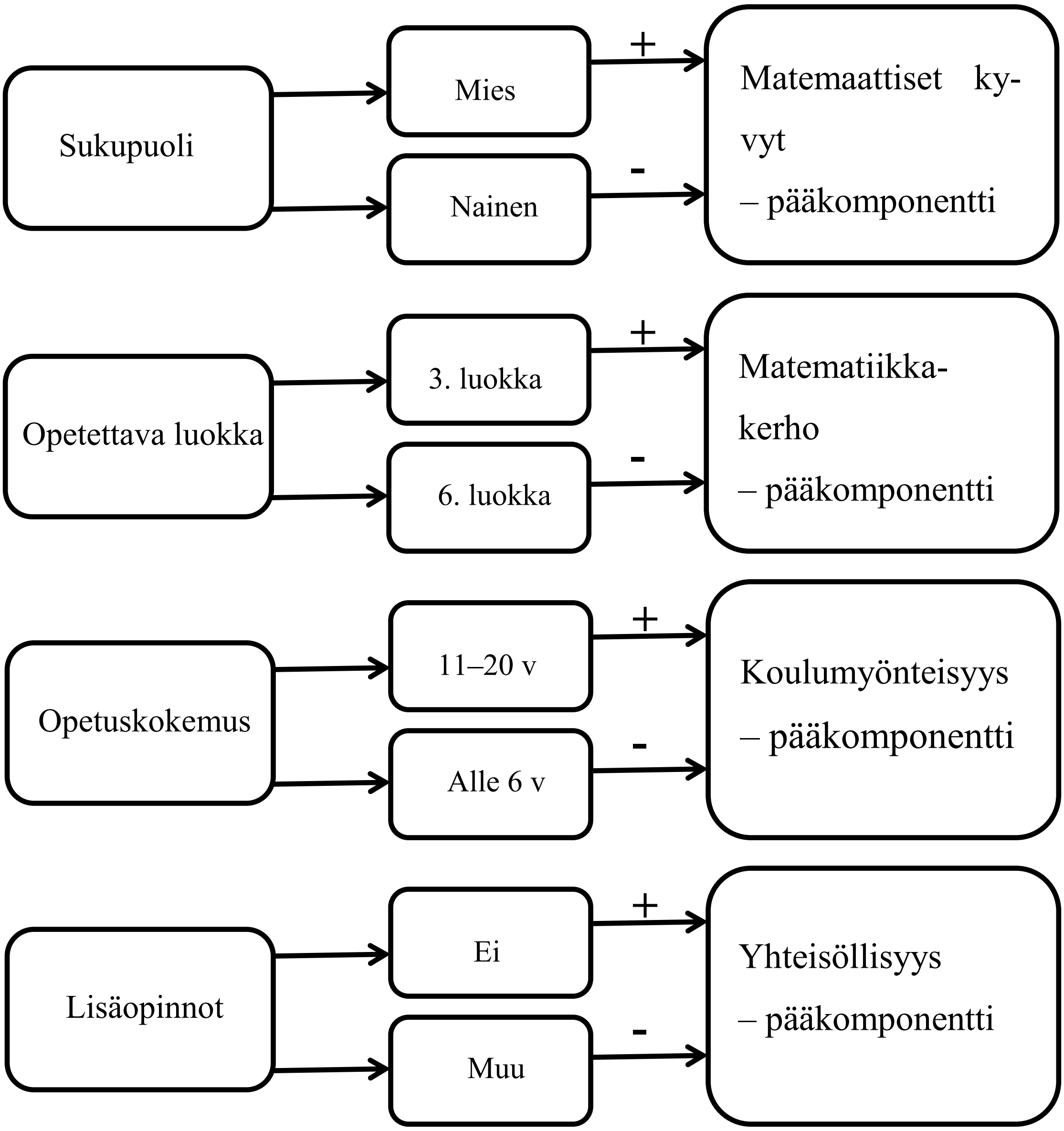
Matemaattista lahjakkuutta kuvaavat ominaisuudet jakautuivat siis kuuteen pääkomponenttiin, joissa vähintään kaksi ja korkeintaan viisi ominaisuutta. Pääkomponenteille annettiin niitä mahdollisimman hyvin kuvaavat nimet. Voimakkaimmin muuttujat latautuivat tiedonhaluinen toimija -pääkomponenttiin.



KUVIO 9. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan eriyttämisessä käytetyistä työtavoista muodostetut pääkomponentit

Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan eriyttämisessä käytetyt työtavat jakautuivat myös kuuteen pääkomponenttiin. Matematiikkakerho -pääkomponenttiin latautui ainoastaan yksi työtapa, muihin kahdesta kuuteen työtapaa.

Tutkittaessa taustatietojen vaikutusta pääkomponentteihin, esille tuli muutamia merkitseviä eroja eri ryhmien keskiarvojen välillä. Tällöin ryhmien välillä on vähintään 95 % varmuudella ero. Kuviossa 10 esitetään tutkimuksessa merkitseviä eroja saaneet ryhmät ja pääkomponentit. Plusmerkkiset nuolet kertovat korkeammasta keskiarvosta ja miinusmerkkiset alemmasta keskiarvosta.



KUVIO 10. Taustamuuttujien eri ryhmien merkitsevä vaikutus pääkomponentteihin

Neljän eri taustamuuttujan kohdalla löydettiin ryhmien välisillä keskiarvoilla merkitseviä eroja. Sukupuoli vaikuttaa matemaattiset kyvyt -pääkomponenttiin siten, että miehet pitävät siihen kuuluvia ominaisuuksia enemmän matemaattisesti lahjakasta oppilasta kuvaavina kuin naiset. Opetettava luokka vaikuttaa matematiikkakerho -pääkomponenttiin siten, että 3. luokan luokanopettajat käyttävät merkitsevästi useammin matematiikkakerhoa matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämiskeinona kuin 6. luokan luokanopettajat. Opetuskokemuksen määrä vaikuttaa koulumyönteisyys -pääkomponenttiin siten, että 11–20 vuotta opettaneet pitävät siihen kuuluvia ominaisuuksia enemmän matemaattisesti lahjakasta oppilasta kuvaavina kuin alle kuusi vuotta opettaneet luokanopettajat. Lisäopintojen määrä vaikutti puolestaan yhteisöllisyys -pääkomponenttiin siten, että ne luokanopettajat, joilla ei ollut lainkaan lisäopintoja matematiikassa, pitivät yhteisöllisyys -pääkomponenttiin kuuluvia ominaisuuksia enemmän matemaattisesti lahjakasta oppilasta kuvaavina kuin ne, joilla oli matematiikan lisäopintoja, mutta ei matematiikan sivuainetta. Isommalla otoksella olisi todennäköisesti löytynyt enemmänkin eroja, sillä monet p-arvot olivat vain hieman arvon 0,05 yläpuolella.

7 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUS

Metsämuurosen (2006, 64) mukaan tutkimuksen luotettavuus on suoraan verrannollinen käytetyn mittarin luotettavuuteen. Tutkimuksen luotettavuutta kuvataan reliabiliteetilla ja validiteetilla, jotka molemmat tarkoittavat luotettavuutta. Reliabiliteetti viittaa tutkimuksen toistettavuuteen ja validiteetti siihen, tutkitaanko sitä, mitä on tarkoitus tutkia. Validiteetti jaetaan yleisesti ulkoiseen ja sisäiseen validiteettiin, joista jälkimmäinen jakautuu edelleen useaan validiteettityyppiin. (Emt., 55, 64–65.)

Tässä tutkimuksessa populaationa ovat kaikki Suomen 3.–6. -luokkien luokanopettajat, joista on mahdollisimman satunnaisesti valittu otos. On mahdotonta arvioida täsmällisesti, miten hyvin tämä otos vastaa populaation keskimääräisiä arvoja. Tutkittua ja siten vertailukelpoista tietoa 3.–6. -luokkien opetusryhmäkoosta (tässä tutkimuksessa luokan koko) löytyi opetushallituksen opettajat Suomessa 2010 seurantaraportista (Kumpulainen 2011, 16). Taulukossa 29. esitetään seurantaraportin ja tämän tutkimuksen opetusryhmäkokojen keskiarvot.

TAULUKKO 29. Tämän tutkimuksen opetusryhmäkokojen keskiarvot suhteessa opetushallituksen seurantaraportin keskiarvoihin vuodelta 2010

Opetusryhmäkoon keskiarvo	Keskiarvo 2010	Tässä tutkimuksessa
3. vuosiluokka	20,34	20,94
4. vuosiluokka	20,90	18,88
5. vuosiluokka	21,31	19,58
6. vuosiluokka	21,72	19,69

Tämän perusteella 3. vuosiluokan opetusryhmäkoko on tässä tutkimuksessa hieman suurempi (0,6 oppilasta) kuin seurantaraportissa esiintyvä. Sen sijaan 4.–6. -luokkien opetusryhmäkoot olivat selvästi pienempiä (1,73–2,03 oppilasta) kuin seurantaraportissa. Erot johtuvat tämän tutkimuksen pienestä otoskoosta, sillä on oletettavaa, että otannan kasvaessa lähestyttäisiin tutkimusraportin keskiarvoja. Lisäksi otos ei ole pienestä otoskoosta johtuen myöskään täysin satunnainen, sillä mukana olevat koulut eivät edusta kaikentyyppisiä kouluja riittävän hyvin.

Muut seurantaraportin tunnusluvut eivät ole suoraan verrannollisia tähän tutkimukseen, sillä tilastoissa esiintyvät 1.–6. -luokkien luokanopettajat sekä esiluokanopettajat ja tässä tutkimuksessa ainoastaan 3.–6. -luokkien luokanopettajat. Seurantaraportin tunnusluvut ovat todennäköisesti melko lähellä tämän työn taustamuuttujia, joten näitä on vertailtu taulukossa 30. (Kumpulainen 2011, 38–41.)

TAULUKKO 30. Tässä tutkimuksessa esiintyvien taustamuuttujien arvot suhteessa opetushallituksen seurantaraportin keskiarvoihin vuodelta 2010

Taustamuuttuja	Keskiarvo 2010	Tässä tutkimuksessa
Naisten osuus	74,1 %	67,8 %
Kelpoisuus	95,7 %	96,6 %
Alle 40v	noin 33 %	40,9 %
40–49 v	noin 35 %	34,1 %
Vähintään 50v	noin 32 %	25,0 %

Vertailtaessa tämän tutkimuksen taustamuuttujien prosentuaalisia osuuksia arviointiraportin vastaaviin, nähdään pieniä eroja olevan jonkin verran. Naisten osuus on tässä otoksessa 6,3 prosenttiyksikköä alempi kuin seurantaraportissa. Muodollisesti kelpoisten osuudessa on ainoastaan 0,9 prosenttiyksikön ero, mikä sopisi todennäköisesti virhemarginaalin sisään, jos sellainen tästä otoksesta laskettaisiin. Ikäryhmistä tämän tutkimuksen otoksessa alle 40-vuotiaat ovat yliedustettuina ja vähintään 50-vuotiaat aliedustettuina, näiden välissä oleva ikäryhmä sen sijaan on molemmissa ryhmissä suunnilleen samankokoinen.

Vastausprosenttia voidaan luonnehtia yhdeksi tutkimuksen luotettavuuden mittariksi. Se kertoo kuinka suuri osa otokseen valituista vastasi kyselyyn. Vastausprosentin jäädessä alhaiseksi, otoksen edustavuus pääjoukosta saattaa vääristyä ja jäädä kyseenalaiseksi, jolloin tutkimuksen luotettavuus kärsii. Tyypilliset kyselytutkimuksen vastausprosentit ovat kokoluokaltaan alle 50 %. Tutkimuksessa voi ottaa huomioon myös vastaamatta jättäneet henkilöt niin sanotulla kadon analyysillä, jossa verrataan vastanneiden taustatietoja koko perusjoukon vastaaviin tietoihin. (Vehkalahti 2008, 44.)

Tähän tutkimukseen osallistui kouluja seitsemästä eri maakunnasta, vastauksia sain 19 eri paikkakunnalta ympäri Suomen. Kaiken kaikkiaan lähetin yhteensä 394 kyselylomaketta 37 eri koululle. Vastauksia sain vain 24 eri koululta yhteensä 88, jolloin vastausprosentti on 22,3 %. Jos otetaan huomioon vain ne koulut, joissa kaikilla 3.-6. -luokkien luokanopettajilla oli mahdollisuus osallistua kyselyyn ja joista palautettiin vähintään yksi kyselylomake. Tällöin vastauksia on yhteensä 87, lähetettyjä kyselylomakkeita 268 ja vastausprosentti 32,8 %.

Valittu otos ei vastaa riittävän hyvin koko populaation taustamuuttujien jakaumaa eikä otoksen koko ole riittävän suuri, joten sitä ei voida yleistää koskemaan koko populaatiota. Lisäksi vastausprosentti on molemmilla tavoilla laskien liian alhainen, jotta tätä otosta voisi kutsua koko populaatiota edustavaksi. Todennäköisesti matematiikasta kiinnostuneet luokanopettajat ovat yliedustettuina, jolloin myös tutkimustuloksissa on jonkinlainen vääristymä.

Kun populaatiosta otetaan otos, saadaan aina tutkittavalle arvolle vain likimääräinen arvio, joka poikkeaa jollakin todennäköisyydellä todellisesta arvosta (Metsämuuronen 2006, 440). Tässä tutkimuksessa on käytetty p-arvona 5,0 % riskitasoa, joka on hyvin yleisesti käytössä kvantitatiivisessa kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Tässä tutkimuksessa on laskettu myös 95 % luottamusvälejä, jolloin muuttujalle saatu arvio on 95 % todennäköisyydellä luottamusvälin sisällä. Tämän perusteella tutkimustulokset ovat siis 95 % todennäköisyydellä luotettavia, mutta on otettava huomioon, että näihin tuloksiin sisältyy myös virheen riski.

Likert-asteikon käyttäminenkin vaikuttaa tutkimuksen luotettavuuteen. Likert-asteikollinen muuttuja ei välttämättä ole aidosti välimatka-asteikollinen. Tällöin analyysimenetelmät, joiden edellytyksenä on vähintään välimatka-asteikollinen muuttuja, eivät pysty hyödyntämään parhaalla mahdollisella tarkkuudella aineiston numeroarvollisia tuloksia. (Metsämuuronen 2006, 61.) Yleisen kvantitatiivisen tutkimuksen tavan mukaisesti tässä tutkimuksessa Likert-asteikollisia muuttujia on käsitelty kuin ne olisivat aidosti välimatka-asteikollisia. Tämä saattaa siis aiheuttaa tuloksiin epätarkkuutta.

7.1 Validiteetti

Validiteetti kertoo sen, miten hyvin mittari tai tutkimusmenetelmä mittaa juuri sitä asiaa, mitä sillä on tarkoitus mitata. Validiteetti jaetaan kahteen osaan, sisäiseen ja ulkoiseen validiteettiin. Ulkoisella validiteetilla tarkastellaan sitä, kuinka yleistettävä tutkimuksen otos on suhteessa koko populaatioon. Sisäinen validiteetti voidaan jakaa alaluokkiin useilla eri tavoilla. (Hirsjärvi ym. 2006, 216; Metsämuuronen 2006, 64, 115)

Metsämuuronen jakaa validiteetin kolmeen osaan, jotka ovat sisällön validius, käsitevalidius (rakennevalidius) ja kriteerivalidius. Sisällön validius on teoreettinen, sillä sen tarkastelussa tutkitaan ovatko mittarissa ja tutkimuksessa käytetyt käsitteet teorian mukaiset ja oikein operationalisoidut ja kattavatko käsitteet riittävän laajasti tutkittavan ilmiön. Käsitevalidius menee tarkastelussa pidemmälle, sillä sen kohteena on yksittäinen käsite ja sen operationalisointi. Teorian ja aineiston tulosten välille pitäisi olla mahdollista löytää yhteys, jos ilmiö todella noudattaa jotain teoriaa tai mallia. Kriteerivalidiuden tutkimisessa verrataan saatua arvoa johonkin toiseen arvoon tai arvoihin, jotka toimivat validiuden kriteereinä. Käsitevaliditeetin mittauksen lähtötilanteessa ja kriteerivalidiuden mittana käytetään usein korrelaatiokerrointa. (Metsämuuronen 2006, 64–65, 115, 118, 121.)

Validiteetin puuttuminen tekee tutkimuksesta arvottoman, sillä silloin tutkitaan asiaa, jota ei ollut tarkoitus tutkia. Reliabiliteetin puute on eräs tutkimuksen validiteettia alentava tekijä, mutta toisaalta edes täysin reliaabeli mittaus ei takaa mittauksen validiutta. (Uusitalo 1999, 86.)

Tässä tutkimuksessa tulokset eivät ole yleistettävissä koko populaatioon kohtuullisen alhaisen otoskoon sekä toisaalta satunnaisotoksen ja populaation keskinäisten poikkeamien vuoksi. Validiutta parantaa hieman se, että kyselyihin vastanneet luokanopettajat ovat eri puolilta Suomea. Näin ollen ulkoinen validiteetti ei ole kuin korkeintaan kohtuullisella tasolla, joka kuitenkin on pro gradu -tutkielmalle riittävä taso.

Sisäistä validiteettia parantaa kyselylomakkeen esitestaus, jolla kartoitettiin sitä, onko kyselylomakkeessa puutteellista tai epäselvää tietoa, mikä saattaisi aiheuttaa vääriä tulkintoja. Esitestauksen perusteella ei löytynyt muutostarvetta, mutta vastausten analysointivaiheessa kysymyksen 13. vastaukset eivät vastanneet täysin siihen, mitä oli tarkoitus kysyä. Kysyttäessä, miten tunnistat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan luokassasi, monet luokanopettajat kertoivat ominaisuuksia, jotka ovat lahjakkaalle oppilaalle ominaisia. Tarkoitus oli kartoittaa tunnistusmenetelmiä, joten näiltä osin tutkimuksen validiteetti oli heikko.

Ennen analysointivaiheen aloittamista aineiston havaintomatriisi tarkistettiin huolellisesti sekä manuaalisilla pistokokeilla että tutkimalla aineistoa analysointiohjelmalla mahdollisten syöttövaiheessa tapahtuneiden virheiden löytämiseksi. Myös tämä parantaa tutkimuksen sisäistä validiteettia. Lisäksi kyselylomakkeen vahva yhteys tutkielman teoreettiseen katsaukseen vaikuttaa sisäiseen validiteettiin positiivisesti. Kyselylomakkeen kysymyksillä ja niiden analysoinnilla saatiin vastaukset kaikkiin tutkimusongelmiin, jolloin sisältövaliditeetti on hyvä. Tämän tutkimuksen validiteetti on lähellä hyvää.

7.2 Reliabiliteetti

Reliabiliteetilla tarkoitetaan mittaustulosten toistettavuutta. Tutkimuksen reliaabelius tarkoittaa sen kykyä antaa ei-sattumanvaraisia tuloksia. Reliabiliteetin ollessa korkea, voidaan olettaa, että toistettaessa tutkimus, tulokset olisivat kerrasta toiseen melko samanlaisia. (Hirsjärvi ym. 2006, 217; Metsämuuronen 2006, 64.)

Klassinen testiteoria ja tosiarvoteoria määrittävät mittaustuloksen koostuvaksi muuttujan todellisesta arvosta ja siihen liittyvästä satunnaisesta virheestä. Tästä seuraa hyvin suoraviivainen reliabiliteetin arviointi, mittaustulos on reliaabeli silloin, kun satunnainen mittausvirhe on mahdollisimman pieni. Käytännössä tutkimuksessa saattaa kuitenkin olla muutakin kuin satunnaista virhettä, joka hankaloittaa reliabiliteetin tarkastelua. Mittaustuloksesta on periaatteessa toistettavissa siis se osa, joka ei sisällä virhettä. Reliabiliteettia arvioitaessa otetaan kantaa pelkästään siihen, onko mittaustulos toistettavissa vai ei. Sillä ei ole merkitystä, mitä suuretta tai käsitettä mittarilla mitataan. (Ketokivi 2011, 46, 54–55, 60.)

Pääkomponenttien hyvyyttä voi arvioida joko sisällöllisesti tai muuttujan latausten perusteella. Ominaisarvolla kuvataan muuttujan latausten hyvyyttä ja sen olisi oltava vähintään yksi. Tässä tutkimuksessa on noudatettu tätä sääntöä. Myös muuttujan hyvyyttä on mahdollista arvioida sen latausten perusteella. Kommunaliteetti on eri pääkomponenteille tulevien yksittäisten muuttujien latausten neliöiden summa ja se mittaa, kuinka monta prosenttia muuttujan varianssista pystytään selittämään pääkomponenttien avulla. Mitä korkeampi, siis lähellä arvoa 1, kommunaliteetin arvo on, sitä mittatarkempi osio on ja sitä voimakkaammin muuttuja latautuu jollekin pääkomponenteista. Kommunaliteettien arvoista saadaan käsitys mittausvirheiden vaikutuksista, sillä arvon 1 ja kommunaliteetin arvon erotus johtuu mittausvirheistä. Mikäli muuttujan kommunaliteetti ei yhdellekään pääkomponentille lataudu arvoa 0,30 suuremmalla arvolla, olisi hyvä poistaa muuttuja kokonaan muuttujien joukosta. Tässä tutkimuksessa käytettiin rajana arvoa 0,40. (Metsämuuronen 2006, 504, 592, 601; Vehkalahti 2008, 99.) Tässä tutkimuksessa muuttujien kommunaliteettien arvot eri pääkomponenteissa vaihtelivat välillä [0,474;0,763] ja kaikki muuttujat latautuivat jollekin pääkomponentille vähintään arvolla 0,474. Taulukossa 31. esitetään eri pääkomponentteihin latautuneiden muuttujien kommunaliteetit.

TAULUKKO 31. Kommunaliteetit eri pääkomponenteissa

Pääkomponentti	Kommunaliteetti	
	Pienin arvo	Suurin arvo
Koulumyönteisyys	0.518	0.738
Matemaattiset kyvyt	0.491	0.763
Käyttäytyminen	0.491	0.707
Tiedonhaluinen toimija	0.660	0.753
Oppiminen	0.561	0.712
Yhteisöllisyys	0.583	0.749
Oppilaan toiminta	0.474	0.598
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	0.521	0.724
Oppilaan taitojen huomiointi	0.505	0.690
Kaikille sopivat työtavat	0.577	0.686
Omatoiminen opiskelu	0.607	0.690
Matematiikkakerho	0.584	0.584

Muuttujien kommunaliteetit ovat kohtuullisen korkeita. Tämä viittaa siihen, että ne mittavat melko luotettavasti pääkomponentteja. Näiltä osin tätä tutkimusta voidaan siis pitää reliabiliteetin kannalta onnistuneena, sillä kommunaliteetin arvoja käytetään yleisen reliabiliteettikertoimen estimoinnissa (Metsämuuronen 2006, 504). Kaikkien muuttujien kommunaliteetit esitetään liitteen 1 taulukossa 3.

Tässä tutkimuksessa aineiston hankinta toteutettiin lähettämällä paperisia kyselylomakkeita kouluille, jotka olivat suostuneet osallistumaan tutkimukseen. Aineiston hankinta olisi helppo toteuttaa uudelleen, joten sen osalta voidaan sanoa tämän tutkimuksen olevan reliaabeli. Myös aineiston analyysi olisi mahdollista toteuttaa, sillä analyysimenetelmät ja niiden toteuttaminen on kerrottu yksityiskohtaisesti. Jos tämä tutkimus toteutettaisiin uudelleen, syntyisi suurin ero alkuperäiseen tutkimukseen satunnaisotoksen valinnassa. Opettajat ovat voineet vaihtaa koulua, opettajat eivät halua vastata kyselyyn udelleen tai vastaavat eri tavalla, koulun rehtori ei ehkä haluakaan uudelleen toimia yhteyshenkilönä tai joku koulu on voitu jopa lopettaa. Uusi satunnaisotos olisi näin ollen erilainen kuin alkuperäinen. Lisäksi on mahdotonta arvioida, ovatko kyselyyn osallistuneet luokanopettajat vastanneet niin kuin itse ajattelevat kysytyistä asioista, kuvittelemansa yleisen mielipiteen mukaisesti vai jollain muulla tavalla. Kyselyyn vastaamista pyrittiin helpottamaan anonymiteetillä, jotta vastaajat voisivat olla rehellisiä.

8 POHDINTA

Tämän tutkielman teoriaosuudessa käsittelin matemaattista lahjakkuutta ja lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämistä. Teorian pohjalta suunnittelin tutkimusongelmat ja rakensin niitä tutkivan mittarin. Tutkimusosassa tutkin matemaattista lahjakkuutta ja sen tunnistamista, matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämistä ja sitä, miten tehokkaita erilaiset eriyttävät työtavat ovat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta. Tutkimuksen populaatioon kuuluivat kaikkien Suomen peruskoulujen 3.–6. -luokkien luokanopettajat, joista otettiin 37 koulun ja 394 opettajan satunnaisotos.

Teoriaosassa esitelty Renzullin lahjakkuusmalli jakaa lahjakkuuden kolmeen osaan, keskitason ylittävään kyvykkyyteen, motivaation ja luovuuteen. Matemaattiseen lahjakkuuteen liitettäviä ominaisuuksia selvitettäessä luokanopettajat eivät tässä tutkimuksessa arvostaneet kovin korkealle motivaatiota (keskiarvo 4,37) ja luovuutta (3,94), sillä ne sijoittuvat keskiarvolla mitaten tuloslistan alempaan puoliskoon. Keskitason ylittävää kyvykkyyttä ei suoraan kysytty, mutta sen voidaan katsoa sijoittuvan listan kärkipäähän. Kolme suurimman keskiarvon saanutta ominaisuutta olivat hyvä hahmotuskyky (5,33), päättelykykyinen (5,25) ja ongelmanratkaisukykyinen (5,24) ovat selvästi matematiikkaan liittyviä osaamisalueita, joten ne voitaneen katsoa liittyvän keskitason ylittävään kyvykkyyteen. Nyt saadut tutkimustulokset eivät tue kovin vahvasti Renzullin lahjakkuusmallin näkemystä lahjakkuudesta.

Feldhusenin (1986) mukaan lahjakkuuteen liittyvät aina yleinen älykkyys, myönteinen minäkuva, motivaatio menestyä ja erityiskyvykkyys jollain osa-alueella (Koskinen & Sieppi 1994, 12–13). Tässä tutkimuksessa matemaattisesti lahjakkaaseen oppilaaseen liitetään vahvasti älykkyys (4,81), sillä se saa viidenneksi korkeimman keskiarvon. Myönteistä minäkuvaa ei kysytty, mutta hyvä itsetunto on hyvin vastaava ominaisuus. Hyvä itsetunto (4,28) sijoittuu alempaan puoliskoon listalla. Lisäksi Feldhusenin mielestä lahjakkaalla on muun muassa hyvä muisti, hyvä keskittymiskyky ja halu opiskella yksin (emt. 12–13). Tämän tutkimuksen vastaajien mielestä hyvä muisti (5,00), hyvä keskittymiskyky (4,58) ja omatoimisuus (4,48) sijoittuvat kaikki keskiarvon mukaan järjesteltynä ylempään puoliskoon. Tämä tutkimus antaa kohtuullisen hyvin tukea Feldhusenin ajatukselle siitä, millaisia piirteitä lahjakkaalla henkilöllä on.

Gardnerin moniälykkyysteoriassa lahjakkuus on jaettu useaan eri lahjakkuuteen, joista kiinnostavin tämän tutkimuksen kannalta oli loogis-matemaattinen lahjakkuus. Tätä vastaavat ominaisuudet kyselylomakkeessa olivat looginen/loogisesti ajatteleva/päättelykykyinen (keskiarvo 5,25), ongelmanratkaisukykyinen (5,24) sekä kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta (4,64). Vastauksien perusteella Gardnerin loogis-matemaattiseen lahjakkuuteen liittyvät ominaisuudet kuvaavat vahvasti matemaattisesti lahjakasta oppilasta.

Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamisesta kysyvä kysymys oli tulkinnallinen ja en saanut vastauksia siihen, mitä tarkoitukseni oli kysyä. Vastauksista oli kuitenkin nähtävissä, että tunnistusmenetelmät eivät olleet monipuolisia. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamisessa vain seitsemän vastaajaa käytti testejä. Mäkelän (2009, 5) mukaan olisi suositeltavaa käyttää useita tunnistamismenetelmiä rinnakkain. Tämän tutkimuksen perusteella näin ei vaikuttaisi kuitenkaan olevan. Olisi syytä antaa tietoa ja koulutusta matemaattista osaamista kartoittavista testeistä, jotta niiden käyttö yleistyisi ja luokanopettajien käyttämät lahjakkaiden tunnistusmenetelmät monipuolistuisivat. Todellinen matemaattinen lahjakkuus on jotain sellaista, mikä näkyy itsensä haastamisena matemaattisten pulmien selvittämisessä ja vahvana motivaationa omien matemaattisten taitojen kehittämisessä. Tällainen ei välttämättä tule esille liian helpoissa koulutehtävissä, vaan olisi hyvä löytää testien avulla ne, joista todella voisi kehittyä matematiikan huippuosaajia. Tällöin heillä olisi mahdollista saada riittävästi tukea, jotta lahjakkuus kehittyisi ja motivaatio itsensä kehittämiseen säilyisi jatkossakin.

Tässä tutkimuksessa kehitetyt mittarit pohjautuvat vahvasti teoriaan. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämiseen liittyvässä kysymyksessä oli 21 valmista vaihtoehtoa. Teoriaosassa esiteltiin Kuuselan ja Hautamäen (2001) kehittämä lista erilaisista eriyttämiskeinoista. Tätä listaa hyödynnettiin soveltuvin osin mittarin rakentamisessa. Taulukossa 32 esitetään niiden tässä tutkimuksessa kysyttyjen eriyttämiseen liittyvien työtapojen arvoja, jotka liittyvät Kuuselan ja Hautamäen listaamiin eriyttämiskeinoihin.

TAULUKKO 32. Kuuselan ja Hautamäen (2001) esittämät eriyttämiskeinot ja tässä tutkimuksessa niihin liittyvät työtavat

Eriyttämiskeino (Kuusela & Hautamäki (2001))	Työtapa (kyselylomake)	Keskiarvo (Miten usein)	Pistemäärä (tehokkuus)
Horisontaalinen ja vertikaalinen rikastuttaminen	Omatoiminen opiskelu/eteneminen	3,48	78
	Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla	3,38	88
	Yksilölliset kotitehtävät	3,26	82
	Itse tekemäni lisämateriaali	2,35	16
	Ylempien luokkien oppimateriaali	1,94	20
Työtapojen mukainen rikastuttaminen	Projektit / itsenäiset tutkimukset	1,67	34
Roolin mukainen eriyttäminen	Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	3,82	40
Henkilökohtainen opetuksen järjestämistä koskeva suunnitelma	Erityisopettajan antama opetus	1,33	22
Tietoverkkoihin perustuva opiskelu	Oppilas opiskelee tietokoneen avulla	2,99	39
	Verkkomateriaali tai -kurssit	2,22	17
Resurssiluokat	Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan	3,12	93
Kerhotoiminta	Matematiikkakerho	1,08	107

Opetuksen horisontaalista ja vertikaalista rikastuttamista käytetään jonkin verran opetuksessa ja se koetaan osittain tehokkaaksi keinoksi matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta. Työtapojen mukainen rikastuttaminen on harvoin käytössä eikä sen tehokkuuskaan ole korkea. Roolin mukainen eriyttäminen on melko usein käytössä, mutta ei ole tehokkuudeltaan erityisen hyvä. Henkilökohtaiseen opetuksen järjestämistä koskevaan suunnitelmaan liittyvä erityisopettajan antama opetus ei ole käytössä lähes lainkaan eikä sen tehokkuuskaan ole korkea. Tietoverkkoihin perustuvaa opiskelua käytetään jonkin verran, mutta kovin tehokkaaksi sitä ei koeta. Resurssiluokan käyttöön liittyvä tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan on käytetty menetelmä ja sen tehokkuuteen uskotaan vahvasti. Matematiikkakerhoa opetuksen eriyttämisessä käyttää vain harva, mutta sen tehokkuuteen uskotaan todella vahvasti.

Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämistä koskevissa tutkimustuloksissa näkyi selvästi, että käytetyt työtavat olivat sellaisia, jotka kuormittavat opettajaa melko vähän. Resurssien puute heijastui muutenkin vastauksissa, sillä avoimissa kysymyksissä useat vastaajat kertoivat ajan kuluvan heikoimpien opettamiseen ja lahjakkaat jäävät huomiotta. Juuri ajan puute selittääkin sen ristiriidan, joka vastausten perusteella oli käytetyimpien ja oppimisen kannalta tehokkaimpien työtapojen välillä. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta tehokkaimmat työtavat eivät olleet käytetyimpiä työtapoja matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämisessä. Tätä asiaa olisi syytä tutkia laajemmin isommalla otoksella, jolloin voitaisiin samalla kysyä, miten työläs mikäkin käytössä oleva työtapa luokanopettajien mielestä on. Uusien tutkimustulosten ollessa samansuuntaisia kuin tässä tutkimuksessa, voitaisiin huomio kiinnittää tähän ristiriitaan ja siihen, että myös matemaattisesti lahjakkailla oppilailla on oikeus saada oppimisensa kannalta tehokkainta opetusta. Olisi varmasti yhteiskunnan kehityksen ja tulevaisuuden kannalta hyödyllistä antaa lahjakkaille oppilaille mahdollisuus kehittymiseen ja motivaation ylläpitämiseen jo peruskoulun alaluokilla.

Nyt saatujen tutkimustulosten mukaan matemaattisesti lahjakkaiden oppimisen kannalta olisi erittäin hyödyllistä, että kouluihin perustettaisiin matematiikkakerhoja. Matematiikkakerhon perustaminen ei kuitenkaan ole yksinkertaista, vaan vaatii etukäteissuunnittelua ja runsaasti valmista materiaalia monipuolisesti matematiikan eri osa-alueilta. Tehtävien täytyy olla ikäluokalle haasteellisia ja eräs keino olisi käyttää ylempien luokkien oppimateriaaleja, vaikka niitä ei erityisen tehokkaaksi eriyttämistavaksi oppimisen kannalta koettukaan. Matematiikkakerhon pitäisi olla toimintatavoiltaan erilainen kuin oppitunnilla tapahtuvan opetuksen. Tehtävät voisivat olla osaamistasoon suhteutettuna jopa mahdottomia ratkaista, jolloin opettaja ohjaisi oikeaan suuntaan ratkaisun etsimisessä. Erityistä huomiota kannattaisi kiinnittää siihen, että mekaanisen laskuharjoittelun sijaan käytettäisiin aikaa soveltavien tehtävien ratkaisemiseen. Lisäksi tämän tutkimuksen perusteella hyödyllisiä työtapoja matematiikkakerhoon olisivat oppilaiden omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen, pelien käyttö ja se, että oppilaat tekevät itse matemaattisia tehtäviä jostain aihe-alueesta. Tärkeää matematiikkakerhossa olisi myös se, että opettaja olisi aidosti innostunut asiasta ja näyttäisi omalla tekemisellään esimerkkiä oppilaille.

Haasteita matematiikan opetukseen tuo se, että matematiikan osaamisen taso on heikentynyt kaikilla osa-alueilla. Erityisesti erinomaisesti menestyneiden tyttöjen suhteellinen osuus on laskenut. (Rautopuro 2013, 5–6.) Tämä saattaa hyvinkin olla yhteydessä siihen, että matemaattisesti lahjakkaat oppilaat eivät saa riittävästi huomiota luokassa. Toisaalta tulevaisuudessa matematiikan opiskelu muuttaa muotoaan ja siirtyy enemmän sähköiseen ympäristöön. Myös verkko-oppiminen ja etäopiskelu luovat uusia mahdollisuuksia matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opiskeluun. Ylioppilaskirjoitukset muuttuvat lähitulevaisuudessa sähköisiksi ja tämän täytyy heijastua myös peruskoulumatematiikkaan. Sähköisen ympäristön täytyy tulla tutuksi jo ennen lukio-opintoja, muuten matematiikan opiskelu lukiossa käy kohtuuttoman raskaaksi, jos oppimisympäristö ja menetelmät ovat täysin tuntemattomia. Tässä tutkimuksessa eriyttävänä työtapana verkkomateriaalien tai -kurssien (2,22) käyttäminen ei ollut yleistä eikä sitä huomioitu myöskään oppimisen kannalta tehokkaana työtapana. Ainoastaan yhdeksän vastaajaa sijoitti sen viiden tehokkaimman työtavan joukkoon ja sijoitus oli neljänneksi viimeinen.

Ruokamon (2000) tutkimuksen mukaan matemaattisesti lahjakkaat hyötyivät muita enemmän opiskelusta teknologiaperustaisessa oppimisympäristössä. Tässä tutkimuksessa tietokoneen käyttö matematiikan opiskelussa ei ollut yleistä. Kysyttäessä, miten usein olet käyttänyt lukuvuoden aikana työtapana sitä, että matemaattisesti lahjakas oppilas opiskelee tietokoneen avulla, saatiin keskiarvoksi 2,99. Sijoitus kaikkien työtapojen joukossa oli 12. ja suhteessa muihin työtapoihin sijoitus oli 10. Matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opiskelua tietokoneen avulla ei koettu myöskään tehokkaaksi keinoksi hänen oppimisensa kannalta, joten tulokset ovat näiltä osin erilaiset kuin Ruokamon tekemässä tutkimuksessa. Kysyttäessä viittä tehokkainta työtapaa matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta, saatiin yhteenlasketuksi pistemääräksi 39 ja sijoitus kaikkien työtapojen joukossa oli 12. Tietokoneiden käyttäminen matemaattisesti lahjakkaiden opetuksen eriyttämisessä on osaltaan myös resurssikysymys. Kaikilla kouluilla ei ole tietokoneita oppilaiden käyttöön eikä myöskään tiloja. Lisäksi sopivien ohjelmien ja oppimisympäristöjen hankkiminen kuluttaa määrärahoja.

Ilmavirran (2003, 25–26) mukaan kotitehtävien yksilöinti olisi hyvä tie eriyttävään ja yksilölliseen opiskeluun. Tällöin olisi mahdollista päästä eroon siitä nurinkurisesta asiasta, että parhaiten matematiikassa menestyvät oppilaat käyttävät vähemmän aikaa kotitehtävien tekoon kuin heikommin menestyvät. Tässä tutkimuksessa kysyttiin, miten usein opettajat käyttävät yksilöllisiä kotitehtäviä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetuksen eriyttämiseen ja miten tehokkaana he pitävät sitä oppimisen kannalta. Vastausten keskiarvo oli 3,26, jolloin yksilöllisiä kotitehtäviä käytetään jonkin verran eriyttävänä työtapana. Työtavan tehokkuutta mitattaessa yksilölliset kotitehtävät sai 82 pistettä. Se koetaan seitsemänneksi tehokkaaksi työtavaksi ollen työtavoista se, joka toiseksi useimmin nimettiin viiden tehokkaimman työtavan joukkoon.

Muodostin matemaattisesti lahjakkaalle oppilaalle tyypillisistä ominaisuuksista ja opetuksen eriyttämisen työtavoista yhteensä 12 pääkomponenttia. Tutkin, miten taustamuuttujien eri ryhmien väliset keskiarvot vaihtelevat pääkomponenteissa. Tarkoitus oli löytää merkitseviä eroja eri ryhmien välille. Neljässä taustamuuttujassa löytyikin kaksi ryhmää, joiden välillä oli merkitsevä ero jonkin pääkomponentin vastauksissa. SPSS:llä olisi ollut mahdollista tutkia useamman taustamuuttujan vaikutusta pääkomponentteihin, mutta taustamuuttujien yhdistelmiä olisi ollut yhteensä 120, joten jätin näiden yhdistelmien vaikutuksen tutkimatta.

Pääsin tutkimusta tehdessäni tutustumaan itseäni kiinnostaviin asioihin. Tarkoitukseni oli tutkia matemaattista lahjakkuutta ja sitä, miten matemaattisesti lahjakkaat oppilaat otetaan opetuksessa huomioon. Kvantitatiivisen tutkimuksen osana oli analysoida aineistoa SPSS tilastonkäsittelyohjelmalla. Kehityin valtavasti analysoijana, mutta varmasti jäi paljon SPSS:n potentiaalia hyödyntämättä. Tästä aineistosta olisi varmasti saanut paljon enemmän irti, jos olisin osannut käyttää ohjelmaa laajemmin hyväksi. Toisaalta analysointiin voisi käyttää rajattomasti aikaa, joten jossain vaiheessa on osattava lopettaa aineiston analysointi.

Ihanteellisin tilanne tutkijan kannalta olisi se, että tutkimus olisi kokonaisotos. Tämä on kuitenkin useimmiten mahdotonta toteuttaa, joten yleensä joudutaan tyytymään satunnaisotokseen. Tämän tutkimuksen satunnaisotos ei onnistunut täysin, sillä se ei kuvannut riittävän hyvin koko populaatiota. Satunnaisotos vääristyi, koska se oli liian pieni ja toisaalta tutkimuskouluissa vain osa luokanopettajista vastasi kyselyyn. Vastaajajoukoksi valikoituvat ne, jotka ovat kiinnostuneita tutkimuksen aiheesta.

Tutkimuksen validiteetti oli yhden kysymyksen osalta heikko, joten siinä olisi ehdottomasti ollut parantamisen varaa. Työtapojen osalta olisi voinut antaa konkreettisen esimerkin, jotta vastaajat olisivat varmasti ymmärtäneet työtavan sisällön oikein, mutta tällöin kyselylomake olisi tullut kohtuuttomaan raskaaksi. Lisäksi työtavaksi olisi ehdottomasti pitänyt lisätä yhteisopettajuus, joka mainittiin eräässä vastauslomakkeessa.

Lahjakkaiden opetuksen eriyttämistä yleisesti, ei siis pelkästään matematiikassa, kannattaisi tutkia laajemmin. Monet vastaajat kertoivat, että heillä on ajoittain huono omatunto, koska aika ei riitä lahjakkaiden huomioimiseen. Miten paljon luokanopettajat käyttävät aikaa lahjakkaiden opetuksen eriyttämiseen suhteessa muuhun luokkaan ja miten lahjakkaiden huomioimista kannattaisi kehittää. Myös oppikirjatasolla olisi parantamisen varaa, sillä monien vastaajien mielestä sopivan eriyttävän materiaalin löytäminen on vaikeaa. Vastavalmistuneen luokanopettajan on varmasti vaikea eriyttää lahjakkaiden opetusta, koska henkilökohtaista materiaalipankkia ei ole vielä kertynyt ja eriyttävää materiaalia ei ole helposti saatavilla.

Nämä tutkimustulokset eivät ole yleistettävissä koko populaatioon eli kaikkiin Suomen 3.–6. -luokkien luokanopettajiin. Tämä johtuu satunnaisotoksen ja populaation eroista sekä pienestä otoskoosta. Suuremmalla otoskoolla myös satunnaisotoksen ja populaation ero kuroutuisi umpeen ja tutkimus olisi paremmin yleistettävissä. Hankaluutena on tavoittaa niiden luokanopettajien mielipiteet, joita asia ei kiinnosta. Koulujen rehtorit pitäisi saada paremmin sitoutumaan tutkimukseen, jotta kaikki koulujen opettajat vastaisivat kyselyyn.

Tämä tutkimus onnistui hyvin, vaikka se ei tarjoakaan akateemiselle maailmalle suuria ja mullistavia tutkimustuloksia. Tekijälle pro gradu -tutkielma tarjoaa mahdollisuuden tutustua tutkimuksen tekemiseen sen koko laajuudessa ja sitoutua vahvasti laajempaan projektiin. Tämän tutkielman tekeminen kesti kahden lukuvuoden ajan, joka on aivan liian pitkä aika. En suosittele käytettäväksi näin pitkää aikaa, mutta liian nopea tekeminenkään ei vastaa pro gradu -tutkielman tarkoitusta.

LÄHTEET

Aksela, M & Saarikko, H. (toim.) 2008. Valtakunnallisen LUMA-keskuksen toimintaraportti vuodelta 2008. http://www.helsinki.fi/luma/files/luma_vuosikertomus_2008.pdf [luettu 13.10.2011].

Colangelo, N. & Davis, G.S. 1997. Introduction and overview. Teoksessa Colangelo, N. & Davis, G. A. (eds.) Handbook of gifted education. Boston: Allyn & Bacon, 3–9.

Freeman, J. 1985. Lahjakas lapsi. Suomentanut Eila Salminen. Helsinki: Kirjayhtymä.

Gagné, F. 1985. Giftedness and talent: Reexamining a reexamination of the definitions. Gifted Child Quarterly 29 (3), 103–112.

Gagné, F. 1991. Toward a differentiated model of giftedness and talent. Teoksessa N. Colangelo & G. A. Davis (eds.) Handbook of gifted education. Boston: Allyn & Bacon, 65–80.

Haapasalo, L. 1997. Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu. Vaajakoski: Medusa-Software.

Hakkarainen, K., Lonka, K. & Lipponen, L. 1999. Tutkiva oppiminen - Älykkään toiminnan rajat ja niiden ylittäminen. Helsinki: WSOY.

Hannula, M.S., Kupari, P., Pehkonen, L., Räsänen, P. & Soro, R. 2004. Matematiikka ja sukupuoli. Teoksessa P. Räsänen & P. Kupari & T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 170–197.

Hirsjärvi, S. (toim.) 1992. Kasvatustieteen käsitteistö. Helsinki: Otava.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2004. Tutki ja kirjoita. 10., osin uudistettu laitos. Helsinki: Tammi.

Holopainen, E. & Laakso, K. 1982. Lahjakkaiden opetus. Teoksessa S. Moberg (toim.) Erilaiset oppilaat – johdatus erityisopetukseen. Jyväskylä: Gummerus, 154–177.

Ilmavirta, R. 2003. Kolmen kohdan ohjelma matematiikan opetuksen tehostamiseksi. Teoksessa J. Joutsenlahti, R. Ilmavirta, H. Sieppi, P. Riikonen, T. Laine, P. Ahtiainen, J.

Tuomi, S. Okkonen, P. Jerkku, T. Ukkola, J. Holttinen, M. Horila, A. Syvänen, J. Överlund & K. Forsblom. Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto, Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8: Tampere, 15–27.

Kallonen-Rönkkö, M. 1997. Matematiikan oppiminen ala-asteen uusiutuvissa oppimisympäristöissä. Teoksessa P. Räsänen & P. Kupari & T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos, 251–268.

Kangasniemi, E. 1993. Opetuksen käsite ja käytäntö yleissivistävässä koulutuksessa. Teoksessa E. Kangasniemi & R. Konttinen (toim.) Lue, etsi, tutki – tutkittua tietoa koulun kehittämiseksi. Opetus 2000. Juva: WSOY, 52–69.

Karhunen, V., Rasi, I., Lepola, E., Muhli, A. & Kanniainen, A. 2011. IBM SPSS Statistics - Perusteet. Oulun yliopisto

Ketokivi, M. 2011. Tilastollinen päättely ja tieteellinen argumentointi. Helsinki: Gaudeamus Helsinki University Press.

Korolainen, V. (toim.) 2012. Opetustoimen lainsäädäntö. Helsinki: Talentum.

Koskinen, K.-L. & Sieppi, H. 1994. Lahjakkaiden kerhomuotoinen rikastamisohjelma. Teoksessa H. Lehtonen (toim.) Opetuksen yksilöinti. Tampereen yliopisto, Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 1: Tampere, 5–38.

Krutetskii, V. A. 1976. The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. Translated from the Russian by Joan Teller. Teoksessa J. Kilpatrick & I. Wirszup (eds.) Chicago: The University of Chicago Press.

Kumpulainen, T. (toim.) 2011. Opettajat Suomessa - Lärarna i Finland. Koulutuksen seurantaraportti 2011:6. Opetushallitus.
http://www.oph.fi/download/131532_Opettajat_Suomessa_2010.pdf [luettu 9.2.2013]

Kuusela, J. & Hautamäki, J. 2001. Lahjakkaiden opetus. Teoksessa M. Janhukainen (toim.) Lasten erityishuolto ja -opetus Suomessa. Juva: WS Bookwell, 320–329.

Lehtonen, H. 1994a. Lahjakas oppilas koulussa. Tampereen yliopisto, Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 3: Tampere.

Lehtonen, H. 1994b. Lahjakkaat oppilaat tutkivassa työssä. Teoksessa H. Lehtonen (toim.) Opetuksen yksilöinti. Tampereen yliopisto, Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 1: Tampere, 39–80.

Leino, J. 1977. Matematiikan didaktiikka 1. Helsinki: Kirjayhtymä.

Lindgren, S. 2004. Voidaanko matematiikka-asenteita muuttaa? Teoksessa P. Räsänen & P. Kupari & T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 381–396.

Läärä, E. 2013. Tilastotieteen perusteet 806113P, kevät 2013. Luentomoniste. Oulun yliopisto, matemaattisten tieteiden laitos.

Malaty, G. 2008. Matemaattisesti lahjakkaat ja kulttuuri: Osa 1. Dimensio 1/2008. Helsinki: Matemaattisten Aineiden Opettajien Liitto MAOL ry, 50–53.

Malin, A. 2005. Äly, lahjakkuus ja moraali. Teoksessa J. Rydman (toim.) Suhteellista? Einsteinin suhteellisuusteorian jalanjäljillä. Helsinki: Yliopistopaino, 237–248.

Malin, A. & Männikkö, K. 1998. Johdanto. Teoksessa A. Malin & K. Männikkö (toim.) Älykkyys – valoa ja varjoja. Juva: Atena kustannus, 8–9.

Marjoram, D. T. E. & Nelson, R. D. 1985. Mathematical gifts. Teoksessa J. Freeman (ed.) The psychology of gifted children: Perspectives on development and education. Chichester: John Wiley & Sons, 185–200.

Metsämuuronen, J. 2003. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. 2. uudistettu painos. Helsinki: International Methelp.

Metsämuuronen, J. 2004. Pienten aineistojen analyysi. Parametrittomien menetelmien perusteet ihmistieteissä. Helsinki: International Methelp.

Metsämuuronen, J. 2006. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä - Opiskelijalaitos. 3. uudistettu painos. Helsinki: International Methelp.

Miller, R.C. 1990. Discovering mathematical talent. http://www.kidsource.com/kidsource/content/math_talent.html. [luettu 18.8.2011]

Moberg, S. 1984. Poikkeavia lapsiako normaaliluokille? Peruskoulun ja lukion opettajien suhtautuminen poikkeavien oppilaiden sijoittamiseen yleisiin opetusryhmiin. Jyväskylän yliopiston opettajankoulutuslaitoksen tutkimuksia 17.

Mäkelä, S. 2009. Lahjakkuuden ja erityisvahvuuksien tukeminen. http://www.lahjakkuus.fi/page10.php. [luettu 25.8.2011]

Mönks, F. J. & van Boxtel H. W. 1985. Gifted adolescents: A developmental perspective. Teoksessa J. Freeman (ed.) The psychology of gifted children: Perspectives on development and education. Chichester: John Wiley & Sons, 275–295.

Opetushallitus. 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Helsinki: Opetushallitus.

Opetushallitus. 2010. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden muutokset ja täydennykset. Helsinki: Opetushallitus.

Opetushallitus. 2011. LUMA-ohjelma. http://www.oph.fi/kehittamishankkeet/luma [luettu 10.10.2011]

Opetushallitus. 2012. OPS2016. http://www.oph.fi/ops2016/paikallisen_tyon_tuki [luettu 25.11.2012]

OuLUMA 2011. OuLUMA-keskus. http://ouluma.fi/esittely/ouluma-keskus/ [luettu 13.10.2011].

Portin, P. 1998. Kuinka kauas omena putoaa – älykkyyden perinnöllisyys. Teoksessa A. Malin & K. Männikkö (toim.) Älykkyys – valoa ja varjoja. Juva: Atena kustannus, 30–31.

Rautopuro, J. (toim.) 2013. Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012. Koulutuksen seurantaraportti 2013:3. Opetushallitus. http://www.oph.fi/download/147904_Hyodyllinen_pakkolasku.pdf [luettu 14.4.2013]

Runsas, R. 1991. Lahjakkaat lapset. Teoksessa R. Runsas (toim.) Lasten erityishuolto ja -opetus Suomessa. Jyväskylä: Lastensuojelun Keskusliitto, 233–257.

Ruokamo, H. 2000. Matemaattinen lahjakkuus ja matemaattisten sanallisten ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen teknologiaperustaisessa oppimisympäristössä. Tutkimuksia 212. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos. Helsinki: Hakapaino.

Salon kaupunki, 2011. Laurin koulun LUMA-luokka. http://www.salo.fi/kasvatusjakoulutus/perusopetus/ylakoulut/laurinkoulu/luma/ [luettu 10.10.2011]

Sheffield, L. J. 1994. The development of gifted and talented mathematics students and the national council of teachers of mathematics standards. Northern Kentucky University. Highland Heights, Kentucky. http://www.google.fi/books?hl=en&lr=&id=osAfwTWy3X0C&oi=fnd&pg=PR7&dq=sheffield+development+of+gifted&ots=otqHKc1iv4&sig=1kme7-wISvCbSKECU5pld87AU0c&redir_esc=y [luettu 6.11.2012]

Sternberg, R.J. 1997. A triarchic view of giftedness: theory and practice. Teoksessa N. Colangelo & G. A. Davis (eds) Handbook of gifted education. Boston: Allyn & Bacon, 43–53.

Suomen Mensa ry, 2011. Miten Mensa testaa. http://www.mensa.fi/sivu.php/alytestit [luettu 24.8.2011]

Thomas, G.I. & Crescimbeni, J. 1970. Lahjakkaan lapsen ohjaaminen. Suomentanut Sirppa Kauppinen. Helsinki: Otava.

Tikkanen, T. 2007. Nousuvesi nostaa kaikki laivat. Lahjakkaiden oppilaiden tukemisesta kiinnostuneet opettajat kokoontuivat Helsingissä. Opettaja (20–21), 34–35.

Uusikylä, K. 2003. Vastatulia. Inhimillisen kasvatuksen ja koulutuksen puolesta. Opetus 2000. Jyväskylä: PS Kustannus.

Uusikylä, K. 1994. Lahjakkaiden kasvatus. Juva: WSOY.

Uusikylä, K. 1992. Lahjakkuus ja kasvatus. Tampereen yliopiston Hämeenlinnan opettajankoulutuslaitos, Opetusmoniste no 2: Tampere.

Uusikylä, K. 1989. Lahjakkaiden nuorten koulukokemukset, persoonallisuudenpiirteet ja harrastuspreferenssit. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia. N:o 22.

Uusikylä, K. & Atjonen, P. 2005. Didaktiikan perusteet. 3. uudistettu painos. Helsinki: WSOY.

Uusitalo, H. 1991. Tiede, tutkimus ja tutkielma. Johdatus tutkielman maailmaan. Juva: WSOY.

Vehkalahti, K. 2008. Kyselytutkimuksen mittarit ja menetelmät. Helsinki: Tammi.

Zimmermann, B. 1987. Mathematically gifted students – how to find them and foster them. Teoksessa E. Pehkonen (ed.) Articles on mathematics education. University of Helsinki. Department of teacher education. Research report 55, 95–107.

Zimmermann, B. 1986. Matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden löytäminen ja tukeminen. Dimensio 50 (8), 18–22.

LIITE 1. Kyselylomake

Arvoisa luokanopettaja!

Opiskelen Oulun yliopiston Kajaanin opettajankoulutuslaitoksella luokanopettajaksi. Teen pro gradu -tutkielmaa, jossa tutkin 3.-6. luokilla toimivien luokanopettajien käsityksiä matemaattisesta lahjakkuudesta sekä matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämistä. Opinnäytetyön ohjaajina toimivat yliopistonlehtori Jyrki Komulainen ja professori Matti Kuorelahti Kajaanin opettajankoulutuslaitokselta.

Kerään tällä hetkellä tutkimusmateriaalia, jonka hankkimiseen pyydän apuanne. Tutkimusmateriaali kerätään kyselylomakkeen avulla. Kyselylomake on täytettävissä noin 10 minuutissa, mutta halutessaan kysymyksiin voi vastata laajemminkin. Saadut tiedot käsittelen luottamuksellisesti eikä vastaajien henkilöllisyys paljastu missään vaiheessa ulkopuolisille henkilöille. Tutkimustuloksissa yksittäisten koulujen vastauksia ei eritellä, vaan tulokset esitellään kaikkia kouluja koskevana yhteenvetona.

Toivon Teidän vastaavan kaikkiin kysymyksiin totuudenmukaisesti ja huolellisesti. Vaihtoehtokysymyksissä ympyröikää vaihtoehdoista mielestänne sopivin. Avoimissa kysymyksissä vastaus kirjoitetaan viivalle, tilan loppuessa voitte jatkaa paperin kääntöpuolelle

Mikäli Teillä on kysyttävää, voitte ottaa minuun yhteyttä puhelimitse tai sähköpostitse.

Kiitos vaivannäöstänne!

Ystävällisin terveisin

Pasi Leppäniemi

KYSELYLOMAKE

VASTAUSOHJE: Vaihtoehtokysymyksissä ympyröikää vaihtoehdoista mielestänne sopivin. Avoimissa kysymyksissä vastaus kirjoitetaan viivalle, tilan loppuessa voitte jatkaa paperin kääntöpuolelle.

1. Sukupuoli 1 Nainen 2 Mies
2. Ikä ____ vuotta
3. Tällä hetkellä opetettava luokka ____ luokka
4. Opetuskokemus ____ vuotta
5. Luokan koko ____ oppilasta
6. Kelpoisuus luokanopettajan työhön 1 Kyllä 2 Ei
7. Mitä matematiikan opintoja olet suorittanut kasvatustieteen maisteri -tutkinnon opintojen lisäksi?

Matematiikan opinnot	**Laajuus (opintopisteet tai kesto päivinä)**
Sivuaine	____________________
Täydennyskoulutus	____________________
Avoin yliopisto	____________________
Koulutuspäivät	____________________
Muu, mikä?	____________________

8. Miten seuraavat ominaisuudet kuvaavat mielestäsi matemaattisesti lahjakasta oppilasta? Ympyröi sopiva vaihtoehto.

1=Ei lainkaan………...6=Täysin

A.	Ahkera	1	2	3	4	5	6
B.	Epäsosiaalinen	1	2	3	4	5	6
C.	Hyvä hahmotuskyky	1	2	3	4	5	6
D.	Hyvä itsetunto	1	2	3	4	5	6
E.	Hyvä kaikissa kouluaineissa	1	2	3	4	5	6
F.	Hyvä lukutaito	1	2	3	4	5	6
G.	Hyvä muisti	1	2	3	4	5	6
H.	Idearikas / kekseliäs	1	2	3	4	5	6
I.	Järjestelmällinen	1	2	3	4	5	6
J.	Keskittymiskyvytön	1	2	3	4	5	6
K.	Kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta	1	2	3	4	5	6
L.	Käytökseltään haasteellinen	1	2	3	4	5	6
M.	Lahjakas vain matematiikassa	1	2	3	4	5	6
N.	Looginen / loogisesti ajatteleva / päättelykykyinen	1	2	3	4	5	6
O.	Luova	1	2	3	4	5	6
P.	Motivoitunut	1	2	3	4	5	6
Q.	Nopea oppimaan	1	2	3	4	5	6
R.	Omatoiminen	1	2	3	4	5	6
S.	Ongelmanratkaisukykyinen	1	2	3	4	5	6
T.	Utelias / kyselee paljon	1	2	3	4	5	6
U.	Älykäs	1	2	3	4	5	6

9. Mitä mieltä olet seuraavista väittämistä? Ympyröi sopiva vaihtoehto.

1=Täysin eri mieltä……………6= Täysin samaa mieltä

A.	Tunnistan matemaattisesti lahjakkaan oppilaan helposti.	1	2	3	4	5	6
B.	Matemaattisesti lahjakas tyttö on helpompi tunnistaa kuin matemaattisesti lahjakas poika.	1	2	3	4	5	6
C.	Matemaattista osaamista arvioivat testit ovat hyödyllisiä matemaattisesti lahjakkaan oppilaan tunnistamisessa.	1	2	3	4	5	6

10. Miten usein olet käyttänyt **tämän ja edellisen lukuvuoden aikana** seuraavia työtapoja eriyttäessäsi matemaattisesti lahjakkaan oppilaan opetusta? Ympyröi sopiva vaihtoehto.
1=En kertaakaan…….. 6=Lähes jokaisella matematiikan oppitunnilla

A1	**B1**							
		A. Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla	1	2	3	4	5	6
		B. Erityisopettajan antama opetus	1	2	3	4	5	6
		C. Havainnollistavan materiaalin käyttö opetuksessa	1	2	3	4	5	6
		D. Integrointi muihin oppiaineisiin	1	2	3	4	5	6
		E. Itse tekemäni lisämateriaali	1	2	3	4	5	6
		F. Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	1	2	3	4	5	6
		G. Laskimen käyttö (oppilas käyttää)	1	2	3	4	5	6
		H. Matematiikkakerho	1	2	3	4	5	6
		I. Omatoiminen opiskelu/eteneminen	1	2	3	4	5	6
		J. Oppikirjan lisätehtävät	1	2	3	4	5	6
		K. Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen	1	2	3	4	5	6
		L. Oppilaat tekevät itse matemaattisia ongelmia / tehtäviä oppitunnin aiheesta	1	2	3	4	5	6
		M. Oppilas opiskelee tietokoneen avulla (ohjelmat, pelit yms.)	1	2	3	4	5	6
		N. Pelit (päättelykykyä vaativat pulmat, sudokut, nopat, yms.)	1	2	3	4	5	6
		O. Projektit / itsenäiset tutkimukset	1	2	3	4	5	6
		P. Päässälaskutehtävät	1	2	3	4	5	6
		Q. Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan	1	2	3	4	5	6
		R. Toiminnallisuus (konkreettiset välineet, esim. geotaulu, multilink yms.)	1	2	3	4	5	6
		S. Verkkomateriaalit tai -kurssit	1	2	3	4	5	6
		T. Yksilölliset kotitehtävät	1	2	3	4	5	6
		U. Ylempien luokkien oppimateriaali	1	2	3	4	5	6
		V. Jokin muu työtapa, mikä?						
		____	1	2	3	4	5	6
		____	1	2	3	4	5	6

11. Järjestä kysymyksen 10. sarakkeeseen A1 viisi eniten käyttämääsi työtapaa eriyttäessäsi matemaattisesti lahjakkaita oppilaita. 1=käytetyin, 2=toiseksi käytetyin,…

12. Järjestä kysymyksen 10. sarakkeeseen B1 viisi työtapaa, jotka ovat mielestäsi tehokkaimpia matemaattisesti lahjakkaan oppilaan oppimisen kannalta. 1=tehokkain, 2= toiseksi tehokkain,…

13. Miten tunnistat matemaattisesti lahjakkaan oppilaan luokassasi? Käytätkö apunasi erilaisia tunnistusmenetelmiä tai muita keinoja?

14. Sana on vapaa. Voit jakaa kokemuksiasi matemaattisesti lahjakkaiden oppilaiden opetuksen eriyttämisestä tai avata tähän kyselyyn antamiasi vastauksia.

Kiitos, kun vastasit kyselyyn!

LIITE 2. Pääkomponentit

TAULUKKO 1. Kysymyksestä 10. muodostetut pääkomponentit

Rotated Component Matrix[a]

	Component					
	1	2	3	4	5	6
Integrointi muihin oppiaineisiin	.718					
Laskimen käyttö (oppilas käyttää)	.654					
Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen	.568					
Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	.479					-.409
Itse tekemäni lisämateriaali		.834				
Oppilaat tekevät itse matemaattisia ongelmia / tehtäviä oppitunnin aiheesta		.625				
Projektit / itsenäiset tutkimukset	.534	.600				
Ylempien luokkien oppimateriaali		.533				
Yksilölliset kotitehtävät		.506			.465	
Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla		.440		-.429		
Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan			.808			
Pelit (päättelykykyä vaativat pulmat, sudokut, nopat, yms.)	.484		.611			
Oppilas opiskelee tietokoneen avulla (ohjelmat, pelit yms.)			.572			
Oppikirjan lisätehtävät			.533			
Havainnollistavan materiaalin käyttö opetuksessa				.735		
Päässälaskutehtävät				.670		
Verkkomateriaalit tai -kurssit				.528		
Toiminnallisuus (konkreettiset välineet, esim. geotaulu, multilink yms.)		.422		.469		
Omatoiminen opiskelu/eteneminen					.683	
Erityisopettajan antama opetus				.415	.675	
Matematiikkakerho						.745

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 70 iterations.

TAULUKKO 2. Kysymyksestä 8. muodostetut pääkomponentit

Rotated Component Matrix[a]

	Component					
	1	2	3	4	5	6
Hyvä kaikissa kouluaineissa	.770					
Ahkera	.736					
Hyvä lukutaito	.655					
Motivoitunut	.643			.401		
Hyvä itsetunto	.587					
Looginen / loogisesti ajatteleva / päättelykykyinen		.781				
Ongelmanratkaisukykyinen		.736				
Hyvä hahmotuskyky		.631				
Kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta		.611	.442			
Käytökseltään haasteellinen			-.827			
Keskittymiskykyinen			.795			
Lahjakas vain matematiikassa			-.635			
Luova				.851		
Utelias / kyselee paljon				.746		
Idearikas/kekseliäs				.713		
Nopea oppimaan					.719	
Älykäs					.718	
Omatoiminen					.632	
Hyvä muisti					.435	
Järjestelmällinen						.632
Sosiaalinen			.455			-.511

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 7 iterations.

TAULUKKO 3. Pääkomponenttien kommunaliteetit

Communalities

	Initial	Extraction
Eri oppimateriaali kuin muulla luokalla	1.000	.632
Erityisopettajan antama opetus	1.000	.690
Havainnollistavan materiaalin käyttö opetuksessa	1.000	.661
Integrointi muihin oppiaineisiin	1.000	.598
Itse tekemäni lisämateriaali	1.000	.712
Lahjakas oppilas toimii apuopettajana	1.000	.506
Laskimen käyttö (oppilas käyttää)	1.000	.587
Matematiikkakerho	1.000	.584
Omatoiminen opiskelu/eteneminen	1.000	.607
Oppikirjan lisätehtävät	1.000	.505
Oppilaan omien mielenkiinnon kohteiden hyödyntäminen	1.000	.474
Oppilaat tekevät itse matemaattisia ongelmia / tehtäviä oppitunnin aiheesta	1.000	.567
Oppilas opiskelee tietokoneen avulla (ohjelmat, pelit yms.)	1.000	.678
Pelit (päättelykykyä vaativat pulmat, sudokut, nopat, yms.)	1.000	.659
Projektit / itsenäiset tutkimukset	1.000	.724
Päässälaskutehtävät	1.000	.686
Tilapäinen ryhmittely taitojen mukaan	1.000	.690
Toiminnallisuus (konkreettiset välineet, esim. geotaulu, multilink yms.)	1.000	.580
Verkkomateriaalit tai -kurssit	1.000	.577
Yksilölliset kotitehtävät	1.000	.622
Ylempien luokkien oppimateriaali	1.000	.521

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Communalities

	Initial	Extraction
Ahkera	1.000	.658
Sosiaalinen	1.000	.583
Hyvä hahmotuskyky	1.000	.491
Hyvä itsetunto	1.000	.518
Hyvä kaikissa kouluaineissa	1.000	.679
Hyvä lukutaito	1.000	.639
Hyvä muisti	1.000	.561
Idearikas/kekseliäs	1.000	.737
Järjestelmällinen	1.000	.749
Keskittymiskykyinen	1.000	.704
Kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta	1.000	.658
Käytökseltään haasteellinen	1.000	.707
Lahjakas vain matematiikassa	1.000	.491
Looginen / loogisesti ajatteleva / päättelykykyinen	1.000	.748
Luova	1.000	.753
Motivoitunut	1.000	.738
Nopea oppimaan	1.000	.703
Omatoiminen	1.000	.599
Ongelmanratkaisukykyinen	1.000	.763
Utelias / kyselee paljon	1.000	.660
Älykäs	1.000	.712

Extraction Method: Principal Component Analysis.

LIITE 3. Sukupuolen vaikutus pääkomponentteihin

TAULUKKO 4. Normaalisuus

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Koulumyönteisyys	.091	88	.066	.963	88	.012
Matemaattiset kyvyt	.050	88	.200*	.981	88	.225
Käyttäytyminen	.093	88	.058	.973	88	.058
Tiedonhaluinen toimija	.071	88	.200*	.973	88	.058
Oppiminen	.057	88	.200*	.995	88	.981
Yhteisöllisyys	.086	88	.107	.984	88	.366
Oppilaan toiminta	.087	88	.104	.986	88	.436
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	.093	88	.060	.952	88	.002
Oppilaan taitojen huomiointi	.078	88	.200*	.982	88	.279
Kaikille sopivat työtavat	.074	88	.200*	.985	88	.404
Omatoiminen opiskelu	.099	88	.033	.961	88	.010
Matematiikkakerho	.119	88	.003	.820	88	.000

a. Lilliefors Significance Correction
*. This is a lower bound of the true significance.

TAULUKKO 5. Mann-Whitneyn U-testi

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Omatoiminen opiskelu is the same across categories of Sukupuoli.	Independent-Samples Mann-Whitney U Test	.238	Retain the null hypothesis.
2	The distribution of Matematiikkakerho is the same across categories of Sukupuoli.	Independent-Samples Mann-Whitney U Test	.490	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

TAULUKKO 6. T-testi

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Koulumyönteisyys	Equal variances assumed	1.130	.291	-.477	85	.635	-.10812491	.22678462	-.55903350	.34278368
	Equal variances not assumed			-.454	47.083	.652	-.10812491	.23833994	-.58758074	.37133091
Matemaattiset kyvyt	Equal variances assumed	5.416	.022	-2.416	85	.018	-.54264337	.22457412	-.98915688	-.09612985
	Equal variances not assumed			-2.744	73.405	.008	-.54264337	.19773769	-.93669739	-.14858934
Käyttäytyminen	Equal variances assumed	1.388	.242	-.718	85	.475	-.16536030	.23021067	-.62308079	.29236020
	Equal variances not assumed			-.787	67.208	.434	-.16536030	.21016865	-.58483485	.25411426
Tiedonhaluinen toimija	Equal variances assumed	.100	.752	-.412	85	.681	-.09555672	.23170962	-.55625752	.36514409
	Equal variances not assumed			-.397	48.412	.693	-.09555672	.24066467	-.57933898	.38822555
Oppiminen	Equal variances assumed	.302	.584	1.738	85	.086	.39303715	.22614378	-.05659726	.84267156
	Equal variances not assumed			1.704	50.615	.094	.39303715	.23060862	-.07001457	.85608887
Yhteisöllisyys	Equal variances assumed	2.154	.146	.844	85	.401	.19276867	.22848303	-.26151681	.64705414
	Equal variances not assumed			.882	59.503	.381	.19276867	.21863612	-.24464378	.63018111
Oppilaan toiminta	Equal variances assumed	.140	.710	-1.649	85	.103	-.37287075	.22611240	-.82244277	.07670127
	Equal variances not assumed			-1.624	51.184	.110	-.37287075	.22953092	-.83363299	.08789149
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Equal variances assumed	.033	.856	-.644	85	.521	-.14910981	.23158840	-.60956960	.31134997
	Equal variances not assumed			-.622	48.788	.537	-.14910981	.23976269	-.63098385	.33276423
Oppilaan taitojen huomiointi	Equal variances assumed	.583	.447	.414	85	.680	.09610473	.23191588	-.36500617	.55721563
	Equal variances not assumed			.449	65.193	.655	.09610473	.21425810	-.33177419	.52398365
Kaikille sopivat työtavat	Equal variances assumed	.038	.846	-.529	85	.598	-.12263769	.23178606	-.58349048	.33821510
	Equal variances not assumed			-.519	50.716	.606	-.12263769	.23616901	-.59683111	.35155574

TAULUKKO 7. Matemaattiset kyvyt -pääkomponentin tilastoja

Group Statistics

	Sukupuoli	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Looginen / loogisesti ajatteleva / päättelykykyinen	Nainen	59	5.186	.8195	.1067
	Mies	28	5.393	.4973	.0940
Ongelmanratkaisukykyine n	Nainen	59	5.191	.7978	.1039
	Mies	28	5.366	.5548	.1049
Hyvä hahmotuskyky	Nainen	59	5.288	.6961	.0906
	Mies	28	5.440	.4973	.0940
Kyky erottaa olennainen tieto epäolennaisesta	Nainen	59	4.492	1.0234	.1332
	Mies	28	4.929	.6627	.1252

LIITE 4. Iän vaikutus pääkomponentteihin

TAULUKKO 8. Normaalisuus

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Ikäjakauma	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Koulumyönteisyys	Alle 31v	.181	15	.200*	.927	15	.244
	31-40v	.126	25	.200*	.972	25	.692
	41-50v	.081	30	.200*	.980	30	.829
	Yli 50v	.160	18	.200*	.947	18	.382
Matemaattiset kyvyt	Alle 31v	.150	15	.200*	.957	15	.633
	31-40v	.071	25	.200*	.978	25	.838
	41-50v	.089	30	.200*	.936	30	.072
	Yli 50v	.138	18	.200*	.946	18	.363
Käyttäytyminen	Alle 31v	.191	15	.148	.929	15	.263
	31-40v	.091	25	.200*	.987	25	.984
	41-50v	.109	30	.200*	.889	30	.004
	Yli 50v	.148	18	.200*	.935	18	.236
Tiedonhaluinen toimija	Alle 31v	.134	15	.200*	.976	15	.931
	31-40v	.099	25	.200*	.961	25	.442
	41-50v	.113	30	.200*	.941	30	.096
	Yli 50v	.183	18	.116	.873	18	.020
Oppiminen	Alle 31v	.104	15	.200*	.974	15	.908
	31-40v	.107	25	.200*	.974	25	.755
	41-50v	.154	30	.067	.954	30	.210
	Yli 50v	.103	18	.200*	.968	18	.765
Yhteisöllisyys	Alle 31v	.116	15	.200*	.983	15	.986
	31-40v	.181	25	.034	.936	25	.123
	41-50v	.093	30	.200*	.983	30	.906
	Yli 50v	.149	18	.200*	.937	18	.261
Oppilaan toiminta	Alle 31v	.141	15	.200*	.954	15	.586
	31-40v	.121	25	.200*	.962	25	.456
	41-50v	.141	30	.130	.969	30	.519
	Yli 50v	.119	18	.200*	.976	18	.896
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Alle 31v	.130	15	.200*	.983	15	.986
	31-40v	.159	25	.104	.888	25	.010
	41-50v	.084	30	.200*	.946	30	.135
	Yli 50v	.183	18	.112	.877	18	.023
Oppilaan taitojen huomiointi	Alle 31v	.214	15	.063	.919	15	.184
	31-40v	.157	25	.112	.935	25	.114
	41-50v	.132	30	.192	.944	30	.115
	Yli 50v	.211	18	.033	.907	18	.076
Kaikille sopivat työtavat	Alle 31v	.090	15	.200*	.974	15	.915
	31-40v	.135	25	.200*	.964	25	.496
	41-50v	.076	30	.200*	.987	30	.968
	Yli 50v	.119	18	.200*	.975	18	.886
Omatoiminen opiskelu	Alle 31v	.142	15	.200*	.935	15	.320
	31-40v	.193	25	.017	.912	25	.034
	41-50v	.159	30	.051	.950	30	.166
	Yli 50v	.139	18	.200*	.946	18	.360
Matematiikkakerho	Alle 31v	.097	15	.200*	.980	15	.972
	31-40v	.253	25	.000	.675	25	.000
	41-50v	.090	30	.200*	.974	30	.665
	Yli 50v	.182	18	.117	.870	18	.018

a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.

TAULUKKO 9. Kruskal-Wallisin testi

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Käyttäytyminen is the same across categories of Ikäjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.726	Retain the null hypothesis.
2	The distribution of Tiedonhaluinen toimija is the same across categories of Ikäjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.599	Retain the null hypothesis.
3	The distribution of Oppikirjan ulkopuolinen materiaali is the same across categories of Ikäjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.300	Retain the null hypothesis.
4	The distribution of Omatoiminen opiskelu is the same across categories of Ikäjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.240	Retain the null hypothesis.
5	The distribution of Matematiikkakerho is the same across categories of Ikäjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.764	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

TAULUKKO 10. Levenen varianssitesti

Test of Homogeneity of Variances

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Koulumyönteisyys	2.855	3	84	.042
Matemaattiset kyvyt	.182	3	84	.909
Oppiminen	.228	3	84	.877
Yhteisöllisyys	.368	3	84	.776
Oppilaan toiminta	.619	3	84	.605
Oppilaan taitojen huomiointi	1.539	3	84	.210
Kaikille sopivat työtavat	.810	3	84	.492

TAULUKKO 11. Yksisuuntainen varianssianalyysi

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Koulumyönteisyys	Between Groups	8.170	3	2.723	2.902	.040
	Within Groups	78.830	84	.938		
	Total	87.000	87			
Matemaattiset kyvyt	Between Groups	1.184	3	.395	.386	.763
	Within Groups	85.816	84	1.022		
	Total	87.000	87			
Oppiminen	Between Groups	7.217	3	2.406	2.533	.062
	Within Groups	79.783	84	.950		
	Total	87.000	87			
Yhteisöllisyys	Between Groups	3.084	3	1.028	1.029	.384
	Within Groups	83.916	84	.999		
	Total	87.000	87			
Oppilaan toiminta	Between Groups	5.272	3	1.757	1.806	.152
	Within Groups	81.728	84	.973		
	Total	87.000	87			
Oppilaan taitojen huomiointi	Between Groups	2.382	3	.794	.788	.504
	Within Groups	84.618	84	1.007		
	Total	87.000	87			
Kaikille sopivat työtavat	Between Groups	1.379	3	.460	.451	.717
	Within Groups	85.621	84	1.019		
	Total	87.000	87			

TAULUKKO 12. Welch ja Brown-Forsythe -testit

Robust Tests of Equality of Means

Koulumyönteisyys

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Welch	2.101	3	37.368	.117
Brown-Forsythe	2.462	3	44.430	.075

a. Asymptotically F distributed.

LIITE 5. Opetettavan luokan vaikutus pääkomponentteihin

TAULUKKO 13. Normaalisuus

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Luokka	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Koulumyönteisyys	3	.123	16	.200*	.889	16	.054
	4	.173	24	.062	.942	24	.183
	5	.120	19	.200*	.977	19	.905
	6	.129	27	.200*	.959	27	.354
Matemaattiset kyvyt	3	.161	16	.200*	.934	16	.287
	4	.102	24	.200*	.955	24	.349
	5	.151	19	.200*	.965	19	.666
	6	.103	27	.200*	.964	27	.464
Käyttäytyminen	3	.163	16	.200*	.965	16	.748
	4	.100	24	.200*	.970	24	.676
	5	.119	19	.200*	.953	19	.445
	6	.178	27	.029	.932	27	.076
Tiedonhaluinen toimija	3	.140	16	.200*	.959	16	.649
	4	.094	24	.200*	.960	24	.437
	5	.187	19	.080	.919	19	.110
	6	.137	27	.200*	.932	27	.077
Oppiminen	3	.155	16	.200*	.940	16	.352
	4	.140	24	.200*	.955	24	.340
	5	.100	19	.200*	.984	19	.981
	6	.081	27	.200*	.986	27	.971
Yhteisöllisyys	3	.148	16	.200*	.962	16	.694
	4	.127	24	.200*	.956	24	.371
	5	.147	19	.200*	.917	19	.100
	6	.109	27	.200*	.968	27	.560
Oppilaan toiminta	3	.100	16	.200*	.989	16	.999
	4	.181	24	.040	.935	24	.124
	5	.151	19	.200*	.929	19	.163
	6	.116	27	.200*	.972	27	.652
Oppilaan toiminta	3	.100	16	.200*	.989	16	.999
	4	.181	24	.040	.935	24	.124
	5	.151	19	.200*	.929	19	.163
	6	.116	27	.200*	.972	27	.652
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	3	.119	16	.200*	.967	16	.782
	4	.120	24	.200*	.905	24	.027
	5	.192	19	.064	.892	19	.035
	6	.084	27	.200*	.967	27	.536
Oppilaan taitojen huomiointi	3	.175	16	.200*	.951	16	.508
	4	.144	24	.200*	.968	24	.629
	5	.141	19	.200*	.948	19	.368
	6	.083	27	.200*	.984	27	.938
Kaikille sopivat työtavat	3	.132	16	.200*	.965	16	.752
	4	.129	24	.200*	.926	24	.079
	5	.098	19	.200*	.979	19	.925
	6	.137	27	.200*	.967	27	.524
Omatoiminen opiskelu	3	.096	16	.200*	.965	16	.753
	4	.116	24	.200*	.962	24	.475
	5	.117	19	.200*	.971	19	.795
	6	.195	27	.010	.831	27	.000
Matematiikkakerho	3	.271	16	.003	.704	16	.000
	4	.165	24	.090	.809	24	.000
	5	.086	19	.200*	.983	19	.974
	6	.115	27	.200*	.938	27	.109

a. Lilliefors Significance Correction
*. This is a lower bound of the true significance.

TAULUKKO 14. Kruskal-Wallisin testi

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Oppikirjan ulkopuolinen materiaali is the same across categories of Luokka.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.229	Retain the null hypothesis.
2	The distribution of Omatoiminen opiskelu is the same across categories of Luokka.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.548	Retain the null hypothesis.
3	The distribution of Matematiikkakerho is the same across categories of Luokka.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.009	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

TAULUKKO 15. Levenen varianssitesti

Test of Homogeneity of Variances

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Koulumyönteisyys	.186	3	82	.906
Matemaattiset kyvyt	1.120	3	82	.346
Käyttäytyminen	.277	3	82	.842
Tiedonhaluinen toimija	.589	3	82	.624
Oppiminen	1.064	3	82	.369
Yhteisöllisyys	.284	3	82	.837
Oppilaan toiminta	2.453	3	82	.069
Oppilaan taitojen huomiointi	.537	3	82	.658
Kaikille sopivat työtavat	.838	3	82	.477

TAULUKKO 16. Yksisuuntainen varianssianalyysi

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Koulumyönteisyys	Between Groups	7.942	3	2.647	2.803	.045
	Within Groups	77.461	82	.945		
	Total	85.403	85			
Matemaattiset kyvyt	Between Groups	1.958	3	.653	.646	.588
	Within Groups	82.842	82	1.010		
	Total	84.800	85			
Käyttäytyminen	Between Groups	3.160	3	1.053	1.050	.375
	Within Groups	82.239	82	1.003		
	Total	85.399	85			
Tiedonhaluinen toimija	Between Groups	.239	3	.080	.076	.973
	Within Groups	86.543	82	1.055		
	Total	86.782	85			
Oppiminen	Between Groups	2.887	3	.962	.941	.425
	Within Groups	83.876	82	1.023		
	Total	86.763	85			
Yhteisöllisyys	Between Groups	1.573	3	.524	.550	.650
	Within Groups	78.247	82	.954		
	Total	79.820	85			
Oppilaan toiminta	Between Groups	.758	3	.253	.247	.863
	Within Groups	83.971	82	1.024		
	Total	84.730	85			
Oppilaan taitojen huomiointi	Between Groups	1.948	3	.649	.691	.560
	Within Groups	77.091	82	.940		
	Total	79.039	85			
Kaikille sopivat työtavat	Between Groups	2.261	3	.754	.731	.537
	Within Groups	84.568	82	1.031		
	Total	86.829	85			

TAULUKKO 17. Koulumyönteisyys ja matematiikkakerho -pääkomponenttien tiedot

Descriptives

						95% Confidence Interval for Mean			
		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound	Minimum	Maximum
Koulumyönteisyys	3	16	-.3889035	1.09982863	.27495716	-.9749608	.1971539	-3.52115	1.02809
	4	24	-.2652849	.98784841	.20164371	-.6824167	.1518469	-2.77361	1.34021
	5	19	.0719121	.87363259	.20042506	-.3491654	.4929895	-1.92976	1.54467
	6	27	.3727089	.94326944	.18153229	-.0004361	.7458538	-2.35877	2.28867
	Total	86	-.0134863	1.00236698	.10808801	-.2283943	.2014216	-3.52115	2.28867
Matematiikkakerho	3	16	.6055712	1.45831812	.36457953	-.1715117	1.3826541	-1.09659	5.50469
	4	24	-.1120309	1.02873175	.20998899	-.5464262	.3223644	-1.61192	3.71033
	5	19	.1040599	.59619585	.13677671	-.1832973	.3914171	-1.00973	1.26438
	6	27	-.2754974	.74348304	.14308338	-.5696095	.0186147	-1.37086	1.51748
	Total	86	.0178966	1.00239247	.10809076	-.1970168	.2328100	-1.61192	5.50469

TAULUKKO 18. Tukeyn testi

Multiple Comparisons

Tukey HSD

Dependent Variable	(I) Luokka	(J) Luokka	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Koulumyönteisyys	3	4	-.12361852	.31368812	.979	-.9462675	.6990304
		5	-.46081551	.32978502	.505	-1.3256787	.4040476
		6	-.76161234	.30663805	.070	-1.5657724	.0425478
	4	3	.12361852	.31368812	.979	-.6990304	.9462675
		5	-.33719700	.29845956	.672	-1.1199090	.4455150
		6	-.63799382	.27266618	.097	-1.3530625	.0770749
	5	3	.46081551	.32978502	.505	-.4040476	1.3256787
		4	.33719700	.29845956	.672	-.4455150	1.1199090
		6	-.30079683	.29104083	.730	-1.0640531	.4624595
	6	3	.76161234	.30663805	.070	-.0425478	1.5657724
		4	.63799382	.27266618	.097	-.0770749	1.3530625
		5	.30079683	.29104083	.730	-.4624595	1.0640531
Matematiikkakerho	3	4	.71760211	.31277642	.108	-.1026559	1.5378601
		5	.50151126	.32882653	.427	-.3608383	1.3638608
		6	.88106861*	.30574684	.025	.0792457	1.6828915
	4	3	-.71760211	.31277642	.108	-1.5378601	.1026559
		5	-.21609084	.29759212	.886	-.9965279	.5643462
		6	.16346650	.27187370	.931	-.5495239	.8764569
	5	3	-.50151126	.32882653	.427	-1.3638608	.3608383
		4	.21609084	.29759212	.886	-.5643462	.9965279
		6	.37955735	.29019495	.561	-.3814806	1.1405953
	6	3	-.88106861*	.30574684	.025	-1.6828915	-.0792457
		4	-.16346650	.27187370	.931	-.8764569	.5495239
		5	-.37955735	.29019495	.561	-1.1405953	.3814806

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

LIITE 6. Opetuskokemuksen vaikutus pääkomponentteihin

TAULUKKO 19. Normaalisuus

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Opkokjakauma	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Koulumyönteisyys	Alle 6v	.150	20	.200*	.937	20	.212
	6-10v	.113	19	.200*	.979	19	.931
	11-20v	.124	21	.200*	.962	21	.567
	yli 20v	.116	27	.200*	.969	27	.563
Matemaattiset kyvyt	Alle 6v	.139	20	.200*	.953	20	.409
	6-10v	.108	19	.200*	.956	19	.503
	11-20v	.152	21	.200*	.918	21	.080
	yli 20v	.139	27	.197	.946	27	.175
Käyttäytyminen	Alle 6v	.159	20	.200*	.948	20	.343
	6-10v	.105	19	.200*	.979	19	.930
	11-20v	.123	21	.200*	.891	21	.023
	yli 20v	.099	27	.200*	.973	27	.684
Tiedonhaluinen toimija	Alle 6v	.167	20	.144	.918	20	.089
	6-10v	.119	19	.200*	.973	19	.842
	11-20v	.124	21	.200*	.923	21	.101
	yli 20v	.124	27	.200*	.943	27	.145
Oppiminen	Alle 6v	.128	20	.200*	.936	20	.197
	6-10v	.171	19	.146	.908	19	.068
	11-20v	.153	21	.200*	.942	21	.234
	yli 20v	.096	27	.200*	.980	27	.857
Yhteisöllisyys	Alle 6v	.154	20	.200*	.944	20	.283
	6-10v	.129	19	.200*	.966	19	.694
	11-20v	.132	21	.200*	.960	21	.524
	yli 20v	.100	27	.200*	.979	27	.829
Oppilaan toiminta	Alle 6v	.131	20	.200*	.970	20	.753
	6-10v	.171	19	.144	.955	19	.471
	11-20v	.144	21	.200*	.946	21	.280
	yli 20v	.113	27	.200*	.982	27	.914
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Alle 6v	.091	20	.200*	.979	20	.916
	6-10v	.190	19	.069	.845	19	.006
	11-20v	.178	21	.080	.951	21	.348
	yli 20v	.106	27	.200*	.919	27	.037
Oppilaan taitojen huomiointi	Alle 6v	.114	20	.200*	.973	20	.820
	6-10v	.102	19	.200*	.962	19	.609
	11-20v	.172	21	.108	.941	21	.231
	yli 20v	.133	27	.200*	.935	27	.092
Kaikille sopivat työtavat	Alle 6v	.136	20	.200*	.980	20	.928
	6-10v	.117	19	.200*	.979	19	.927
	11-20v	.106	21	.200*	.968	21	.684
	yli 20v	.086	27	.200*	.982	27	.911
Omatoiminen opiskelu	Alle 6v	.098	20	.200*	.968	20	.715
	6-10v	.278	19	.000	.848	19	.006
	11-20v	.138	21	.200*	.966	21	.646
	yli 20v	.139	27	.193	.929	27	.066
Matematiikkakerho	Alle 6v	.138	20	.200*	.981	20	.944
	6-10v	.324	19	.000	.548	19	.000
	11-20v	.128	21	.200*	.949	21	.323
	yli 20v	.144	27	.158	.894	27	.010

a. Lilliefors Significance Correction
*. This is a lower bound of the true significance.

TAULUKKO 20. Kruskal-Wallisin testi

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Käyttäytyminen is the same across categories of Opkokjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.318	Retain the null hypothesis.
2	The distribution of Oppikirjan ulkopuolinen materiaali is the same across categories of Opkokjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.720	Retain the null hypothesis.
3	The distribution of Omatoiminen opiskelu is the same across categories of Opkokjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.040	Reject the null hypothesis.
4	The distribution of Matematiikkakerho is the same across categories of Opkokjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.911	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

TAULUKKO 21. Levenen varianssitesti

Test of Homogeneity of Variances

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Koulumyönteisyys	1.677	3	83	.178
Matemaattiset kyvyt	.535	3	83	.659
Tiedonhaluinen toimija	.087	3	83	.967
Oppiminen	1.219	3	83	.308
Yhteisöllisyys	1.397	3	83	.250
Oppilaan toiminta	.753	3	83	.524
Oppilaan taitojen huomiointi	3.237	3	83	.026
Kaikille sopivat työtavat	2.115	3	83	.105
Omatoiminen opiskelu	.291	3	83	.831

TAULUKKO 22. Yksisuuntainen varianssianalyysi

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Koulumyönteisyys	Between Groups	7.931	3	2.644	2.778	.046
	Within Groups	78.996	83	.952		
	Total	86.927	86			
Matemaattiset kyvyt	Between Groups	1.615	3	.538	.545	.653
	Within Groups	81.887	83	.987		
	Total	83.501	86			
Tiedonhaluinen toimija	Between Groups	3.035	3	1.012	1.000	.397
	Within Groups	83.921	83	1.011		
	Total	86.956	86			
Oppiminen	Between Groups	1.565	3	.522	.507	.678
	Within Groups	85.405	83	1.029		
	Total	86.970	86			
Yhteisöllisyys	Between Groups	4.452	3	1.484	1.511	.218
	Within Groups	81.534	83	.982		
	Total	85.986	86			
Oppilaan toiminta	Between Groups	5.075	3	1.692	1.714	.170
	Within Groups	81.904	83	.987		
	Total	86.979	86			
Kaikille sopivat työtavat	Between Groups	2.141	3	.714	.699	.555
	Within Groups	84.716	83	1.021		
	Total	86.857	86			

TAULUKKO 23. Welch ja Brown-Forsythe -testit

Robust Tests of Equality of Means

Oppilaan taitojen huomiointi

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Welch	1.033	3	43.133	.387
Brown-Forsythe	.992	3	67.363	.402

a. Asymptotically F distributed.

TAULUKKO 24. Koulumyönteisyys ja omatoiminen opiskelu -pääkomponenttien tiedot

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
						Lower Bound	Upper Bound		
Koulumyönteisyys	Alle 6v	20	-.5446698	1.27841200	.28586161	-1.1429851	.0536454	-3.52115	1.18209
	6-10v	19	.1237919	.93339996	.21413664	-.3260924	.5736763	-1.92976	1.71633
	11-20v	21	.2592022	.83827316	.18292620	-.1223751	.6407796	-1.64271	1.54467
	yli 20v	27	.1048234	.83683274	.16104854	-.2262166	.4358634	-1.95195	2.28867
	Total	87	-.0030790	1.00537752	.10778778	-.2173540	.2111960	-3.52115	2.28867
Omatoiminen opiskelu	Alle 6v	20	.1155119	.98381963	.21998876	-.3449298	.5759537	-1.59922	2.62512
	6-10v	19	.2143063	.98319546	.22556051	-.2595787	.6881914	-1.96634	2.86454
	11-20v	21	-.5310692	.88112422	.19227707	-.9321521	-.1299862	-2.11357	1.35011
	yli 20v	27	.2084748	1.01355428	.19505861	-.1924739	.6094235	-1.41475	3.08271
	Total	87	.0098670	1.00147934	.10736986	-.2035772	.2233112	-2.11357	3.08271

TAULUKKO 25. Tukeyn testi

Multiple Comparisons

Tukey HSD

Dependent Variable	(I) Opkokjakauma	(J) Opkokjakauma	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Koulumyönteisyys	Alle 6v	6-10v	-.66846178	.31253924	.149	-1.4878934	.1509699
		11-20v	-.80387208*	.30481149	.048	-1.6030427	-.0047015
		yli 20v	-.64949322	.28781677	.117	-1.4041062	.1051198
	6-10v	Alle 6v	.66846178	.31253924	.149	-.1509699	1.4878934
		11-20v	-.13541031	.30889267	.972	-.9452812	.6744606
		yli 20v	.01896856	.29213547	1.000	-.7469674	.7849045
	11-20v	Alle 6v	.80387208*	.30481149	.048	.0047015	1.6030427
		6-10v	.13541031	.30889267	.972	-.6744606	.9452812
		yli 20v	.15437887	.28385277	.948	-.5898411	.8985988
	yli 20v	Alle 6v	.64949322	.28781677	.117	-.1051198	1.4041062
		6-10v	-.01896856	.29213547	1.000	-.7849045	.7469674
		11-20v	-.15437887	.28385277	.948	-.8985988	.5898411
Omatoiminen opiskelu	Alle 6v	6-10v	-.09879438	.31061693	.989	-.9131860	.7155973
		11-20v	.64658110	.30293671	.151	-.1476741	1.4408363
		yli 20v	-.09296288	.28604652	.988	-.8429345	.6570088
	6-10v	Alle 6v	.09879438	.31061693	.989	-.7155973	.9131860
		11-20v	.74537548	.30699279	.080	-.0595142	1.5502651
		yli 20v	.00583150	.29033865	1.000	-.7553935	.7670565
	11-20v	Alle 6v	-.64658110	.30293671	.151	-1.4408363	.1476741
		6-10v	-.74537548	.30699279	.080	-1.5502651	.0595142
		yli 20v	-.73954398	.28210690	.050	-1.4791865	.0000986
	yli 20v	Alle 6v	.09296288	.28604652	.988	-.6570088	.8429345
		6-10v	-.00583150	.29033865	1.000	-.7670565	.7553935
		11-20v	.73954398	.28210690	.050	-.0000986	1.4791865

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

LIITE 7. Luokan koon vaikutus pääkomponentteihin

TAULUKKO 26. Normaalisuus

Tests of Normality

	Lkokojakauma	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Koulumyönteisyys	Alle 18 oppilasta	.140	24	.200*	.938	24	.144
	18-22 oppilasta	.132	45	.048	.946	45	.037
	Yli 22 oppilasta	.167	18	.200*	.928	18	.179
Matemaattiset kyvyt	Alle 18 oppilasta	.095	24	.200*	.982	24	.935
	18-22 oppilasta	.109	45	.200*	.953	45	.064
	Yli 22 oppilasta	.162	18	.200*	.949	18	.404
Käyttäytyminen	Alle 18 oppilasta	.188	24	.029	.890	24	.014
	18-22 oppilasta	.072	45	.200*	.985	45	.837
	Yli 22 oppilasta	.128	18	.200*	.950	18	.422
Tiedonhaluinen toimija	Alle 18 oppilasta	.152	24	.158	.946	24	.225
	18-22 oppilasta	.107	45	.200*	.953	45	.065
	Yli 22 oppilasta	.105	18	.200*	.971	18	.819
Oppiminen	Alle 18 oppilasta	.132	24	.200*	.975	24	.788
	18-22 oppilasta	.085	45	.200*	.987	45	.888
	Yli 22 oppilasta	.118	18	.200*	.971	18	.812
Yhteisöllisyys	Alle 18 oppilasta	.137	24	.200*	.977	24	.824
	18-22 oppilasta	.122	45	.089	.962	45	.140
	Yli 22 oppilasta	.129	18	.200*	.974	18	.868
Oppilaan toiminta	Alle 18 oppilasta	.225	24	.003	.925	24	.076
	18-22 oppilasta	.101	45	.200*	.972	45	.343
	Yli 22 oppilasta	.139	18	.200*	.971	18	.813
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Alle 18 oppilasta	.128	24	.200*	.944	24	.205
	18-22 oppilasta	.093	45	.200*	.959	45	.114
	Yli 22 oppilasta	.177	18	.142	.904	18	.068
Oppilaan taitojen huomiointi	Alle 18 oppilasta	.137	24	.200*	.950	24	.270
	18-22 oppilasta	.097	45	.200*	.976	45	.465
	Yli 22 oppilasta	.139	18	.200*	.974	18	.867
Kaikille sopivat työtavat	Alle 18 oppilasta	.100	24	.200*	.967	24	.601
	18-22 oppilasta	.120	45	.099	.977	45	.499
	Yli 22 oppilasta	.156	18	.200*	.940	18	.289
Omatoiminen opiskelu	Alle 18 oppilasta	.149	24	.183	.907	24	.030
	18-22 oppilasta	.118	45	.128	.948	45	.042
	Yli 22 oppilasta	.165	18	.200*	.941	18	.301
Matematiikkakerho	Alle 18 oppilasta	.116	24	.200*	.957	24	.374
	18-22 oppilasta	.172	45	.002	.774	45	.000
	Yli 22 oppilasta	.196	18	.065	.789	18	.001

a. Lilliefors Significance Correction
*. This is a lower bound of the true significance.

TAULUKKO 27. Kruskal-Wallisin testi

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Koulumyönteisyys is the same across categories of Lkokojakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.701	Retain the null hypothesis.
2	The distribution of Käyttäytyminen is the same across categories of Lkokojakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.917	Retain the null hypothesis.
3	The distribution of Omatoiminen opiskelu is the same across categories of Lkokojakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.773	Retain the null hypothesis.
4	The distribution of Matematiikkakerho is the same across categories of Lkokojakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.875	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

TAULUKKO 28. Levenen varianssitesti

Test of Homogeneity of Variances

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Matemaattiset kyvyt	1.857	2	84	.163
Tiedonhaluinen toimija	2.637	2	84	.077
Oppiminen	.324	2	84	.724
Yhteisöllisyys	2.304	2	84	.106
Oppilaan toiminta	.331	2	84	.719
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	.286	2	84	.752
Oppilaan taitojen huomiointi	.817	2	84	.445
Kaikille sopivat työtavat	4.274	2	84	.017

TAULUKKO 29. Yksisuuntainen varianssianalyysi

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Matemaattiset kyvyt	Between Groups	.221	2	.110	.110	.896
	Within Groups	84.599	84	1.007		
	Total	84.820	86			
Tiedonhaluinen toimija	Between Groups	.383	2	.191	.187	.830
	Within Groups	86.095	84	1.025		
	Total	86.478	86			
Oppiminen	Between Groups	1.857	2	.929	.918	.403
	Within Groups	84.971	84	1.012		
	Total	86.828	86			
Yhteisöllisyys	Between Groups	.463	2	.232	.226	.799
	Within Groups	86.302	84	1.027		
	Total	86.765	86			
Oppilaan toiminta	Between Groups	.346	2	.173	.170	.844
	Within Groups	85.450	84	1.017		
	Total	85.796	86			
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Between Groups	2.332	2	1.166	1.158	.319
	Within Groups	84.612	84	1.007		
	Total	86.944	86			
Oppilaan taitojen huomiointi	Between Groups	1.115	2	.557	.546	.581
	Within Groups	85.748	84	1.021		
	Total	86.862	86			

TAULUKKO 30. Welch ja Brown-Forsythe -testit

Robust Tests of Equality of Means

Kaikille sopivat työtavat

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Welch	1.147	2	49.116	.326
Brown-Forsythe	1.427	2	66.494	.247

a. Asymptotically F distributed.

LIITE 8. Matematiikan lisäopintojen vaikutus pääkomponentteihin

TAULUKKO 31. Normaalisuus

Tests of Normality

		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Lisäopjakauma	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Koulumyönteisyys	Ei	.129	57	.020	.959	57	.053
	Muu	.145	19	.200*	.927	19	.149
	Sivuaine	.147	12	.200*	.950	12	.642
Matemaattiset kyvyt	Ei	.093	57	.200*	.968	57	.133
	Muu	.184	19	.089	.866	19	.013
	Sivuaine	.214	12	.137	.933	12	.414
Käyttäytyminen	Ei	.104	57	.195	.957	57	.043
	Muu	.157	19	.200*	.924	19	.134
	Sivuaine	.225	12	.096	.887	12	.108
Tiedonhaluinen toimija	Ei	.099	57	.200*	.953	57	.028
	Muu	.154	19	.200*	.961	19	.595
	Sivuaine	.140	12	.200*	.971	12	.922
Oppiminen	Ei	.066	57	.200*	.989	57	.882
	Muu	.152	19	.200*	.949	19	.383
	Sivuaine	.193	12	.200*	.940	12	.497
Yhteisöllisyys	Ei	.067	57	.200*	.986	57	.773
	Muu	.154	19	.200*	.960	19	.563
	Sivuaine	.222	12	.104	.885	12	.100
Oppilaan toiminta	Ei	.085	57	.200*	.982	57	.577
	Muu	.146	19	.200*	.974	19	.860
	Sivuaine	.164	12	.200*	.977	12	.968
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Ei	.096	57	.200*	.958	57	.045
	Muu	.134	19	.200*	.940	19	.269
	Sivuaine	.175	12	.200*	.936	12	.446
Oppilaan taitojen huomiointi	Ei	.090	57	.200*	.979	57	.421
	Muu	.116	19	.200*	.968	19	.732
	Sivuaine	.262	12	.023	.834	12	.024
Kaikille sopivat työtavat	Ei	.086	57	.200*	.978	57	.373
	Muu	.131	19	.200*	.957	19	.523
	Sivuaine	.157	12	.200*	.966	12	.868
Omatoiminen opiskelu	Ei	.072	57	.200*	.979	57	.432
	Muu	.157	19	.200*	.964	19	.661
	Sivuaine	.261	12	.024	.741	12	.002
Matematiikkakerho	Ei	.187	57	.000	.735	57	.000
	Muu	.098	19	.200*	.977	19	.903
	Sivuaine	.174	12	.200*	.938	12	.468

a. Lilliefors Significance Correction
*. This is a lower bound of the true significance.

TAULUKKO 32. Kruskal-Wallisin testi

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The distribution of Koulumyönteisyys is the same across categories of Lisäopjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.610	Retain the null hypothesis.
2	The distribution of Matemaattiset kyvyt is the same across categories of Lisäopjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.791	Retain the null hypothesis.
3	The distribution of Oppilaan taitojen huomiointi is the same across categories of Lisäopjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.612	Retain the null hypothesis.
4	The distribution of Omatoiminen opiskelu is the same across categories of Lisäopjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.915	Retain the null hypothesis.
5	The distribution of Matematiikkakerho is the same across categories of Lisäopjakauma.	Independent-Samples Kruskal-Wallis Test	.539	Retain the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is .05.

TAULUKKO 33. Levenen varianssitesti

Test of Homogeneity of Variances

	Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Käyttäytyminen	.425	2	85	.655
Tiedonhaluinen toimija	.487	2	85	.616
Oppiminen	.793	2	85	.456
Yhteisöllisyys	2.207	2	85	.116
Oppilaan toiminta	.549	2	85	.579
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	.313	2	85	.732
Kaikille sopivat työtavat	3.856	2	85	.025

TAULUKKO 34. Yksisuuntainen varianssianalyysi

ANOVA

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Käyttäytyminen	Between Groups	3.555	2	1.777	1.811	.170
	Within Groups	83.445	85	.982		
	Total	87.000	87			
Tiedonhaluinen toimija	Between Groups	.223	2	.111	.109	.897
	Within Groups	86.777	85	1.021		
	Total	87.000	87			
Oppiminen	Between Groups	3.057	2	1.529	1.548	.219
	Within Groups	83.943	85	.988		
	Total	87.000	87			
Yhteisöllisyys	Between Groups	8.191	2	4.096	4.417	.015
	Within Groups	78.809	85	.927		
	Total	87.000	87			
Oppilaan toiminta	Between Groups	.064	2	.032	.031	.969
	Within Groups	86.936	85	1.023		
	Total	87.000	87			
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Between Groups	7.841	2	3.920	4.210	.018
	Within Groups	79.159	85	.931		
	Total	87.000	87			

TAULUKKO 35. Welch ja Brown-Forsythe -testit

Robust Tests of Equality of Means

Kaikille sopivat työtavat

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Welch	.825	2	27.661	.449
Brown-Forsythe	.678	2	31.959	.515

a. Asymptotically F distributed.

TAULUKKO 36. Yhteisöllisyys ja oppikirjan ulkopuolinen materiaali - pääkomponenttien tiedot

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
						Lower Bound	Upper Bound		
Yhteisöllisyys	Ei	57	.1919575	1.03438935	.13700822	-.0825029	.4664180	-1.88289	2.62104
	Muu	19	-.5660488	.75988078	.17432861	-.9322996	-.1997980	-2.05140	.80804
	Sivuaine	12	-.0155543	.87892454	.25372366	-.5739964	.5428877	-1.15306	1.20031
	Total	88	.0000000	1.00000000	.10660036	-.2118798	.2118798	-2.05140	2.62104
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Ei	57	-.2199496	.90589035	.11998811	-.4603147	.0204154	-1.75631	2.48098
	Muu	19	.3880964	1.00477577	.23051137	-.0961900	.8723828	-1.24487	2.78065
	Sivuaine	12	.4302747	1.16895607	.33744855	-.3124445	1.1729940	-1.29062	2.93269
	Total	88	.0000000	1.00000000	.10660036	-.2118798	.2118798	-1.75631	2.93269

TAULUKKO 37. Tukeyn testi

Multiple Comparisons

Tukey HSD

Dependent Variable	(I) Lisäopjakauma	(J) Lisäopjakauma	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
Yhteisöllisyys	Ei	Muu	.75800636*	.25507677	.011	.1495326	1.3664801
		Sivuaine	.20751188	.30582631	.777	-.5220225	.9370463
	Muu	Ei	-.75800636*	.25507677	.011	-1.3664801	-.1495326
		Sivuaine	-.55049448	.35505184	.273	-1.3974541	.2964651
	Sivuaine	Ei	-.20751188	.30582631	.777	-.9370463	.5220225
		Muu	.55049448	.35505184	.273	-.2964651	1.3974541
Oppikirjan ulkopuolinen materiaali	Ei	Muu	-.60804603	.25564273	.051	-1.2178698	.0017778
		Sivuaine	-.65022436	.30650486	.092	-1.3813774	.0809287
	Muu	Ei	.60804603	.25564273	.051	-.0017778	1.2178698
		Sivuaine	-.04217833	.35583962	.992	-.8910171	.8066605
	Sivuaine	Ei	.65022436	.30650486	.092	-.0809287	1.3813774
		Muu	.04217833	.35583962	.992	-.8066605	.8910171

*. The mean difference is significant at the 0.05 level.