Prosenttien ja indeksien opettaminen lukiossa

Pro gradu -tutkielma
Paula Eerikinharju
Matemaattisten tieteiden tutkinto-ohjelma
Oulun yliopisto
2022

Sisällys

1 Johdanto

Matematiikan opettamisen tiedetään olevan monin tavoin haasteellista. Usein suurin ongelma on se, etteivät opiskelijat motivoidu matemaattisista aiheista tai koe laskemista merkityksellisenä. Näihin seikkoihin on mahdollista vaikuttaa valitsemalla opetukseen sellaisia menetelmiä, jotka motivoivat opiskelijaa ja saavat matematiikan tuntumaan merkitykselliseltä.

Prosenttien ja indeksien opettamiseen liittyy useita erilaisia kompastuskiviä. Jos prosentin käsite on jäänyt opiskelijalle jo peruskoulussa epäselväksi, voi indeksin käsitteen oppiminen olla haastavaa. Tämän lisäksi indeksin opettamisessa on kiinnitettävä huomiota siihen, että oppilas ymmärtää indeksiin liittyvien eri asioita kuvaavien lukujen merkityksen. Esimerkiksi, jos indeksi opetetaan ainoastaan esimerkkien ja kaavojen avulla, asian ymmärrys jää helposti pintapuoliseksi. Jos opiskelija ei ymmärrä eri asioita kuvaavien lukujen merkitystä, ongelmia tulee viimeistään ostovoiman ja inflaation käsitteitä opetellessa.

Tässä tutkielmassa esitellään lukion lyhyen matematiikan kurssin MAB6 oppikirjan osa, jossa käsitellään prosentti, indeksi, reaaliarvo, inflaatio ja ostovoima. Ennen oppikirjaa tutkielmassa perustellaan oppikirjaan tehdyt valinnat tieteellisten artikkeleiden avulla. Oppikirjassa prosentin käsite kerrataan huolellisesti ennen indeksin käsitettä, jotta prosentin käsitteen hallitsemisen mahdolliset puutteet eivät häiritsisi indeksin käsitteen oppimista. Indeksin opettamisessa taas kiinnitetään huomiota siihen, että oppilas ymmärtää indeksiin liittyvien eri asioita kuvaavien lukujen merkityksen, jotta reaaliarvon, inflaation ja ostovoiman oppiminen olisi helpompaa. Tällöin opetettavat asiat seuraavat toisiaan mielekkäästi ja uuden oppiminen rakentuu aiemmin opittujen asioiden varaan.

2 Prosentti

2.1 Prosentin määritelmä

Kirjan alussa määritellään prosentti lyhyesti, kuin sitä ei olisi koskaan opetettukaan. Prosentin määritelmä on hyvä kerrata, koska tutkimuksen mukaan suurella osalla nuorista ja aikuisista, joille on opetettu prosentin käsite seitsemännellä luokalla, on suuria haasteita prosenttilaskennan kanssa. Esimerkiksi artikkelissa *Comparison of algorithmic and multiplerepresentation integrated instruction for teaching fractions, decimals, and percent* (Raymond Flores, Fethi A. Inan, Sunyoung Han Esther Koontz, 2019) mainitaan, että jopa 58% aikuisista ei osaa laskea, kuinka paljon on 10% tippi ravintolan laskussa. Tutkimus on toteutettu Yhdysvalloissa, missä opetus voi olla hieman erilaista kuin Suomessa, mutta tässä tapauksessa voidaan tätä tutkimusta käyttää perusteluna sille, että prosentti määritellään siitä huolimatta, että se on käsitelty jo useampaan otteeseen ennen tätä kurssia, koska suomalaisessakin koulussa prosenttilaskujen käsittelemisen jälkeen ne eivät tule kovin usein matematiikan opetuksessa esille, minkä vuoksi prosenttilaskenta voi jäädä osalle opiskelijoista hieman vieraaksi. Niille opiskelijoille, jotka ovat matematiikassa edistyneempiä, ei koidu haittaa siitä, että käsite kerrataan lyhyesti kurssin alussa, mutta heikommat opiskelijat hyötyvät tästä merkittävästi. [3]

Flores ym. mainitsevat artikkelissaan myös, että joskus opettajilla jää erilaisten merkintätapojen yhtäpitävyys mainitsematta, esimerkiksi $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$ kaltaisia merkintöjä ei esitetä opiskelijoille. Tästä syystä opiskelijat hämmentyvät, kun esitetään prosenttilaskentaan liittyviä laskutapoja. On tärkeää, että opiskelijat käsittävät, mitä matemaattinen merkintä ja laskutavat todellisuudessa tarkoittavat, ja siksi heti kirjan alussa esitetään yhtäpitävyys erilaisten merkintätapojen välille. Tämän lisäksi mallitehtävissä käytetään erilaisia merkintätapoja laskemisessa, jolloin opiskelija huomaa, mihin käyttötarkoitukseen mikäkin merkintätapa sopii. [3]

2.2 Prosenttiosuus

Samaan tyyliin kuin prosentin määrittelemisessä, prosenttiosuuden laskemisen käsitteleminen aloitetaan määrittelemällä tavat, joilla prosentuaalinen osuus voidaan laskea. Esimerkit ovat tässä vaiheessa yksinkertaisia, jotta opiskelijat käsittävät helposti, mitä laskuissa tapahtuu. Artikkelissa *Use of Explicit Instruction and Double-Dosing to Teach Ratios, Proportions, and Percentages to At-Risk Middle School Students* (Lisa Piper, Nancy Marchand-Martella, and Ronald Martella, 2010) on todettu, että ongelmia aiheuttavia tekijöitä suhdelukujen ja prosenttien oppimisessa on muun muassa se, että tehtävien vaikeusaste ei kasva hiljalleen, vaan tehtävät joko pysyvät liian yksinkertaisina tai lähtevät liikkelle aivan liian haasteellisen soveltavalla tavalla. Kirjassa esitetään ensin mallitehtävä, jossa opiskelijat tietävät ennen laskemista ensimmäisen tehtävän ratkaisun (kuinka monta prosenttia luku 2 on luvusta 4), jotta kaavan toiminta tulee esille ja sen voi ymmärtää paremmin. Lopuissa mallitehtävän tehtävissä luvut vaikeutuvat, mutta koska opiskelija ymmärtää kaavan toiminnan ensimmäisen esimerkkilaskun jälkeen, loput esimerkit on helpompi ymmärtää. Etenkin heikommat opiskelijat hyötyvät selkeistä määritelmistä ja siitä, että heille annetaan mahdollisuus ymmärtää konkretia kaavan taustalla. [5]

Sen lisäksi, että tehtävien vaikeusaste nousee, käsiteltävää asiaa siirretään pala palalta reaalimaailmaan. Artikkelissa *Learning and Teaching Mathematics through Real Life Models* (Djurdjica Takaci, Natalija Budinski, 2011) esitetään yksi malli, jonka avulla voidaan käsitellä reaalimaailman ongelmia matemaattisesti niin, että opiskelijat ymmärtävät jokaisen välivaiheen merkityksen ja suhteen edelliseen vaiheeseen. Takaci ja Budinski mainitsevat myös, että opiskelijat paitsi oppivat matematiikkaa paremmin reaalimaailman ongelmien avulla, he myös pitävät matematiikan opiskelua mielekkäämpänä, kun opeteltavat asiat yhdistetään konkreettisiin ympäristöihin. [4]

2.3 Prosentuaalinen muutos

Prosentuaalisen muutoksen käsitettä lähestytään pohdintatehtävän avulla. Pohdinnan kautta opiskelijat saavat pohtia sitä, miten ratkaisisivat tehtävän, jossa halutaan tietää prosentuaalinen muutos. Artikkelissa *Collaborative Learning in Mathematics* (Malcolm Swan) esitetään, että erilaisten ratkaisutapojen arviointi tehostaa oppimista, mitä on hyödynnetty tässä pohdintatehtävässä. Pohdintatehtävän teema liittyy selkeästi reaalimaailmaan. Näin on valittu sen vuoksi, että Prosentti-luku sisältää paljon pohdinta- ja mallitehtäviä, joissa laskentaa ei olla liitetty reaalimaailmaan. Tehtävien liittäminen reaalimaailmaan on tärkeää, jotta oppiminen pysyy mielekkäänä. Lisäksi tehtävien teemoittaminen reaalimaailmaan auttaa opiskelijoita ymmärtämään matemaattisia käsitteitä paremmin [4].

Pohdintatehtävän jälkeen esitetään prosentuaalisen muutoksen määritelmä. Näin tehdään sen vuoksi, että heikompien opiskelijoiden voi olla haasteellista saada kiinni prosentuaalisen muutoksen käsitteestä pelkän pohdintatehtävän avulla. Heikommat opiskelijat myös hyötyvät siitä selkeydestä, mitä yksinkertainen määritelmä tarjoaa.[5]

Erilaiset ratkaisutavat ja niiden arviointi tehostaa matematiikan oppimista. Tämä tulee esille Swanin artikkelissa, jossa esitellään erilaisia yhteisoppimisen keinoja, joista on hyötyä matematiikan oppimisessa. Pohdintatehtävän avulla syvennetään prosenttilaskennan taitoja ja ymmärtämistä niin, että opiskelijoille on annettu kolme erilaista ratkaisutapaa, joista osa on oikein ja osa väärin. Lisäksi opiskelijan täytyy korjata virheelliset ratkaisut, mikä myös syventää prosenttilaskennan osaamista. [2]

Matematiikan ymmärrys paranee, kun matematiikan kieltä selitetään tavallisen kielen keinoin. Artikkelissa *Learning and Assessing Mathematics through Reading and Writing* (Michael J. Bosse, Johna Faulconer, 2010) on kirjoitettu siitä, miten matematiikan kirjoittaminen ja lukeminen edesauttaa matemaattisten aiheiden ymmärtämistä. Artikkelissa tähdennetään, että nimenomaan matematiikan lukeminen ja kirjoittaminen on hyödyllistä, ei matematiikasta lukeminen ja kirjoittaminen. Pohdintatehtävässä käytetään myös tätä asiaa hyväksi, sillä siinä opiskelija joutuu lukemaan ja ymmärtämään erilaisia ratkaisutapoja, jotka on kirjoitettu matemaattisella kielellä. Opiskelijan tehtävä on arvioida erilaisia ratkaisutapoja, mikä myös lisää matemaattisen kielen ymmärtämistä ja lukutaitoa. Kun opiskelija joutuu erilaisten ratkaisutapojen arvioinnin lisäksi samaan aikaan lukemaan ja ymmärtämään matemaattista tekstiä, prosenttilaskennan oppiminen tehostuu. [7]

2.4 Prosentti: tehtävät

Etenkin heikot opiskelijat hyötyvät siitä, että opetettava asia käsitellään hyvin selkeästi ennen mahdolliseen soveltamiseen siirtymistä [5]. Samaa teemaa jatketaan prosenttilaskennan tehtävissä; alussa on muutama tehtävä, jotka testaavat opiskelijoiden perustason osaamista. Näin varmistetaan se, että mahdollisimman suurella määrällä opiskelijoita on riittävät valmiudet tehdä myös haasteellisempia tehtäviä. Heti alussa myös pohdintaa ja sanallistamista vaativia tehtäviä, jotta oppiminen tehostuu. Tällaisia tehtäviä on valittu heti alkuun siksi, että matematiikan sanallinen kuvaaminen lisää matematiikan ymmärrystä [7]. Oppilas voi pohtiessaan löytää useita erilaisia ratkaisutapoja tehtävään ja arvioida niiden oikeellisuutta. Jos oppilas ei tehtäviä tehdessään hoksaa kuin yhden ratkaisutavan, tulee tehtäviä tarkastaessa luokkahuoneessa erittäin todennäköisesti esille erilaiset ratkaisutavat. Erilaisten ratkaisutapojen keksiminen ja arviointi lisää Swanin artikkelin mukaan matematiikassa opeteltavan asian ymmärtämistä [2]. Prosenttilaskutehtävissä on myös erityisen käytännöllistä hyödyntää vastauksen suuruusluokan arviointia, koska vastaus on yksi luku. Prosenttilaskuissa tulee suhteellisen helposti esimerkiksi pilkkuvirheitä, joten vastauksen suuruusluokan arvioinnista voi olla hyvinkin merkittävää hyötyä opiskelijoille tehtävien tekemisen ja onnistumisen kannalta [1]. Lopussa esitetään soveltavia tehtäviä, jotta taitavammat opiskelijat saavat myös haastetta.

3 Indeksi

3.1 Johdatus indeksin määritelmään

Indeksiin tutustutaan pohdintatehtävän avulla, jonka aikana ei vielä oteta esille indeksin käsitettä. Tehtävässä kuitenkin lasketaan käytännössä indeksi, mutta käytetään termiä suhdeluku. Suhdeluku kuulostaa turvallisemmalta ja tutummalta kuin indeksi, joten tällaisella lähestymistavalla saadaan ylläpidettyä opiskelijoiden itseluottamus ja mielenkiinto aiheeseen.

Pohdintatehtävässä etsitään netistä puhelimen hintahistoria ja luodaan siitä taulukko sekä kuvaajia. Lukion opetussuunnitelman mukaan opetuksessa olisi hyvä hyödyntää ohjelmistoja matematiikan opetuksessa, ja tämä tehtävä voidaan tehdä Excel-ohjelman avulla [9]. Jos luokassa ei ole mahdollisuutta käyttää Excel-ohjelmaa, tehtävä voidaan toteuttaa myös ilman sitä. Joka tapauksessa visualisointi edesauttaa opeteltavan asian ymmärtämistä, joten kuvaajat ovat erittäin hyvä keino tehostaa oppimista etenkin indeksiosiossa, jossa käsitellään paljon taulukoita, joista on suhteellisen helppoa ja käytännöllistä muodostaa kuvaajia [2]. Tehtävässä lisäksi etsitään tietoa internetistä, mikä lisää opiskelijoiden osallistumista. Pohdintatehtävässä olennaisena osana on lopussa tuloksen sanallistaminen pienissä ryhmissä. Matemaattisen tuloksen sanallinen ilmaisu voi olla haasteellista, joten opiskelijoiden itsetuntoa varjellaan sillä, että keskustelua käydään pienissä ryhmissä. Bosse ja Faulconer kertovat artikkelissaan, että sanallistaminen auttaa ymmärtämään matemaattista tilannetta paremmin [7]. Kun indeksin käsite johdetaan opiskelijoille tällä tavalla, asia ymmärretään jo ennen kuin sille annetaan nimi, ja näin vältytään siltä, että opiskelija säikähtää hankalalta vaikuttavaa käsitettä eikä tällöin ole avoin oppimaan.

3.2 Indeksin määritelmä

Indeksin käsitteeseen johdatellaan ensin tutkimalla absoluuttista ja suhteellista muutosta yksinkertaisen esimerkin avulla. Koska opiskelijat hyötyvät uutta asiaa opetellessaan selkeydestä ja siitä, että vaikeusaste kasvaa hiljalleen, on esimerkiksi valittu sellainen tilanne, jonka opiskelijat ymmärtävät helposti. Samassa yhteydessä kerrataan edellisessä osiossa opittuja prosenttilaskuja. Tässä mallitehtävässä on tarkoitus kerrata sitä, miten sanallisesta tehtävästä voidaan ymmärtää, kumpaan arvoon verrataan ja kumpi arvo on vertailun kohteena. Piper ym. esittävät artikkelissaan, että niin kutsuttu kaksinkertainen annostelu (eng. *double-dosing*) uuden asian opettelussa tuottaa pitkäaikaisia oppimistuloksia, ja tässä sitä hyödynnetään niin, että aiemmin opittua tietoa käytetään uudelleen myöhemmin. [5]

Pohdintatehtävä johdattelee indeksin määritelmään, ja pohdintatehtävän tuloksena on saatu indeksisarja. Kun indeksi määritellään, yhdistetään termistö aikaisemmin pohjustettuun asiaan, jolloin indeksin käsite yhdistyy aiemmin opittuun sen sijaan, että asia tulisi täysin uutena. Artikkelissa *Developmental Math, Flipped and Self-paced* (Pangyen Weng, 2015) esitellään tutkimus, jonka tarkoitus on ollut tutkia sitä, miten käänteinen ja omaan tahtiin etenevä opetus vaikuttaa menestymiseen matematiikassa. Tutkimuksessa todetaan, että käänteinen ja omaan tahtiin etenevä opetus sai aikaan parempaa menestystä matematiikassa. Kun uutta asiaa, joka periaatteessa on pääteltävissä edellisen asian tiedoilla, käytetään ennen kuin se määritellään, sovelletaan käänteisen opetuksen menetelmää. Käänteisessä opetuksessa merkitsevää on, että opiskelija suhtautuu uuteen asiaan avoimesti, ja joutuu itse kehittelemään ratkaisukeinon ongelmaan. Kun tehtävä johdatellaan oikein, opiskelija oppii uuden asian jo ennen, kuin se varsinaisesti määritellään. Siksi tämän pohdintatehtävän kaltaiset tehtävät ovat erittäin hyviä juuri tällaisten niin sanotusti pelottavien käsitteiden opettamisen yhteydessä. [8]

Ennen tehtävien aloittamista käydään läpi pohdintatehtävä, jossa on hyödynnetty ylemmän korkeakoulututkinnon suorittaneiden henkilöiden määrää Suomessa. Artikkelissa *Intervening in Student Identity in Mathematics Education: An Attempt to Increase Motivation to Learn Mathematics* (Kayla Heffernan, Steven Peterson, Avi Kaplan, Kristie J. Newton, 2020) esitellään tutkimus, jossa erilaisia kulttuuritaustoja omaavilta opiskelijoilta on ennen tai jälkeen matemaattista tehtävää kysytty, mitä oma kulttuuritausta merkitsee opiskelijalle itselleen. Tutkimuksessa havaittiin, että jos opiskelija kokee kulttuuritaustansa tukevan akateemista menestymistä, opiskelija onnistui tehtävässä paremmin. Suomalaisille koulutus on ylpeyden aihe, koska esimerkiksi PISA-testeissä menestytään vuodesta toiseen ja suomalaista koulutusjärjestelmää pidetään maailmalla korkealuokkaisena. Tämän vuoksi tutkimustiedon pohjalta voidaan olettaa, että koulutukseen liittyvä esimerkki ennen laskuharjoituksiin siirtymistä nostaisi opiskelijoiden matemaattista itsetuntoa, mikä edesauttaisi oppimista ja tehtävissä onnistumista. Matematiikan oppimisen kannalta on merkittävää, miten kykenevä matemaattisesti opiskelija kokee olevansa, ja erilaiset ennakkoluulot ja huono matemaattinen itsetunto ovat suuria ongelmia matematiikan opettamisessa. Siksi on tärkeää kaikin keinoin tukea opiskelijoiden positiivisen matemaattisen itsetunnon kehittymistä. [6]

3.3 Ryhmäindeksi

Ryhmäindeksi johdetaan yksinkertaisen ja helposti ymmärrettävän pohdintatehtävän avulla. Kauppakassin hinta liittyy varsin konkreettisesti jokaisen arkeen, mikä auttaa opiskelijoita ymmärtämään, mistä ryhmäindeksissä on kyse. Ryhmäindeksi lasketaan käytännössä samalla tavalla kuin normaali indeksi, mikä tulee esille pohdintatehtävässä, ja siksi tarkkaa laskemista ei määritellä tässä uudestaan. Takaci ja Budinski kertovatkin artikkelissaan, että matemaattisten ongelmien yhdistäminen reaalimaailmaan tekee oppimisesta miellyttävämpää ja lisää asian kokonaisvaltaista ymmärtämistä, mitä on hyödynnetty tässä pohdintatehtävässä. [4]

3.4 Kuluttajahintaindeksi ja elinkustannusindeksi

Kun opiskelijoille on esitelty ensin ryhmäindeksi, kuluttajahintaindeksin käsitteen matemaattinen merkitys on helpompi ymmärtää. Kyseessä on ryhmäindeksin sovellus. Sekä kuluttajahintaindeksin ja elinkustannusindeksin käsitteiden yhteydessä on järkevintä selittää näitä käsitteitä sanallisesti sen verran perusteellisesti, että opiskelijat ymmärtävät niiden merkityksen. Artikkelissaan Bosse ja Faulconer korostavat, että matemaattisten mallien ja termien sanallinen kuvaaminen lisää käsitteen ja opittavan asian kokonaisvaltaista ymmärtämistä, minkä vuoksi tällainen lähestymistapa on valittu nimenomaan kuluttajahintaindeksin ja elinkustannusindeksin yhteyteen. Sanallistamista tehostetaan pohdintatehtävän muodossa. [7]

Kuluttajahintaindeksiä koskevassa esimerkissä käytetään aikaisemmin opittuja tietoja hyväksi. Piper ym. tutkimuksessaan ovat tulleet siihen tulokseen, että aikaisemmin opetellun asian uudelleen annostelu syventää oppimista ja lisää osaamista etenkin heikommilla opiskelijoilla. Lisäksi opiskelijoiden asenne matematiikkaa kohtaan paranee. Uudelleen annostelua on käytetty tässä kirjassa jo aikaisemminkin, ja sitä hyödynnetään tässä yhteydessä niin, että indeksien avulla muutoksen tarkastelu tuodaan esille uudestaan ja lasketaan indeksisarjan keskeltä muutos jollakin aikavälillä. [5]

Indeksien mallintamiseen käytetään usein taulukoita ja kaavioita, ja se onkin hyvin kätevä ja havainnollinen väline tässä yhteydessä. Swan mainitsee artikkelissaan yhdeksi tehokkaaksi matematiikan oppimisen tehostamisen keinoksi visualisoinnin, ja sitä hyödynnetäänkin indeksien opettelussa tehokkaasti. Sen lisäksi, että oppilas osaa asetella indeksit taulukkoon, tehdään taulukon arvoista pohdintatehtävässä kuvaaja, mikä auttaa oppilasta ymmärtämään opittu asia visuaalisesti. Lisäksi indeksin käsitettä opetellessa tästä visuaalisesta mallista on se hyöty, että oppilas ymmärtää numeroiden välisiä suhteita paremmin, kun ne esitetään kuvaajassa. [2]

Indeksi, ryhmäindeksi, kuluttajahintaindeksi ja elinkustannusindeksi esitetään juuri tässä järjestyksessä, koska näin asiat etenevät yksinkertaisimmasta monimutkaisempaan ja tarkasta määritelmästä sovelluksiin. Asioiden asteittaisen vaikeutumisen myötä opiskelijoiden positiivinen matemaattinen itsetunto vahvistuu. Flores ym. tulivat tutkimuksessaan siihen tulokseen, että silloin kun opetettava asia esitellään ensin tarkasti ja tämän jälkeen esitellään sovelluksia ja useita eri käyttö- ja esiintymistapoja, saavutetaan suurin kasvu oppimisessa. Koska tällöin opiskelijoilla on siis paremmat valmiudet oppia enemmän ja käsittää opetettava asia syvällisemmin, myös oppiminen on mielekkäämpää ja tuloksekkaampaa. Onnistumisen kokemukset lisäävät oppimisesta nauttimista. [3]

3.5 Indeksi: Tehtävät

Ensimmäisessä ja toisessa tehtävässä luetaan kuvaajaa, kerrataan opetellut käsitteet sekä lasketaan prosentuaalista muutosta indeksien avulla. Prosenttilaskenta tulee näin kerrattua huolellisesti. Tästä hyötyvät kaikki opiskelijat, mutta etenkin heikot opiskelijat [5]. Lisäksi uusi ja vanha tieto yhdistyvät näissä tehtävissä saumattomasti, koska uutta asiaa käsitellään hyödyntäen pitkälti aikaisemmin opittua tietoa. Näin tehtävien taso nousee vähä vähältä, mikä ennaltaehkäisee negatiivisia kokemuksia (liian helppoihin tehtäviin tylsistyminen tai liian haastaviin tehtäviin turhautuminen). Indeksisarjoissa ja indeksitaulukoissa on usein paljon numeroita, jolloin kuvaaja on erittäin hyvä keino havainnollistaa numeroiden välisiä suhteita. Matemaattisten asioiden visualisointi helpottaa asian kokonaisvaltaista ymmärtämistä [1]. Toisessa tehtävässä kuva piirretään itse taulukon pohjalta. Tekstin kuvallistaminen sekä erilaiset esitystavat lisäävät asian ymmärrystä entistä enemmän, minkä vuoksi toiseen tehtävään on valittu tällainen lähestymistapa [3]. Tässä halutaan myös kannustaa opiskelijoita aina tehtäviä tehdessä piirtämään tilanteesta kuva.

Ryhmäindeksiä käsitellään tehtävällä, jossa hyödynnetään monenlaista osaamista. Tehtävä on suhteellisen työläs, mutta soveltaa hyvin kaikkia opittuja asioita. Tehtävän tarkoitus on kerrata ryhmäindeksin käsite, parantaa suhteellisten osuuksien ymmärtämistä (eri määriä erilaisia tuotteita) ja laajentamalla ajattelua laskemalla indeksi käyttämällä eri perusajankohtia. Reaalimaailman kontekstissa on helppo ymmärtää tuotteiden erilaiset käyttömäärät, mikä auttaa ymmärtämään tehtävää. Reaalimaailman konteksti myös lisää sekä mielekkyyttä että auttaa ymmärtämään opeteltavaa asiaa paremmin. [4]

Kuluttajahintaindeksi ja elinkustannusindeksi käsitellään tehtävillä, joihin liitetään ajankohtaisen tiedon etsimistä netistä. Tiedon hankinta ja hankitun tiedon analysoiminen liittää opittua asia reaalimaailmaan, mikä sekä lisää asian kokonaisvaltaista ymmärtämistä, myös tekee opitun asian soveltamisen tulevaisuudessa helpommaksi. Tehtäviin on liitetty pohdintaa, koska pohdinnan avulla oppilas ymmärtää itsekin, kuinka hyvin asian todellisuudessa osaa. Samalla myös opettaja voi arvioida luokan osaamista tässä aiheessa. Matemaattisen tekstin kirjoittaminen niin sanotusti normaalilla kirjoituskielellä auttaa myös oppimaan ja ymmärtämään asian kokonaisvaltaisemmin. [7]

4 Reaaliarvo, inflaatio ja ostovoima

4.1 Reaalinen muutos

Vastaavasti kuin aikaisemmin esiteltiin indeksin käsite johdattelevan esimerkin avulla, esitellään myös reaaliarvon käsite tällä tapaa. Esimerkissä käytetään aikaisemmin opittuja prosentti- ja indeksilaskennan taitoja uudenlaisen informaation tuottamiseen. Tämä uudenlainen informaatio määritellään esimerkin jälkeen reaaliarvoksi. Tällainen lähestymistapa ehkäisee ennakkoluuloja, jotka voisivat haitata uuden asian oppimista. Lisäksi Wengin tutkimuksen mukaan opiskelijat myös itse kokevat käänteistä opetusta soveltavan opetustyylin miellyttävämpänä kuin perinteisen opetustyylin. Koska indeksin tapaan myös reaaliarvon käsite voi olla joillekin opiskelijoille hieman pelottava, on tärkeää valita mahdollisimman tehokas ja miellyttävä lähestymistapa aiheeseen. [8]

Reaaliarvo ja reaalinen muutos määritellään lyhyesti ja yksiselitteisesti, jotta se jäisi mahdollisimman selkeästi mieleen. Kun käsitellään taulukoita ja suurta määrää erilaisia arvoja sekaisin, opiskelijan päässä voi mennä asiat helposti sekaisin. Siksi on erittäin hyödyllistä, että käsitteet määritellään selkeästi, ja vaikka siihen ei liittyisi kaavaa, se esitetään vieläpä värillisessä laatikossa. Reaalisen muutoksen yhdeydessä käydään vielä toinen esimerkki, joka on hyvin samankaltainen kuin ensimmäinen reaalisen muutoksen esimerkki, mutta koska käsite on määritelty vasta mallitehtävän jälkeen, on hyvin hyödyllistä käydä läpi toinen mallitehtävä vielä käsitteen määrittelemisen jälkeen. [9]

4.2 Inflaatio

Inflaatio määritellään sanallisesti, koska se on tässä tapauksessa järkevintä. Lukion opetussuunnitelmassa kehotetaan opettamaan oppiainerajat ylittävällä tavalla, ja tässä luvussa näin tehdään. Inflaation ja deflaation käsittelyssä esitetään hieman yhteiskuntaoppiin liittyen Euroopan Keskuspankkiin ja inflaation hallintaan liittyviä asioita. Ennen mallitehtävää määritellään inflaatioprosentti lyhyesti ja ytimekkäästi, minkä jälkeen käydään läpi mallitehtävä, jossa lasketaan yksinkertaisia laskuja kuluttajahintaindeksin avulla, jotta uuden käsitteen yhteydessä ymmärretään matemaattinen yhteys. Samalla tullaan kerranneeksi kuluttajahintaindeksin käsitettä sekä prosenttilaskentaa, mistä hyötyvät erityisesti heikommat oppilaat. [5]

4.3 Ostovoima

Kuten reaalisen muutoksen käsite, myös ostovoiman käsite määritellään sanallisesti, koska se on tämänkin käsitteen tapauksessa kaikista järkevintä. Ostovoiman käsitteeseen syvennytään pohdintatehtävän avulla, johon liittyy muutoksen sanallista kuvaamista. Lisäksi pohdintatehtävässä otetaan mukaan numeroita, minkä avulla liitetään sanallisesti opittu asia matematiikan maailmaan. Tällaisen lähestymistavan avulla helpotetaan ostovoiman käsitteen kokonaisvaltaista ymmärtämistä. [7]

Sekä reaalisen muutoksen, inflaation että ostovoiman esittelemisen yhteydessä käydään läpi esimerkkejä, jotka käsittelevät opiskelijoille tuttuun reaalimaailmaan liittyviä asioita. Tällaisten esimerkkien avulla opiskelijat ymmärtävät asiat paremmin ja voivat esimerkkejä tutkiessaan yhdistää lukuja ja termistöä omaan, tuttuun maailmaansa. Reaalimaailman esimerkit lisäävät sekä mielekkyyttä, että auttavat opeteltavan asian ymmärtämisessä. [4]

4.4 Inflaatio, reaalinen muutos ja ostovoima: Tehtävät

Inflaatio, reaalinen muutos ja ostovoima käsitellään reaalimaailmaan liittyvillä tehtävillä, sillä näihin aiheisiin liittyvä matematiikka on tuttua prosentti- ja indeksilaskennan luvuista. Reaalimaailmaan liittyvät tehtävät koetaan usein mielekkäämpinä, ja lisäksi tämä edesauttaa opeteltavan asian kokonaisvaltaista ymmärtämistä [4]. Tehtävät yhdistävät prosenttilaskentaa sekä indeksejä, ja täten myös tehostavat näiden asioiden oppimista [5]. Osa tehtävistä on soveltavia, mikä lisää edistyneempien opiskelijoiden oppimista. Tehtävissä on runsaasti varaa eriyttää niin ylöspäin kuin alaspäin, mikä tekee tästä osiosta monikäyttöisen. Lisäksi tehtävissä hyödynnetään tiedonhankinnan ja taulukkolaskennan taitoja, mikä vastaa lukion opetussuunnitelman vaatimuksia.

Viitteet

[1] Al Cuoco, E. Paul Goldenberg, June Mark (1996), *Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula*, Journal of Mathematicat Behavior, sivut 375-402

[2] Malcolm Swan, *Collaborative Learning in Mathematics*, Shell Centre for Mathematics Education, School of Education, University of Nottingham, England

[3] Raymond Flores, Fethi A. Inan, Sunyoung Han Esther Koontz (2019), *Comparison of algorithmic and multiple-representation integrated instruction for teaching fractions, decimals, and percent*, Investigations in Mathematics Learning, 11:4, sivut 231-244

[4] Djurdjica Takaci, Natalija Budinski (2011), *Learning and Teaching Mathematics through Real Life Models*, International Journal for Technology in Mathematics Education, Vol. 18, No. 1, sivut 33-37

[5] Lisa Piper, Nancy Marchand-Martella, and Ronald Martella (2010), *Use of Explicit Instruction and Double-Dosing to Teach Ratios, Proportions, and Percentages to At-Risk Middle School Students*, Journal of At-Risk Issues, sivut 9-17

[6] Kayla Heffernan, Steven Peterson, Avi Kaplan, Kristie J. Newton (2020), *Intervening in Student Identity in Mathematics Education: An Attempt to Increase Motivation to Learn Mathematics*, International Electronic Journal of Mathematics Education, Vol. 15, No. 3, sivut 1-16

[7] Michael J. Bosse, Johna Faulconer (2010), *Learning and Assessing Mathematics through Reading and Writing*, School Science and Mathematics, Vol. 108, Issue 1, sivut 8-19

[8] Pangyen Weng, (2015), *Developmental Math, Flipped and Self-Paced*, PRIMUS, sivut 768-781

[9] Lukion opetussuunnitelman perusteet, matematiikka, https://eperusteet.opintopolku.fi/beta//fi/lukio/6828810/oppiaine/6831746

A Prosentti

Kevytmaidossa on 1,5% rasvaa, vaatekaupassa on 20% alennus, asuntolainan korko on 7%. Prosentit ovat olennainen osa meidän jokaisen arkipäivää, mutta mikä on niiden matemaattinen merkitys? Tässä osassa kertaamme prosenttilaskujen perusominaisuuksia ja sovelletaan prosenttilaskentaa erilaisiin arkielämän tilanteisiin.

A.1 Prosentin määritelmä

Määritelmä A.1 Prosentti tarkoittaa sadasosaa, eli

$$\frac{1}{100} = 0,01 = 1\%.$$

Prosenttiyksikkö voidaan siis muuttaa desimaaliluvuksi jakamalla luku sadalla. Jos halutaan tietää, kuinka paljon on jokin prosentuaalinen osuus jostakin, täytyy ensin muuttaa prosenttiyksikkö desimaaliluvuksi, jolla sitten kerrotaan se luku, josta halutaan tietää kyseisen osuuden koko.

Mallitehtävä A.2 Kuinka paljon on 25% luvusta 250?

Ratkaisu.

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25.$$

Kerrotaan luku 250 tällä, jolloin saadaan

$$0,25 \cdot 250 = 62,5.$$

Eli 25% luvusta 250 on 62,5.

A.2 Prosentuaalinen osuus

Kuinka lasketaan, montako prosenttia esimerkiksi luku 2 on luvusta 4? Tarkasteltavan osuuden prosentuaalinen suuruus saadaan jakamalla tämä osuus sillä luvulla, josta haluttu osuus halutaan tietää.

Määritelmä A.3 Luvun a **prosentuaalinen osuus** luvusta b saadaan, kun lasketaan

$$\frac{a}{b} \cdot 100\%.$$

Mallitehtävä A.4 Kuinka monta prosenttia
a) luku 2 on luvusta 4?
b) luku 17 on luvusta 248?
c) luku 0,42 on luvusta 1,87?

Ratkaisu.

a) Verrataan lukua 2 lukuun 4, jolloin haluttu prosenttiosuus saadaan laskemalla

$$\frac{2}{4} \cdot 100\% = 0,5 \cdot 100\% = 50\%.$$

Huomautus A.5 Desimaaliluvun perään voidaan aina lisätä nollia ilman, että se vaikuttaa luvun suuruuteen.

b)

$$\frac{17}{248} \cdot 100\% = 0,0685\ldots \cdot 100\% \approx 6,9\%.$$

Huomautus A.6 Luku pyöristetään niin monen merkitsevän luvun tarkkuuteen, kuin on epätarkimmassa lähtöarvossa. Nyt epätarkempi lähtöarvo on luku 17, jossa on kaksi merkitsevää numeroa, joten vastauksessa on kaksi merkitsevää numeroa; kokonaisluku ja yksi desimaali.

c)

$$\frac{0,42}{1,87} \cdot 100\% = 0,2245\ldots \cdot 100\% \approx 22\%.$$

A.3 Prosentuaalinen muutos

Pohdinta A.7 Erään pienen kunnan lukiossa aloitti vuonna 2015 opintonsa 42 opiskelijaa. Samassa lukiossa aloitti vuonna 2021 58 opiskelijaa.

Miten laskisit aloittavien opiskelijoiden määrän muutoksen vuodesta 2015 vuoteen 2021? Kuinka monta prosenttia enemmän opiskelijoita aloitti opintonsa vuonna 2021 kuin vuonna 2015?

Määritelmä A.8 Kun luku a muuttuu luvuksi b, **muutoksen prosentuaalinen suuruus** saadaan käyttämällä kaavaa

$$\frac{b-a}{a} \cdot 100\%.$$

Jos saatu luku on positiivinen, luku a on kasvanut luvuksi b. Jos saatu luku on negatiivinen, luku a on pienentynyt luvuksi b.

Joskus tiedetään, kuinka paljon jokin luku on kasvanut, ja halutaan tietää kasvu prosentteina.

Pohdinta A.9 Anna, Bertta ja Camilla kävivät huonekaluliikkeessä kuukausi sitten katselemassa sohvia. Kaikille mieluisin sohva maksoi silloin 499 €, mutta tytöt jäivät miettimään sohvan ostamista. Nyt tytöt käyvät samassa huonekaluliikkeessä uudelleen, ja sama sohva maksaa nyt 349 €. Tytöt miettivät, kuinka monta prosenttia sohvan hinta on alentunut.

Annan laskutapa:
Sohva maksoi ennen 499 €, ja uusi hinta on 349 €. Uusi hinta on

$$\frac{349€}{499€} = 0,6993\ldots \approx 69,9\%$$

vanhasta hinnasta. Sohvan hinta on siis alentunut $(100 - 69,9)\% = 30,1\%$.

Bertan laskutapa:
Sohvan hinta on muuttunut 499€−349€= 150€. Koska uusi hinta on 349 €, niin hinnan muutos prosentteina saadaan laskemalla

$$\frac{150€}{349€} = 0,4297\ldots \approx 43,0\%.$$

Sohvan hinta on siis alentunut 43,0%.

Camillan laskutapa:
Sohvan hinta on muuttunut 499€−349€= 150€. Muuttunutta hintaa verrataan vanhaan hintaan, jolloin hinnan muutos prosentteina saadaan laskemalla

$$\frac{150€}{499€} = 0,3006\ldots \approx 30,1\%.$$

Sohvan hinta on siis alentunut 30,1%.

Kuka/ketkä tytöistä ovat laskeneet sohvan hinnan muutoksen oikein? Miksi?

A.4 Prosentti: tehtävät

1. Tee tämä tehtävä ilman laskinta.

Esitä seuraavat luvut prosentteina.

a) Yksi neljäsosa
b) 0,5678
c) 23

2. a) Kuinka monta prosenttia on 69 luvusta 963?

b) Kuinka monta prosenttia on 963 luvusta 69?

c) Kuinka monta prosenttia pienempi luku 69 on verrattuna lukuun 963?

d) Kuinka monta prosenttia suurempi luku 963 on verrattuna lukuun 69?

3. Paita maksaa kaupassa normaalisti 29,90 €. Kaupassa on kampanja, jolloin paita maksaa 24,90 €.

a) Kuinka suureksi arvioisit paidan alennusprosentin ilman laskemista?

b) Kuinka suuri paidan hinnanalennus on prosentteina?

c) Miksi laskit paidan alennusprosentin siten, kuten laskit sen? Kuvaile sanallisesti.

4. Oulun kauppakorkeakouluun oli keväällä 2019 2667 hakijaa, keväällä 2020 2840 hakijaa ja keväällä 2021 2776 hakijaa. [3]

a) Kuinka paljon arvioisit ilman laskemista prosentteina hakijoiden määrän muuttuneen vuodesta 2019 vuoteen 2020? Entä vuodesta 2020 vuoteen 2021?

b) Kuinka paljon hakijoiden määrä on muuttunut vuodesta 2019 vuoteen 2020, vuodesta 2020 vuoteen 2021, ja vuodesta 2019 vuoteen 2021?

c) Kerro sanallisesti, mitä tapahtuu sisäänpääsyprosentille, kun hakijoiden määrä muuttuu. Oletetaan, että aloituspaikkojen määrä pysyy vakiona.

5. Sormihyrriä valmistava yritys järjestää kivijalkaliikkeessään syyskampanjan. Yhden sormihyrrän ohjevähittäishinta on 4,90 €. Sadan sormihyrrän valmistaminen maksaa yritykselle 230 € ottaen huomioon kivijalkaliikkeen vuokran, palkat ynnä muut kustannukset. Kuinka suurella alennuksella sormihyrriä voidaan myydä ilman, että siitä koituu yritykselle tappiota?

6. Gigantissa on pesukonekampanja. Kampanjan aikana saat ilmaisen toimituksen yli 300 € pesukoneelle. Toimituksen arvo on 29,90 €.

a) Etsi Gigantin sivuilta edullisin pesukone, joka maksaa yli 300 € ja laske, kuinka suuri etu on prosentteina, kun ostat edullisimman pesukoneen.

b) Etsi Gigantin sivuilta kallein pesukone ja laske, kuinka suuri etu on prosentteina, kun ostat kalleimman pesukoneen. Vertaa vastausta a)-kohdan vastaukseen.

B Indeksi

B.1 Johdatus

Pohdinta B.1 Etsi netistä puhelimen iPhone 7 128GB hintahistoria.

a) Esitä taulukossa iPhone 7 128GB hinnat vuosien 2017, 2018, 2019, 2020 ja 2021 tammikuun sekä heinäkuun alussa.

b) Lisää taulukkoon sarake, jossa vertaat hintoja vuoden 2017 tammikuun hintaan. Laske suhdeluku jakamalla jokainen hinta vuoden 2017 tammikuun hinnalla.

c) Luo kuvaajat hintojen kehityksestä sekä suhdelukujen kehityksestä.

Tehkää tehtävät d) ja e) pienissä ryhmissä.

d) Kertokaa sanallisesti, miten iPhone 7 128GB hinta on kehittynyt vuosina 2017-2021. Mistä tekijöistä hinnan muutokset ovat voineet johtua?

e) Miten arvioisit iPhone 7 128GB hinnan kehittyvän vuoteen 2025?

B.2 Indeksi

Tutkittavan suureen muuttumista voidaan tutkia absoluuttisesti tai suhteellisesti.

Mallitehtävä B.2 Mäntytukki maksoi vuoden 2020 tammikuussa $55,48$ €/m^3 ja vuoden 2021 tammikuussa $59,53$ €/m^3.

Hinnan absoluuttinen muutos on

$$(59,53 - 55,48)\text{€/m}^3 = 4,05\text{€/m}^3$$

Muuttunut hinta suhteessa alkuperäiseen hintaan on

$$\frac{59,53\text{€/m}^3}{55,48\text{€/m}^3} = 1,07299\ldots = 107,3\%.$$

[1]

Muuttuvan suureen arvoa suhteessa alkuperäiseen arvoon voidaan kuvata **indeksin** avulla.

Määritelmä B.3 Perusajankohta on se vuosi (tai muu valittu ajankohta), jonka arvoon muuttuneita arvoja verrataan. **Indeksi** kertoo, miten tutkittava arvo on muuttunut tietyllä aikavälillä suhteessa perusajankohdan arvoon. Vertailun tuloksena saatu luku, joka on muutettu prosenteiksi, on **indeksin pistearvo**. Indeksin pistearvo kirjoitetaan ilman prosenttimerkkiä.

Pohdintatehtävässä lasketut taulukon suhdeluvut muodostavat **indeksisarjan** eli **indeksin**. Indeksiä käytetään usein havainnollistamaan muutosta, koska etenkin suuria numeroita vertailtaessa voi olla hankalaa hahmottaa numeroiden välisiä eroja ja erojen suuruusluokkia.

Pohdinta B.4 Suomalaiset ovat tunnetusti hyvin koulutettu kansa. Oheisessa taulukossa on ylemmän korkeakoulututkinnon suorittaneiden henkilöiden lukumäärien indeksejä Suomessa vuosittain. [2]

Vuosi	Henkilöiden määrä	Indeksi
2015	403 731	100
2016		103,1
2017		106,8
2018		111,6
2019		115,2

a) Kuinka monta prosenttia ylemmän korkeakoulututkinnon suorittaneiden henkilöiden lukumäärä on muuttunut vuodesta 2015 vuoteen 2019?

b) Laske indeksin avulla, kuinka monta prosenttia ylemmän korkeakoulututkinnon suorittaneiden henkilöiden lukumäärä on muuttunut vuodesta 2017 vuoteen 2018.

c) Täydennä taulukkoon ylemmän korkeakoulututkinnon suorittaneiden henkilöiden lukumäärät vuosina 2016, 2017, 2018 ja 2019.

B.3 Ryhmäindeksi

Joskus vertailun kohteena on useammasta eri asiasta koostuva kokonaisuus. Tällöin voidaan laskea usealle asialle yhteinen indeksi. Tällaista indeksiä kutsutaan **ryhmäindeksiksi**.

Pohdinta B.5 Kehonrakentaja Kalle ostaa kaupasta yleensä aina samoja asioita; raejuustoa, kaurahiutaleita, kanaa ja riisiä. Raejuustoa hän ostaa kaksi 500 g kokoista pakkausta, kaurahiutaleita yhden 1 kg kokoisen pakkauksen, kanaa seitsemän 450 g kokoista pakkausta ja riisiä kaksi 1 kg kokoista pakkausta. Oheiseen taulukkoon on kerätty kauppakassin tuotteiden kappalehintoja eri vuosina.

Tuote	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**
Raejuusto	1,99 €	2,09 €	2,39 €	2,49 €
Kaurahiutale	1,49 €	1,59 €	1,65 €	1,69 €
Kana	2,89 €	3,29 €	3,39 €	3,79 €
Riisi	0,89 €	1, 49 €	1,99 €	2,29 €

Täydennä ensimmäiseen taulukkoon kauppakassin hinnat eri vuosina ja toiseen taulukkoon kauppakassin hintasuhde ja indeksi eri vuosina (perusajankohtana vuosi 2018).

Vuosi	**Kauppakassin hinta (€)**
2018	
2019	
2020	
2021	

Vuosi	**Hintasuhde**	**Indeksi**
2018		
2019		
2020		
2021		

B.4 Kuluttajahintaindeksi ja elinkustannusindeksi

Kuluttajahintaindeksin (**KHI**) avulla tarkkaillaan kuluttajien tuotteista ja palveluista maksaman hinnan kehitystä hyödykeryhmittäin. Kuluttajahintaindeksin laskemisessa käytetään lukuisia suomalaisten kotitalouksien käyttämiä tuotteita ja palveluita, joita painotetaan eri tavoin sen mukaan, minkä verran kotitalouksilla kuluu tiettyyn tuote- tai palveluryhmään rahaa. Kuluttajahintaindeksi lasketaan uudestaan viiden vuoden välein, jotta indeksi vastaa mahdollisimman hyvin muuttuneita kulutustottumuksia. Kuluttajahintaindeksiä ylläpitää Suomessa Tilastokeskus. Tilastokeskuksen sivuilta löytyy erilaisia kuluttajahintaindeksejä, joiden perusajankohta on merkitty sulkeisiin, esimerkiksi (2015 = 100). (Lähde: Tilastokeskus)

Elinkustannusindeksi (**EKI**) on pisteluku, joka kuvaa kuluttajahintojen muutosta. Elinkustannusindeksi eroaa kuluttajahintaindeksistä siten, että eri hyödykeryhmien painoarvot ovat pysyneet samoina vuodesta 1951. Tällöin voidaan tehdä pidemmällä aikavälillä hintatasojen vertailua. Elinkustannusindeksin perusajankohta on vuoden 1951 lokakuu. (Lähde: Tilastokeskus)

Kun tiedetään jonkin tuotteen hinta nyt, voidaan elinkustannus- tai kuluttajahintaindeksin avulla arvioida, kuinka paljon tuote olisi maksanut aikaisemmin, jos tuotteen hinta noudattaisi elinkustannus- tai kuluttajahintaindeksiä. Samoin kun tiedetään jonkin tuotteen hinta vuosia sitten, voidaan arvioida, paljonko tuote maksaisi nyt, jos tuotteen hinta noudattaisi elinkustannus- tai kuluttajahintaindeksiä. Todellisuudessa hintojen muutoksiin vaikuttaa huomattavan moni muukin asia kuin kulutustottumusten muutokset.

Pohdinta B.6 Alla olevassa taulukossa on esitetty kolmen eri hyödykeryhmän (01 = Elintarvikkeet ja alkoholittomat juomat, 02 = Alkoholijuomat ja tupakka, 03 = Vaatetus ja jalkineet) kuluttajahintaindeksi. (Lähde: Tilastokeskus)

Vuosi	**01**	**02**	**03**
2015	100	100	100
2016	98,9	101,0	99,4
2017	97,9	104,1	98,2
2018	99,8	110,5	97,0
2019	101,0	114,8	96,5
2020	102,7	118,5	96,1

a) Kuinka monta prosenttia kussakin hyödykeryhmässä ovat hinnat keskimäärin muuttuneet aikavälillä 2015-2020? Ovatko hinnat nousseet vai laskeneet?

b) Kuinka monta prosenttia elintarvikkeiden ja alkoholittomien juomien hinnat ovat muuttuneet aikavälillä 2018-2020?

Pohdinta B.7 Oheisessa taulukossa on elinkustannusindeksit vuosina 1960, 1970, 1980, 1990, 2000, 2010 ja 2020 tammikuussa. (Lähde: Tilastokeskus)

Vuosi	**Elinkustannusindeksi**
1960	136
1970	220
1980	611
1990	1223
2000	1466
2010	1729
2020	1969

a) Minkälaiseksi kuvaisit elinkustannusten muutosta tällä aikavälillä? Onko muutoksen nopeus ollut erisuuri eri aikaväleillä vai onko muutos ollut lineaarista?

b) Kuinka monta prosenttia elinkustannukset ovat nousseet vuodesta 1960 vuoteen 2020?

c) Kuinka monta prosenttia elinkustannukset ovat nousseet vuodesta 1980 vuoteen 2000?

d) Tee taulukon arvoista kuvaaja hyödyntäen taulukkolaskentaohjelmaa. Miten arvioisit, että elinkustannukset muuttuvat tulevaisuudessa?

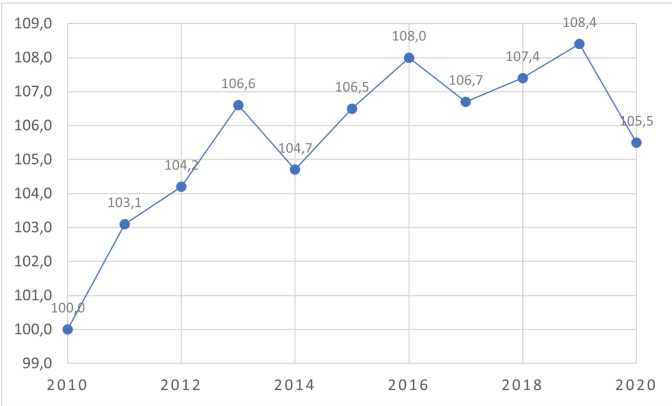
Pohdinta B.8 Etsi Tilastokeskuksen sivuilta kuluttajahintaindeksi.

a) Missä hyödykeryhmissä hinnat ovat nousseet ja missä laskeneet viimeisen viiden vuoden aikana? Onko hinnanmuutos suuri vai pieni?

b) Mitä muita havaintoja voi tehdä kuluttajahintaindeksistä viimeisen viiden vuoden aikana?

B.5 Indeksi: Tehtävät

7. Oheisessa viivakaaviossa on esitetty lemmikkieläinten ruoan indeksi vuosina 2010-2020.



(Lähde: Tilastokeskus)

a) Mikä on indeksin perusajankohta?

b) Milloin lemmikkieläinten ruoan hinta on ollut suurimmillaan tällä tarkasteluvälillä? Entä pienimmillään?

c) Kuinka monta prosenttia lemmikkieläinten ruoan hinta on muuttunut vuodesta 2010 vuoteen 2020?

d) Kuinka monta prosenttia lemmikkieläinten ruoan hinta on muuttunut vuodesta 2014 vuoteen 2016?

e) Kuinka monta prosenttia lemmikkieläinten ruoan hinta on muuttunut vuodesta 2019 vuoteen 2020?

8. Oheisessa taulukossa on bensiinin (95E) keskihintoja vuosina 2010-2020.

Vuosi	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Hinta €/litra	1,43	1,56	1,67	1,64	1,61	1,46	1,38	1,46	1,52	1,52	1,41

(Lähde: Tilastokeskus)

a) Muodosta taulukon tiedoista indeksisarja. Esitä indeksisarja kuvaajana.

b) Kuinka monta prosenttia 95E-polttoaineen hinta on muuttunut vuodesta 2010 vuoteen 2020?

c) Kuinka monta prosenttia 95E-polttoaineen hinta on muuttunut vuodesta 2014 vuoteen 2016?

9. Osakeindeksi OMX Helsinki 25 koostuu Helsingin pörssin 25 vaihdetuimmasta osakkeesta. Oheisessa taulukossa on indeksin arvoja vuodelta 2021. (Lähde: http://www.nasdaqomxnordic.com/)

Päivämäärä	**OMX Helsinki 25**
1.2.2021	4754,07
1.3.2021	4850,74
1.4.2021	4966,76
3.5.2021	5139,41
1.6.2021	5220,24
1.7.2021	5363,25
2.8.2021	5645,91

a) Muodosta indekseistä kuvaaja taulukkolaskentaohjelmalla.

b) Missä kuussa osakeindeksi OMX Helsinki 25 on kasvanut eniten? Kuinka monta prosenttia indeksi on tuolloin kasvanut?

10. Uimahallin kahviossa myydään kahvia sekä suklaalevyjä. Uimahallin kahviossa kuluu päivittäin noin 2,1 kg kahvia, 5,7 litraa maitoa, 0,2 kg sokeria, ja 8 suklaalevyä (200 g). Oheisessa taulukossa on näiden keskimääräisiä hintoja vuosina 2014-2018.

Tuote	**Yksikkö**	2014	2015	2016	2017	2018
Kahvi	€/500 g	3,59	3,87	3,66	3,99	3,95
Maito	€/litra	1,10	1,03	1,01	0,99	0,99
Sokeri	€/kg	1,08	0,93	0,89	0,88	0,83
Suklaalevy	€/kpl	2,22	2,31	2,36	2,14	2,13

(Lähde: Tilastokeskus)

a) Muodosta uimahallin kahvion päivittäisten kustannusten ryhmäindeksi. Käytä perusajankohtana vuotta 2014.

b) Muodosta sama ryhmäindeksi käyttäen perusajankohtana vuotta 2016.

11. Etsi Tilastokeskuksen sivuilta (stat.fi) uusin kuluttajahintaindeksitaulukko.

a) Kuinka monta prosenttia Koulutus-hyödykeryhmän hinnat ovat nousseet vuodesta 2017 vuoteen 2019?

b) Kuinka monta prosenttia Vaatteet ja jalkineet -hyödykeryhmän hinnat ovat laskeneet vuodesta 2017 vuoteen 2019?

12. Etsi Tilastokeskuksen sivuilta (stat.fi) elinkustannusindeksin taulukko (1951 = 100). HUOM! Tarkastele kohdissa a) ja b) vuosikeskiarvoa.

a) Kuinka monta prosenttia ovat kuluttajahinnat muuttuneet vuodesta 2010 vuoteen 2020?

b) Kuinka monta prosenttia ovat kuluttajahinnat muuttuneet vuodesta 2000 vuoteen 2010?

c) Kuinka monta prosenttia ovat kuluttajahinnat muuttuneet kuluvan vuoden aikana?

C Reaalinen muutos, inflaatio ja ostovoima

C.1 Reaalinen muutos

Pohdinta C.1 Käytä pohdintatehtävän B.7 elinkustannusindeksitaulukkoa. Lisäksi tiedetään, että vuoden 2015 elinkustannusindeksi on 1906 ja vuoden 1975 elinkustannusindeksi on 392.

a) Litran paketti jäätelöä maksoi vuonna 2015 keskimäärin 2,50 €. Kuinka paljon jäätelö olisi maksanut vuonna 1960, jos jäätelön hinta noudattaisi elinkustannusindeksiä?

b) Vuonna 1975 parturikäynti mieheltä maksoi keskimäärin 1,46 €. Kuinka paljon parturikäynti maksaisi vuonna 2020, jos parturikäynnin hinta noudattaisi elinkustannusindeksiä?
(Lähde: Tilastokeskus)

Määritelmä C.2 Suureen **reaaliarvo** tarkoittaa suureen arvoa valitussa perusajankohdassa. Reaaliarvo saadaan laskemalla

$$\text{arvo} \cdot \frac{100}{\text{KHI}},$$

missä KHI on kuluttajahintaindeksin arvo vertailtavassa ajankohdassa.

Jos asunnon vuokra on noussut 20 €, voidaan sanoa, että asunnon vuokran **nimellinen muutos** on 20 €. Nimellinen muutos ei ota huomioon inflaatiota, toisin kuin **reaalinen muutos**.

Määritelmä C.3 Reaalinen muutos on jollekin suureelle laskettu muutos jollakin aikavälillä, jossa on otettu huomioon mahdollinen inflaatio tai deflaatio.

Jos halutaan vertailla jotakin tiettyä rahamäärää eri ajankohtina reaalisesti, täytyy siis rahan arvo ensin muuttaa vertailuajankohdan rahan arvoa vastaavaksi.

Pohdinta C.4 Pertti on tehnyt pitkän työuran ja ollut koko ajan samassa työssä. Vuonna 2016 hänen kuukausipalkka oli 2470 €, minkä jälkeen palkka on noussut, ja vuonna 2020 kuukausipalkka oli jo 3073 €. Vuoden 2016 kuluttajahintaindeksin pisteluku on 100,4 ja vuoden 2020 kuluttajahintaindeksin pisteluku on 103,6.

a) Kuinka paljon on Pertin palkan nimellinen muutos?

b) Pertti ja hänen vaimonsa Arja ovat laskeneet Pertin palkan reaalisen muutoksen kahdella eri tavalla. Kumpi on oikeassa? Korjaa mahdolliset virheet.

Pertin tapa:

Lasketaan, kuinka paljon vuoden 2016 kuukausipalkka on vuoden 2020 rahan arvolla, jolloin saadaan

$$2470 \text{ €} \cdot \frac{103,6}{100,4} = 2470 \text{ €} \cdot 1,03187\ldots = 2548,725\ldots \text{ €} \approx 2548,73 \text{ €}.$$

Nyt tiedetään, kuinka paljon Pertin kuukausipalkka oli vuonna 2016 vuoden 2020 rahan arvolla. Lasketaan nyt erotus

$$3073,00 \text{ €} - 2548,73 \text{ €} = 524,27 \text{ €}.$$

Reaalisesti siis Pertin palkka on noussut 524,27 €.

Arjan tapa:

Muutetaan Pertin kuukausipalkat vuoden 2016 rahan arvoon. Tällöin saadaan vuoden 2020 kuukausipalkaksi vuoden 2016 rahan arvolla

$$3073 \text{ €} \cdot \frac{100,4}{103,6} = 3073 \text{ €} \cdot 0,96911\ldots = 2978,081\ldots \text{ €} \approx 2978,08 \text{ €}.$$

Palkan muutos saadaan laskemalla erotus

$$2978,08 \text{ €} - 2470,00 \text{ €} = 508,08 \text{ €}.$$

Eli reaalisesti Pertin palkka on noussut 508,08 €.

C.2 Inflaatio

Kun liikkeellä olevan rahan määrä kasvaa, rahan arvo pienenee, jolloin markkinoilla olevien kulutushyödykkeiden hinnat nousevat. Tällaista rahan määrän kasvusta johtuvaa hintojen nousua kutsutaan **inflaatioksi**. Inflaatiota mitataan kuluttajahintaindeksin avulla; kuluttajahintaindeksin kasvu on merkki inflaatiosta. Inflaation takia hinnat nousevat ajan myötä. Liikkeellä olevan rahan määrä nousee kun palkat nousevat ja ihmiset ottavat enemmän lainoja. Pieni määrä inflaatiota on positiivista, koska se lisää talouskasvua. Euroalueella pyritään kahden prosentin inflaatioon pitkällä aikavälillä, jolloin inflaatio pysyy ennakoitavana ja hallittavana. (Lähde: Euroopan Keskuspankki).

Inflaation vastakohta on **deflaatio**. Deflaatio aiheutuu siitä, kun liikkeellä olevan rahan määrä vähenee, jolloin rahan arvo kasvaa ja kulutushyödykkeiden hinnat laskevat. Liikkeellä olevan rahan määrä vähenee, kun ihmiset eivät osta hyödykkeitä vaan laittavat rahansa säästöön. Yleensä ihmisten säästäminen johtuu huonosta taloustilanteesta, minkä vuoksi deflaatiota pidetään yhtenä huonontuneen kansantalouden merkeistä.

Määritelmä C.5 Inflaatioprosentti tarkoittaa kuluttajahintaindeksin muutosprosenttia.

Mallitehtävä C.6 Vuonna 2010 kuluttajahintaindeksi oli 109,7 ja vuonna 2020 se oli 123,6. Kuinka suuri on inflaatio vuodesta 2010 vuoteen 2020? (Lähde: Tilastokeskus)

Ratkaisu.

Verrataan vuoden 2020 kuluttajahintaindeksiä vuoden 2010 kuluttajahintaindeksiin

$$\frac{123,6}{109,7} = 1,1267\ldots \approx 112,7$$

ja muutetaan tämä prosenteiksi

$$(112,7 - 100)\% = 12,7\%.$$

Vuosien 2010 ja 2020 välillä on siis tapahtunut inflaatiota 12,7%.

C.3 Ostovoima

Kuten aikaisemmissa luvuissa ja esimerkeissä on tullut ilmi, kaupasta on voinut ostaa samalla rahamäärällä enemmän hyödykkeitä viisikymmentä vuotta sitten kuin tänä päivänä. Tätä ilmiötä kutsutaan **ostovoiman muutokseksi**. Ostovoiman muutos tarkoittaa sitä, että samalla rahalla voi eri ajankohtina ostaa eri määrän jotakin hyödykettä.

Määritelmä C.7 Ostovoima on kuluttajahintaindeksin käänteisluku. Tämä tarkoittaa sitä, että ostovoima tietyssä ajankohdassa saadaan laskemalla

$$\frac{100}{\mathrm{KHI}},$$

missä KHI on kuluttajahintaindeksin arvo vertailtavassa ajankohdassa.

Pohdinta C.8 Eurolla sai vuonna 2010 1,5 kg vehnäjauhoa. Vuonna 1970 euroa vastaavalla rahasummalla sai 3 kg vehnäjauhoa.

a) Kerro sanallisesti, miten ostovoima on muuttunut vuodesta 1970 vuoteen 2010.

b) Kuinka monta prosenttia enemmän on ostovoima vuonna 2010 kuin vuonna 1970?

Pohdinta C.9 Elinkustannusindeksi oli vuoden 2020 tammikuussa 1969 ja joulukuussa 1980.

a) Kuinka paljon on inflaatioprosentti tällä aikavälillä?

b) Kuinka monta prosenttia ostovoima on muuttunut tällä aikavälillä?

c) Mitä käy ostovoimalle, kun inflaatio muuttuu deflaatioksi?

C.4 Inflaatio, reaalinen muutos ja ostovoima: Tehtävät

13. Etsi Tilastokeskuksen sivuilta (stat.fi) elinkustannusindeksin taulukko. Kuinka paljon on

a) inflaatio vuodesta 1980 vuoteen 1981?

b) inflaatio vuodesta 1990 vuoteen 2020?

c) deflaatio vuodesta 2014 vuoteen 2015?

14. Etsi tilastokeskuksen sivuilta (stat.fi) elinkustannusindeksin taulukko (1951 = 100).

a) Pussillinen makaronia (400g) on maksanut vuonna 2014 0,42 € (Lähde: Tilastokeskus). Kuinka paljon makaroni maksaisi nyt, jos makaronin hinta noudattaisi elinkustannusindeksin muutosta? Paljonko makaronipussi todellisuudessa maksaa nyt?

b) Elokuvalippu on maksanut vuonna 2014 keskimäärin 11,22 € (Lähde: Tilastokeskus). Kuinka paljon elokuvalippu maksaisi nyt, jos elokuvalipun hinta noudattaisi elinkustannusindeksin muutosta? Paljonko elokuvalippu maksaa kaupungissasi nyt?

c) Etsi netistä yhden litran kevytmaitopurkin hinta. Kuinka paljon kevytmaitopurkki olisi maksanut vuonna 2000, jos sen hinta noudattaisi elinkustannusindeksin muutosta?

d) Etsi netistä kirjolohikilon hinta. Kuinka paljon kirjolohikilo olisi maksanut vuonna 2000, jos sen hinta noudattaisi elinkustannusindeksin muutosta?

15. Ohessa on taulukko, jossa esitetään kaksioiden vuokrien keskimääräisiä neliöhintoja eri vuosina pääkaupunkiseudulla, Pirkanmaalla ja Pohjois-Pohjanmaalla. Lisäksi etsi elinkustannusindeksin taulukko Tilastokeskuksen sivuilta (stat.fi).

Vuosi	Pääkaupunkiseutu	Pirkanmaa	Pohjois-Pohjanmaa
2015	14,32 €/m^2	11,11 €/m^2	10,11 €/m^2
2016	14,96 €/m^2	11,34 €/m^2	10,35 €/m^2
2017	15,76 €/m^2	12,16 €/m^2	10,94 €/m^2
2018	16,34 €/m^2	12,55 €/m^2	11,25 €/m^2
2019	16,55 €/m^2	12,75 €/m^2	11,39 €/m^2
2020	17,29 €/m^2	13,09 €/m^2	11,63 €/m^2

Lähde: Tilastokeskus

Laske taulukkolaskentaohjelmalla vuokrien keskimääräisen neliöhinnan reaalinen hintakehitys muuttamalla hinnat vuoden 2020 elinkustannusindeksiä vastaavaksi. Esitä reaalinen hintakehitys kuvaajana, jossa näkyvät eri alueiden neliöhinnat erikseen.

Viitteet

[1] https://www.maaseuduntulevaisuus.fi/palvelut/metsapalvelu/puun-hinta

[2] https://findikaattori.fi/fi/table/9, 19.10.2021

[3] https://www.kauppatieteet.fi/hakeminen/valintakokeita-ja-tilastoja-edellisilta-vuosilta/

D Opettajan opas

D.1 Prosentti

Pohdintatehtävässä A.7 johdetaan käytännössä prosentuaalisen muutoksen määritelmä. Ratkaisuja on monta, ja on tärkeää, että kaikki erilaiset ratkaisutavat hyväksytään tässä pohdintatehtävässä niin kauan, kun ne ovat matemaattisesti oikein. Tehtävää voi helpottaa johdattelemalla opiskelijaa laskemaan muutos, ja käyttämällä muutokseen prosentuaalisen osuuden kaavaa.

Pohdintatehtävässä A.9 haetaan koko Prosentti-luvun ymmärtämistä sekä erilaisten ratkaisutapojen arviointia. Tehtävään voi johdatella kysymällä opiskelijoilta, miten he laskisivat tehtävän.

Tehtävässä 3 tehtävää voi tarvittaessa helpottaa niin, että annetaan vinkki pohdintatehtävästä, jossa on tehty samanlainen lasku. Tämän vinkin voi antaa luokassa, jos tuntuu, että luokassa on osaamisen taso puuttellinen. Samaa tehtävää voidaan hankaloittaa niin, että lasketaan, kuinka monta prosenttia paidan hinta nousee, kun se palaa takaisin normaalihintaan.

Tehtävää 4 voidaan helpottaa niin, että joko tehdään ainoastaan kohdat a) ja b), tai tehdään c) kohdassa tehtävän 3c) kaltainen arviointi siitä, miten tehtävä on laskettu. Tehtävää voi vaikeuttaa niin, että lasketaan sisäänpääsyprosentin muutos silloin, kun aloituspaikkojen määrä muuttuu vuodesta toiseen.

Tehtäviä 5 ja 6 voidaan vaikeuttaa niin, että lisätään tehtävään pohdintaa liittyen esimerkiksi vuokran nousun/laskun vaikutuksesta sormihyrrien kappalehintaan tai maksimaaliseen alennukseen (tehtävä 5 sanallisesti) tai toimituksen arvoon (tehtävä 6).

D.2 Indeksi

Pohdintatehtävässä B.1 haetaan tiedonhaun lisäksi suhdeluvun laskemista. Jos suhdeluvun laskeminen on haastavaa, voi esittää johdattelevia kysymyksiä liittyen siihen, mitä hintaa verrataan mihinkin, ja palauttamalla tällä mieleen prosenttilaskennasta tuttuja laskutapoja. Jos kuvaajan piirtäminen on haasteellista, voidaan antaa valmiiksi esimerkiksi akselit arvoineen (esimerkiksi piirtää taululle esimerkki taulukon akseleista), mikä voi helpottaa jo huomattavasti.

Pohdintatehtävässä B.4 haetaan indeksin käsitteen ymmärtämistä ja harjoitellaan indeksien laskemista. Tehtävään voi johdatella kysymällä oppilailta, mitä lukua verrataan mihin lukuun.

Pohdintatehtävän B.4 ratkaisut: a) 15,2% b) 4,5% c) 2016: 416 247, 2017: 431 185, 2018: 450 564, 2019: 465 098 henkilöä.

Pohdintatehtävässä B.5 haetaan ryhmäihdeksin käsitteen ymmärtämistä ja opetellaan laskemaan ryhmäindeksiä. Tehtävään voi johdatella kauppakassin hinnan kautta ja tavallisen indeksin laskennan kautta sen jälkeen, kun kauppakassin hinta on laskettu.

Pohdintatehtävän B.5 ratkaisut:

Vuosi	**Kauppakassin hinta (€)**
2018	$2 \cdot 1,99 + 1,49 + 7 \cdot 2,89 + 2 \cdot 0,89 = 27,48$
2019	$2 \cdot 2,09 + 1,59 + 7 \cdot 3,29 + 2 \cdot 1,49 = 31,78$
2020	$2 \cdot 2,39 + 1,65 + 7 \cdot 3,39 + 2 \cdot 1,99 = 34,14$
2021	$2 \cdot 2,49 + 1,69 + 7 \cdot 3,79 + 2 \cdot 2,29 = 37,78$

Vuosi	**Hintasuhde**	**Indeksi**
2018	27,48 € / 27,48 € = 1	100,0
2019	31,78 € / 27,48 € = 1,1564...	115,6
2020	34,14 € / 27,48 € = 1,2423...	124,2
2021	37,78 € / 27,48 € = 1,3748...	137,5

Pohdintatehtävässä B.6 harjoitellaan kuluttajahintaindeksitaulukon lukemista. Pohdintatehtävän tavoitteena on, että oppilas oppii ymmärtämään lukujen merkitykset kuluttajahintaindeksitaulukossa. Lisäksi halutaan, että oppilas oppii laskemaan haluttuja tietoja indeksien perusteella hyödyntäen aiemmin opittuja prosenttilaskennan taitoja.

Pohdintatehtävän B.6 ratkaisut: a) hyödykeryhmässä 03 hinnat ovat laskeneet 3,9% b) hyödykeryhmässä 03 hinnat ovat nousseet 2,9%

Pohdintatehtävässä B.7 haetaan elinkustannusindeksin käsitteen ymmärtämistä. Lisäksi halutaan, että oppilas ymmärtää lukujen suhteellisia muutoksia ja osaa arvioida suuruusluokkia lukujen välillä. Lisäksi tehtävässä opetellaan Excelin käyttöä indeksilaskennassa. Pohdintatehtävässä B.8 haetaan vastaavasti kuluttajahintaindeksin käsitteen ymmärtämistä ja valmistellaan oppilasta tehtäviin tutustumalla Tilastokeskuksen sivuihin. Jos oppilas ei ymmärrä, mitä oikein pitäisi tarkastella, voi esittää johdattelevia kysymyksiä, kuten "kuinka paljon suurempi vuoden X arvo on verrattuna vuoden Y arvoon", "entä vuoden Y arvo verrattuna vuoden Z arvoon", "jos nämä arvot laitettaisiin kuvaajaan, tulisiko siitä suora vai mutkikas", "millä välillä arvot kasvavat ja millä välillä laskevat".

Pohdintatehtävän B.7 ratkaisut: b) 1347,8% c) 139,9%

Tehtävää 7 voidaan helpottaa muistuttamalla opiskelijoita prosenttilaskennan laskukaavoista, jotka on esitetty edellisessä luvussa. Tehtävää voidaan vaikeuttaa laskemalla indeksisarja uudelleen valiten eri perusajankohta.

Tehtävää 8 voidaan helpottaa muistuttamalla mieleen suhdelukujen laskeminen ja prosenttilaskennan laskukaavat. Jos kohta c) on haasteellinen, sen voi jättää tekemättä tai tapailla sanallisesti sitä, miten tehtävän ratkaisee. Tämän ohjeen voi antaa jo luokassa, ja tehtävän tekemiseen voi kannustaa esimerkiksi antamalla siitä lisäpisteitä tai muuta tunnustusta. Tehtävää voidaan vaikeuttaa laskemalla indeksisarja eri perusajankohdalla ja arvioimalla indeksisarjaa uudestaan. Tällöin voidaan myös miettiä, mistä mahdolliset muutokset johtuvat.

Tehtävä 9 on yksinkertainen tehtävä, jossa tarkoituksena on opetella taulukkolaskentaohjelman käyttöä indeksilaskennassa. Tarvittaessa tehtävää voi vaikeuttaa niin, että oppilaille tarjotaan mahdollisuus lisätä tehtävää niin, että oppilas etsii jostain toisesta osakeindeksistä vastaavat luvut, muodostaa kuvaajan ja vertailee osakeindeksejä keskenään.

Tehtävää 10 voidaan helpottaa niin, että tehdään esimerkiksi vain kohta a). Ryhmäindeksisarjan muodostamista voidaan auttaa esittämällä eri raaka-aineiden tarvittavan määrän mukaan painotetut arvot ensin taulukossa, sen jälkeen laskemalla ne yhteen ja laskemalla sitten siitä indeksi. Toisin sanoen kehottamalla lisäämään välivaiheita voidaan helpottaa laskemista. Tehtävää voidaan vaikeuttaa niin, että lisätään tehtävään pohdintaa esimerkiksi liittyen eri tuotteiden määrän kasvuun tai vähenemiseen liittyen. Tällä haetaan sitä, että jos jonkin tuotteen osuus ryhmäindeksistä on suurempi, sen muutos vaikuttaa indeksiin enemmän.

Tehtäviä 11 ja 12 voidaan helpottaa esittämällä johdattelevia kysymyksiä liittyen lukujen välisiin suuruuseroihin ja suhteisiin, sekä siihen, onko luku enemmän vai vähemmän kuin 100. Tehtäviä voidaan vaikeuttaa pohtimalla syitä, miksi elinkustannus- ja kuluttajahintaindeksi ovat muuttuneet sillä tavalla, jolla ne ovat muuttuneet. Tähän voidaan liittää myös tiedonhakua.

D.3 Inflaatio, reaalinen muutos ja ostovoima

Pohdintatehtävän C.1 ratkaisut: a) 0,18 € b) 7,33 €

Pohdintatehtävän C.4 ratkaisut: a) 603 € b) Kumpikin on oikeassa. Pertin ratkaisussa on laskettu reaalinen muutos vuoden 2020 rahan arvolla ja Arjan ratkaisussa vuoden 2016 rahan arvolla.

Pohdintatehtävässä C.8 haetaan sitä, että opiskelija ymmärtää, mitä tarkoittaa ostovoima ja sen muutos. Jos opiskelija ei osaa sanallisesti kertoa, miten ostovoima on muuttunut, voi pyytää opiskelijaa muodostamaan tehtävänannon tietojen pohjalta hinnat samalle määrälle vehnäjauhoa ja vertailemaan niitä (eli kertoa vuoden 2010 hinta kahdella). Tämä selventää sitä, mitä rahan arvon muuttuminen tarkoittaa. Kun lasketaan ostovoiman prosentuaalinen muutos, voi haasteellisessa tilanteessa kerrata prosenttilaskennan tehtäviä, joita on tehty aikaisemmissa luvuissa.

Pohdintatehtävän C.8 ratkaisu: b) 100% enemmän (näiden arvojen perusteella).

Pohdintatehtävässä C.9 haetaan vastaavaa kuin pohdintatehtävässä C.8, mutta nyt ostovoimaan liitetään elinkustannusindeksin käsite. Samalla tarkistetaan inflaation käsitteen osaamista. Opiskelijoita voi johdatella pohdintatehtävään muistuttamalla, mitkä määritelmät ja aikaisemmat pohdinnat liittyvät pohdintatehtävän aiheeseen.

Pohdintatehtävän C.9 ratkaisut: a) 0,559% b) ostovoima laski 0,556%.

Tehtävä 13 on hyvin yksinkertainen tarkoituksella, jotta heikommatkin opiskelijat pääsisivät inflaation käsitteeseen kiinni kunnolla. Tehtävää voi helpottaa auttamalla löytämään oikeat luvut elinkustannusindeksin taulukosta. Tehtävää voi vaikeuttaa niin, että opiskelija etsii jonkin toisen valtion elinkustannusindeksin, ja laskee vastaavat inflaatioprosentit sen avulla.

Tehtävää 14 voidaan helpottaa tekemällä esimerkiksi vain osa kohdista. Tehtävään voidaan johdatella esittämällä malliksi indeksiluku kertoimen muodossa (voi olla haasteellista elinkustannusindeksin kanssa, koska indeksin pistearvo on tuhansia). Tässä yhteydessä voidaan tarvittaessa kerrata prosenttiluvun muuttamista kokonaisluvuksi. Tehtävää voidaan hankaloittaa etsimällä a), c) ja d) kohdissa oikea kuluttajahintaindeksi (2010 = 100) ja oikea hyödykeryhmä sekä laskemalla siten vastaavat muutokset.

Tehtävää 15 voidaan helpottaa esimerkiksi niin, että opiskelija laskee vain yhden alueen neliöhinnan reaalisen hintakehityksen. Tällöin tehtävästä voidaan tehdä ryhmätyö; kolmen hengen ryhmissä kukin laskee yhden alueen luvut, sitten luvut kootaan yhteen ja tehdään taulukkolaskentaohjelmalla taulukko yhdessä. Tehtävää voi vaikeuttaa niin, että opiskelija etsii itse Tilastokeskuksen sivuilta jonkin toisen alueen vuokrakehityksen (ei ihan helppoa, mutta kun sen löytää, on tietoa kätevästi saatavilla siitä), ja laskee vastaavasti reaalisen hintakehityksen jonkin toisen alueen neliöhinnoille.

E Tehtävien vastaukset

1. a) 25% b) 56,78% c) 2300%

2. a) 7,2% b) 1396% c) 92,8% pienempi d) 1296% suurempi

3. b) 16,72% (17%)

4. b) Hakijoiden määrä on kasvanut vuodesta 2019 vuoteen 2020 6,5%, laskenut vuodesta 2020 vuoteen 2021 2,3% ja kasvanut vuodesta 2019 vuoteen 2021 4,1%.
   c) Sisäänpääsyprosentti laskee, kun hakijoiden määrä kasvaa, ja nousee, kun hakijoiden määrä vähenee.

5. Suurin mahdollinen alennus on 53%. Tällöin yritys ei tee voittoa.

6. a) Tarjous on kannattavin 300 € maksavalle pesukoneelle. Tällöin alennus on 10%.

7. a) 2010 b) Lemmikkieläinten ruoan hinta on ollut suurimmillaan vuonna 2019 ja pienimmillään vuonna 2010. c) 5,5% d) 3,2% e) -2,7%

8. a)

Vuosi	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Indeksi	100	109	117	115	113	102	97	102	106	106	99

   b) -1% c) -14%

9. b) heinäkuussa, 5,3%

10. a)

2014	2015	2016	2017	2018
100,0	103,7	102,2	100,9	100,3

   b)

2014	2015	2016	2017	2018
97,9	101,5	100,0	98,8	98,2

11. Kuluttajahintaindeksi 2015 = 100:
    a) 2,9% b) 1,7%

12. a) 12,7% b) 16,7%

13. a) 12,0% b) 58,2% c) 0,2%

14. Nykyhetken arvo on vuoden 2020 keskiarvo.
    a) 0,43 € b) 11,60 €

15.

Vuosi	Pääkaupunkiseutu	Pirkanmaa	Pohjois-Pohjanmaa
2015	14,83 €/m^2	11,51 €/m^2	10,47 €/m^2
2016	15,44 €/m^2	11,70 €/m^2	10,68 €/m^2
2017	16,14 €/m^2	12,46 €/m^2	11,21 €/m^2
2018	16,56 €/m^2	12,72 €/m^2	11,40 €/m^2
2019	16,60 €/m^2	12,79 €/m^2	11,42 €/m^2
2020	17,29 €/m^2	13,09 €/m^2	11,63 €/m^2